

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2023

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη II (414)

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα, 19 Ιουνίου 2023
08:00 – 10:30**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β και Γ) σε δεκαέξι (16) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις

1. Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο. Σε περίπτωση που θα χρειαστεί περισσότερος χώρος για τις απαντήσεις, να χρησιμοποιηθεί ο συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων στη σελίδα 16.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Η λύση του δοκιμίου να γίνει με τη χρήση πέννας χρώματος μπλε.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
5. Δίνεται τυπολόγιο σε ξεχωριστό φύλλο.

ΜΕΡΟΣ Α': Δώδεκα (12) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

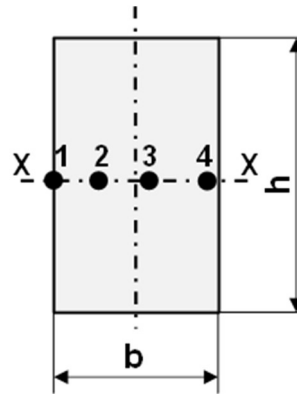
1. Στο Σχήμα 1 φαίνεται δοκός με ορθογωνική διατομή πλάτους b και ύψους h η οποία καταπονείται σε κάμψη ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $X-X$. Η ορθή σχέση μεταξύ των τάσεων που αναπτύσσονται στη διατομή της δοκού στα σημεία 1, 2, 3 και 4 αντίστοιχα, είναι:

(α) $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4$

(β) $\sigma_1 > \sigma_4 > \sigma_2 > \sigma_3$

(γ) $\sigma_4 < \sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$

(δ) $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \sigma_4$.



Σχήμα 1

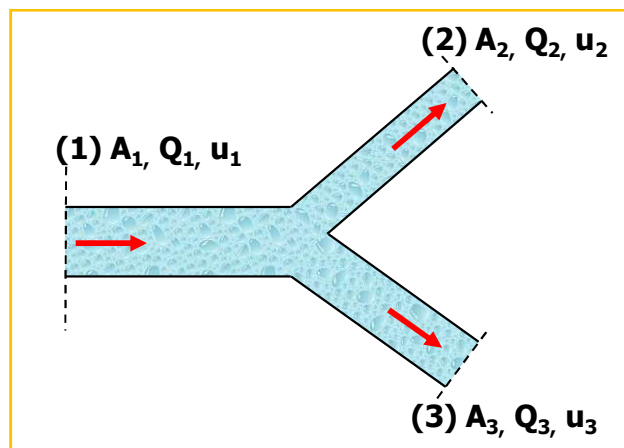
2. Στο Σχήμα 2 κεντρικός αγωγός νερού παροχής $Q_1 = 8 \text{ m}^3/\text{s}$, διακλαδώνεται σε δύο μικρότερους αγωγούς όπου, ο ένας αγωγός έχει παροχή $Q_2 = 3 \text{ m}^3/\text{s}$ και ο δεύτερος έχει εμβαδόν διατομής $A_3 = 0,5 \text{ m}^2$. Η ταχύτητα ροής (u_3) στη διατομή A_3 , είναι:

(α) 1 m/s

(β) 6 m/s

(γ) 12 m/s

(δ) 10 m/s.



Σχήμα 2

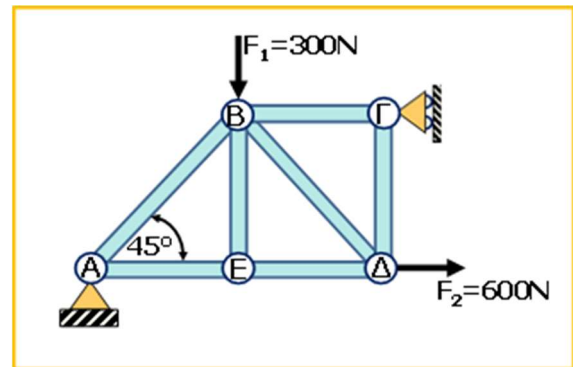
3. Για το επίπεδο δικτύωμα που φαίνεται στο Σχήμα 3, το μέγεθος και το είδος της καταπόνησης της εσωτερικής δύναμης στη ράβδο ΒΔ είναι:

(α) $F_{BD} = 0$ (Δεν καταπονείται)

(β) $F_{BD} = 212,1 \text{ N}$ (Θλίψη)

(γ) $F_{BD} = 424,3 \text{ N}$ (Θλίψη)

(δ) $F_{BD} = 848,6 \text{ N}$ (Εφελκυσμός).



Σχήμα 3

4. Υγρό όγκου $V = 2 \text{ m}^3$ έχει ειδικό βάρος $w = 7848 \text{ N/m}^3$. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, τότε η μάζα m του υγρού είναι ίση με:

(α) $m = 400 \text{ kg}$

(β) $m = 800 \text{ kg}$

(γ) $m = 1600 \text{ kg}$

(δ) $m = 3200 \text{ kg}$.

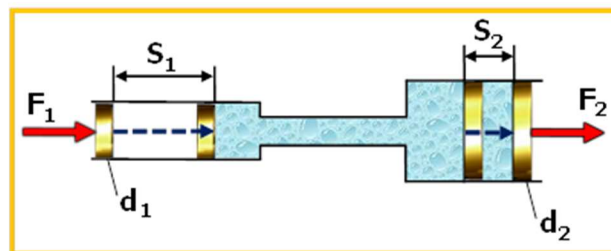
5. Στο Σχήμα 4 φαίνεται υδραυλικό σύστημα μηχανολογικής κατασκευής του οποίου η διάμετρος του μικρού εμβόλου είναι $d_1 = 50 \text{ mm}$ και του μεγάλου εμβόλου $d_2 = 250 \text{ mm}$. Αν κατά τη λειτουργία του συστήματος το μικρό έμβολο μετατοπίζεται κατά $S_1 = 500 \text{ mm}$, τότε το μεγάλο έμβολο μετατοπίζεται κατά:

(α) $S_2 = 0,02 \text{ m}$

(β) $S_2 = 0,04 \text{ m}$

(γ) $S_2 = 0,1 \text{ m}$

(δ) $S_2 = 0,2 \text{ m}$.



Σχήμα 4

6. Κοίλος άξονας μάζας $m = 100 \text{ kg}$ έχει εξωτερική διάμετρο $D = 100 \text{ mm}$ και εσωτερική διάμετρο $d = 40 \text{ mm}$. Η ροπή αδράνειας I , γύρω από τον κεντροβαρικό του άξονα, είναι ίση με:

(α) $I = 0,105 \text{ Kgmm}^2$

(β) $I = 0,145 \text{ Kgmm}^2$

(γ) $I = 105 \text{ Kgmm}^2$

(δ) $I = 145 \text{ Kgmm}^2$.

7. Σε άτρακτο κατασκευασμένη από υλικό με μέτρο διάτμησης $G = 82 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$, ασκείται στρεπτική ροπή $M_t = 10 \text{ kNm}$. Αν το μήκος της ατράκτου είναι $\ell = 2 \text{ m}$ και η πολική ροπή αδράνειας της διατομής της είναι $J = 1,27 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$, να υπολογίσετε τη γωνία στρέψης θ του άξονα, **σε μοίρες**.

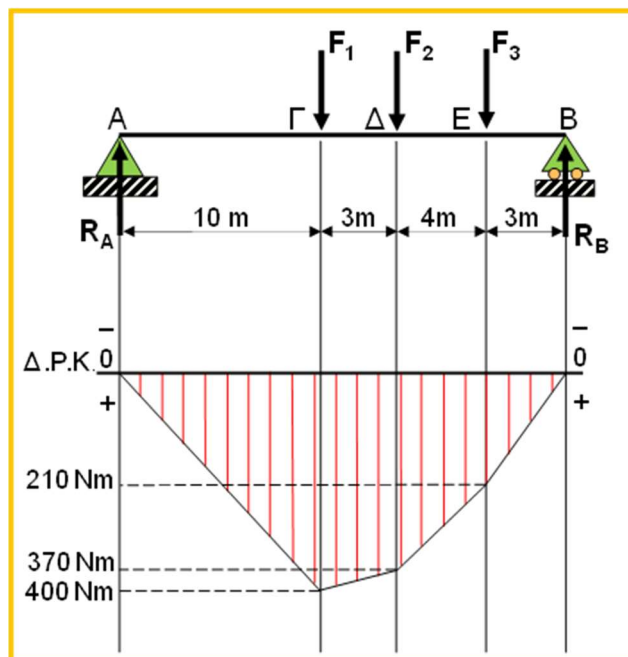
$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau}{r} = \frac{G \cdot \theta}{\ell} \Rightarrow \theta = \frac{M_t \cdot \ell}{J \cdot G}$$

$$M_t = 10 \text{ kNm} = 10 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\theta = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^3}{1,27 \cdot 10^6 \cdot 82 \cdot 10^3} \Rightarrow \theta = 0,192 \text{ rad}$$

$$\theta^\circ = \frac{360}{2\pi} \cdot \theta_{\text{rad}} = \frac{360}{2 \cdot 3,14} \cdot 0,192 \Rightarrow \theta = 11^\circ$$

8. Στο Σχήμα 5 δίνεται το Διάγραμμα Ροπών Κάμψης (Δ.Ρ.Κ.) αμφιέριστης δοκού. Χρησιμοποιώντας το Δ.Ρ.Κ. να υπολογίσετε:
- α) τις αντιδράσεις R_A και R_B , στα σημεία στήριξης A και B και (μον.1)
- β) τα εξωτερικά φορτία F_1 , F_2 και F_3 που ασκούνται πάνω στη δοκό. (μον.3)



Σχήμα 5

$$M_{b_A} = 0$$

$$M_{b_\Gamma} = R_A \cdot 10 = 400 \text{ Nm} \Rightarrow R_A = \frac{400}{10} \Rightarrow R_A = 40 \text{ N}$$

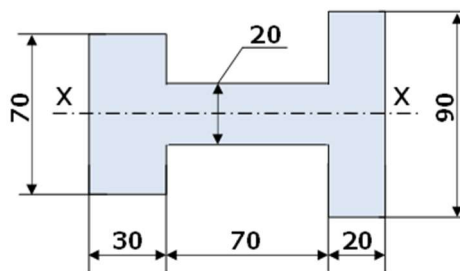
$$M_{b_\Delta} = R_A \cdot 13 - F_1 \cdot 3 = 370 \text{ Nm} \Rightarrow F_1 = \frac{40 \cdot 13 - 370}{3} \Rightarrow F_1 = 50 \text{ N}$$

$$M_{b_E} = R_A \cdot 17 - F_1 \cdot 7 - F_2 \cdot 4 = 210 \text{ Nm} \Rightarrow F_2 = \frac{40 \cdot 17 - 50 \cdot 7 - 210}{4} \Rightarrow F_2 = 30 \text{ N}$$

$$M_{b_B} = R_A \cdot 20 - F_1 \cdot 10 - F_2 \cdot 7 - F_3 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_3 = \frac{40 \cdot 20 - 50 \cdot 10 - 30 \cdot 7}{3} \Rightarrow F_3 = 30 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - F_1 - F_2 - F_3 = 0 \Rightarrow R_B = 50 + 30 + 30 - 40 \Rightarrow R_B = 70 \text{ N}$$

9. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της διατομής της δοκού που φαίνεται στο Σχήμα 6, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα X–X.



Σχήμα 6

$$I_{xx} = I_{xx1} + I_{xx2} + I_{xx3} \Rightarrow$$

$$I_{xx} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + \frac{b_3 \cdot h_3^3}{12} \Rightarrow$$

$$I_{xx} = \frac{30 \cdot 70^3}{12} + \frac{70 \cdot 20^3}{12} + \frac{20 \cdot 90^3}{12} \Rightarrow$$

$$I_{xx} = 2119166,7 \text{ mm}^4$$

10. Σφόνδυλος μάζας 300 kg και διαμέτρου 400 mm, περιστρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$. Αν η ροπή τριβής στα έδρανα του σφόνδουλου είναι $M_{\text{tfr}} = 2 \text{ Nm}$, να υπολογίσετε τη ροπή στρέψης που ασκείται στο σφόνδυλο.

$$m = 300 \text{ kg}, \quad d = 400 \text{ mm} = 0,4 \text{ m}, \quad \alpha = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}, \quad M_{\text{tfr}} = 2 \text{ Nm}$$

$$I = m \cdot \frac{d^2}{8} = 300 \cdot \frac{0,4^2}{8} \Rightarrow I = 6 \text{ kgm}^2$$

$$\sum M_t = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{\text{tfr}} = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t = I \cdot \alpha + M_{\text{tfr}} = 6 \cdot 2 + 2 \Rightarrow M_t = 14 \text{ Nm}$$

11. Κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου 90 cm και ύψους 120 cm, τροφοδοτείται με νερό από σωλήνα παροχής $3 \text{ m}^3/\text{h}$. Να υπολογίσετε τον χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει πλήρως η δεξαμενή.

$$d = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}, \quad h = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}, \quad Q = 3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{0,763}{8,333 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow t = 915,6 \text{ s}$$

$$V = A \cdot h = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{3,14 \cdot 0,9^2}{4} \cdot 1,2 \Rightarrow V = 0,763 \text{ m}^3$$

$$Q = 3 \text{ m}^3 / \text{h} = \frac{3}{3600} \Rightarrow Q = 8,333 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}$$

12. Σε θερμομονωμένο δοχείο με νερό μάζας 1 kg και θερμοκρασίας 20 °C, τοποθετείται κομμάτι σιδήρου μάζας 200 g ψηλότερης θερμοκρασίας. Λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας, μεταφέρεται θερμότητα από τον σίδηρο στο νερό μέχρι την επίτευξη θερμικής ισορροπίας, όπου η τελική θερμοκρασία είναι 35 °C. Η ειδική θερμότητα του νερού είναι 4200 J / kgK και του σιδήρου 450 J / kgK. Να υπολογίσετε την αρχική θερμοκρασία του σιδήρου.

$$m_v = 1 \text{ kg} \qquad m_\sigma = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$$

$$c_v = 4200 \text{ J / kgK} \qquad c_\sigma = 450 \text{ J / kgK}$$

$$\theta_{1v} = 273 + 20 = 293 \text{ K} \qquad \theta_{1\sigma} = ;$$

$$\theta_{2\sigma} = \theta_{2v} = \theta_2 = 273 + 35 = 308 \text{ K}$$

$$Q_{\sigma\text{ιδήρου}} = Q_{\nu\text{ερού}} \Rightarrow m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot \Delta\theta_\sigma = m_v \cdot c_v \cdot \Delta\theta_v \Rightarrow$$

$$m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot (\theta_{1\sigma} - \theta_2) = m_v \cdot c_v \cdot (\theta_2 - \theta_{1v}) \Rightarrow$$

$$m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot \theta_{1\sigma} - m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot \theta_2 = m_v \cdot c_v \cdot (\theta_2 - \theta_{1v}) \Rightarrow$$

$$m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot \theta_{1\sigma} = m_v \cdot c_v \cdot (\theta_2 - \theta_{1v}) + m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot \theta_2 \Rightarrow$$

$$\theta_{1\sigma} = \frac{m_v \cdot c_v \cdot (\theta_2 - \theta_{1v}) + m_\sigma \cdot c_\sigma \cdot \theta_2}{m_\sigma \cdot c_\sigma} \Rightarrow$$

$$\theta_{1\sigma} = \frac{1 \cdot 4200 \cdot (308 - 293) + 0,2 \cdot 450 \cdot 308}{0,2 \cdot 450} \Rightarrow \theta_{1\sigma} = 1008 \text{ K} = 735 \text{ }^\circ\text{C}$$

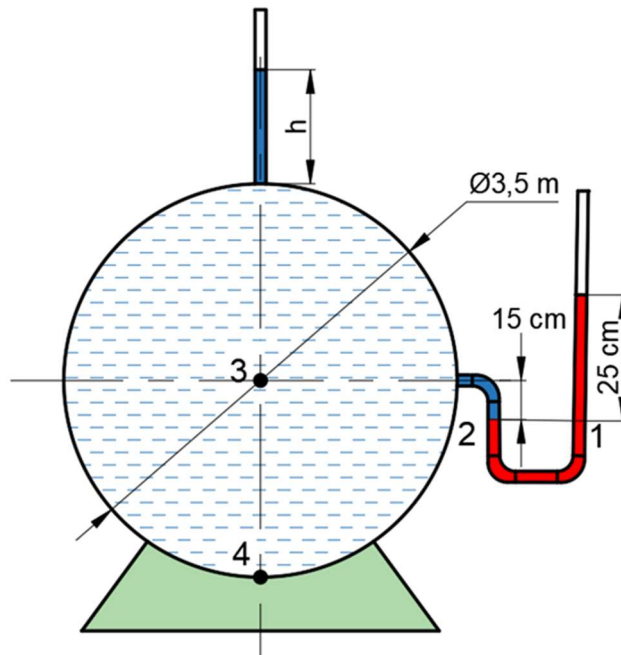
**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

ΜΕΡΟΣ Β': Τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Στο Σχήμα 8 φαίνεται κυλινδρικό ντεπόζιτο νερού διαμέτρου $d = 3,5 \text{ m}$. Στο ντεπόζιτο τοποθετείται ανοικτό μανόμετρο το οποίο περιέχει υδράργυρο. Αν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ και του υδραργύρου είναι $\rho_{υδρ} = 13600 \text{ kg/m}^3$, να υπολογίσετε:

- α) το ύψος h του νερού στο σωλήνα εξαερισμού που βρίσκεται στην κορυφή του κυλινδρικού ντεπόζιτου και (μον.5)
β) την πίεση στη βάση του ντεπόζιτου (σημείο 4). (μον.3)



Σχήμα 8

$$d=3,5 \text{ m} \quad h_1=25 \text{ cm}=0,25 \text{ m} \quad h_2 = 15 \text{ cm}=0,15 \text{ m}$$

1^{ος} Τρόπος

$$\alpha) P_2 = P_1 \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot (1,75 + 0,15 + h) = \rho_{υδρ} \cdot g \cdot 0,25$$

$$h = \frac{\rho_{υδρ} \cdot g \cdot 0,25 - \rho_v \cdot g \cdot 1,9}{\rho_{υδρ} \cdot g} = \frac{13600 \cdot 0,25 - 1000 \cdot 1,9}{1000}$$

$$h=1,5 \text{ m})$$

$$\beta) P_4 = \rho_v \cdot g \cdot (h + 3,5) \Rightarrow P_4 = 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,5 + 3,5)$$

$$\Rightarrow P_4 = 49050 \text{ Pa}$$

2^{ος} Τρόπος

$$P_2 = P_1 = \rho_{\text{vdρ}} \cdot g \cdot 0,25 = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,25 = 33354 \text{ Pa}$$

$$P_2 = P_3 + \rho_v \cdot g \cdot 0,15 \Rightarrow P_3 = P_2 - \rho_v \cdot g \cdot 0,15$$

$$\Rightarrow 33354 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,15 = 31882,5 \text{ Pa}$$

$$P_4 = P_3 + \rho_v \cdot g \cdot 1,75 = 31882,5 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,75$$

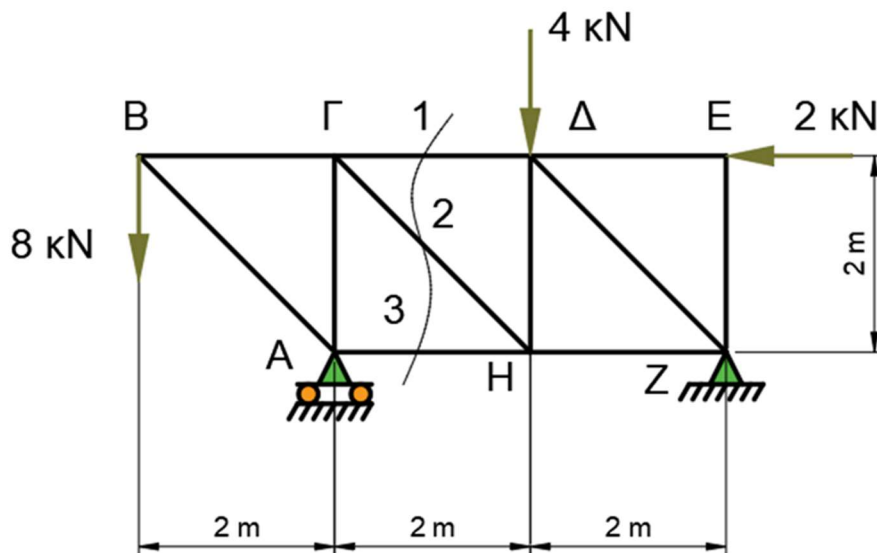
$$P_4 = 49050 \text{ Pa}$$

$$P_4 = \rho_v \cdot g \cdot (3,5 + h) \Rightarrow h = \frac{P_4}{\rho_v \cdot g} - 3,5 = \frac{49050}{1000 \cdot 9,81} - 3,5 = 1,5 \text{ m}$$

14. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο Σχήμα 9, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις:

α) ράβδους των κόμβων Z και E, με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους και (μον.5)

β) ράβδους 1, 2 και 3 με την αναλυτική μέθοδο των τομών και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους. (μον.3)



Σχήμα 9

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -8 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - R_{zy} \cdot 4 = 0 \Rightarrow$$

$$-16 + 8 - 4 - 4 \cdot R_{zy} = 0 \Rightarrow 4 \cdot R_{zy} = -12 \Rightarrow R_{zy} = -\frac{12}{4} = -3 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow -8 \cdot 6 + R_A \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$

$$4 \cdot R_A = 60 \Rightarrow R_A = \frac{60}{4} = 15 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{zx} - 2 = 0 \Rightarrow R_{zx} = 2 \text{ kN}$$

α) Κόμβος E

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -F_{EZ} = 0 \Rightarrow F_{EZ} = 0$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{E\Delta} - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{E\Delta} = -2 \text{ κN (Θλίψη)}$$

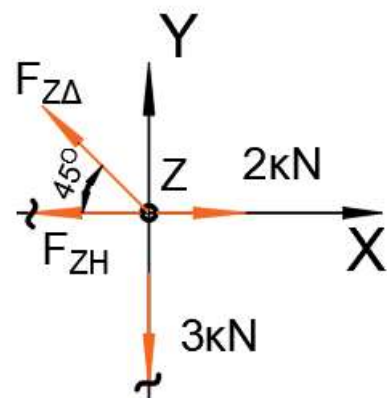
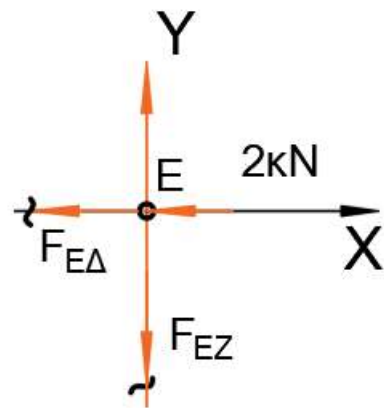
Κόμβος Z

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{Z\Delta} \cdot \eta\mu 45 - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{Z\Delta} = \frac{3}{\eta\mu 45} = 4,24 \text{ kN (Εφελκυσμός)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{Z\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 45 - F_{ZH} + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{ZH} = -4,24 \cdot \sigma\upsilon\nu 45 + 2 = -1 \text{ kN (Θλίψη)}$$



β) $\Sigma M_r = 0 \Rightarrow -F_3 \cdot 2 - 8 \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_3 = -8 \text{ kN (Θλίψη)}$

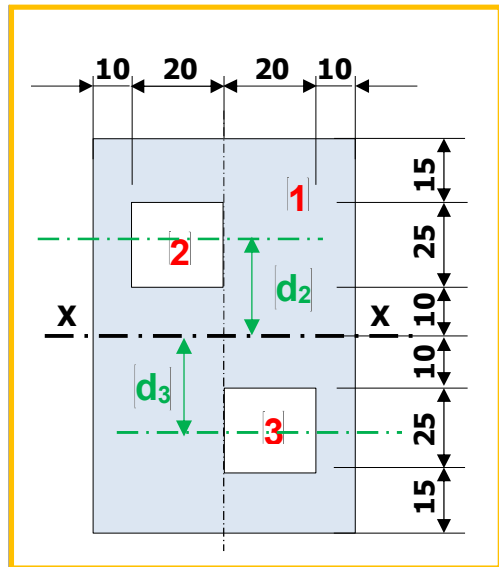
$$\Sigma M_H = 0 \Rightarrow -F_1 \cdot 2 + 15 \cdot 2 - 8 \cdot 4 = 0 \Rightarrow 2 \cdot F_1 = 2$$

$$\Rightarrow F_1 = 1 \text{ kN (Εφελκυσμός)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -8 + 15 - F_2 \cdot \eta\mu 45 = 0 \Rightarrow F_2 \cdot \eta\mu 45 = 7$$

$$F_2 = 9,9 \text{ kN (Εφελκυσμός)}$$

15. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της σύνθετης διατομής που φαίνεται στο Σχήμα 10, ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα X-X.



Σχήμα 10

$$A_2 = A_3 = b \cdot h = 20 \cdot 25 = 500 \text{ mm}^2$$

$$d_2 = d_3 = 22,5 \text{ mm}$$

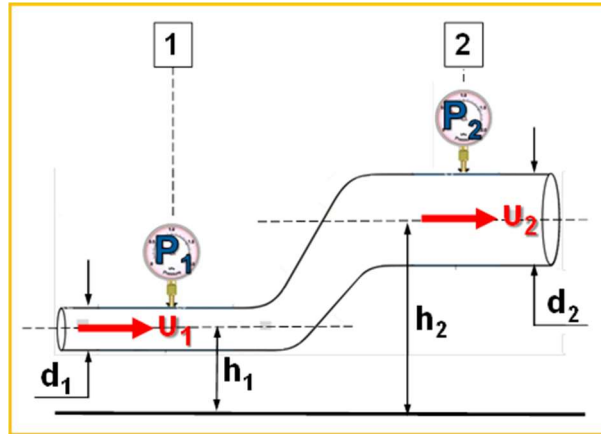
$$I_{xx} = I_{xx1} - \left((I_{xx2} + A_2 \cdot d_2^2) + (I_{xx3} + A_3 \cdot d_3^2) \right) \Rightarrow$$

$$I_{xx} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} - \left(\left(\frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 \right) + \left(\frac{b_3 \cdot h_3^3}{12} + A_3 \cdot d_3^2 \right) \right) \Rightarrow$$

$$I_{xx} = \frac{60 \cdot 100^3}{12} - \left(\left(\frac{20 \cdot 25^3}{12} + 500 \cdot 22,5^2 \right) + \left(\frac{20 \cdot 25^3}{12} + 500 \cdot 22,5^2 \right) \right) \Rightarrow$$

$$I_{xx} = 4441666,7 \text{ mm}^4$$

16. Στο Σχήμα 11 φαίνεται σωλήνας μεταφοράς νερού ο οποίος στη θέση 1 έχει διάμετρο $d_1 = 75 \text{ mm}$ και στη θέση 2 διάμετρο $d_2 = 150 \text{ mm}$. Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των θέσεων 1 και 2 είναι $h_2 - h_1 = 6 \text{ m}$. Η παροχή στο σωλήνα είναι $Q = 300 \text{ m}^3/\text{h}$ και το μανόμετρο στη θέση 1 έχει ένδειξη $P_1 = 200 \text{ kPa}$. Αν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, να υπολογίσετε την ένδειξη του μανομέτρου P_2 στη θέση 2.



Σχήμα 11

$$Q = 300 \text{ m}^3 / \text{h} = 0,0833 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q = A_1 \cdot u_1 \Rightarrow u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{0,083}{\frac{3,14 \cdot 0,075^2}{4}} \Rightarrow$$

$$u_1 = 18,9 \text{ m/s}$$

$$Q = A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot u_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot u_2 \Rightarrow$$

$$d_1^2 \cdot u_1 = d_2^2 \cdot u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{d_1^2 \cdot u_1}{d_2^2} = \frac{0,075^2 \cdot 18,9}{0,15^2} \Rightarrow$$

$$u_2 = 4,7 \text{ m/s}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 - \rho \cdot g \cdot h_2 = P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_1^2 - u_2^2) - \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow$$

$$P_2 = 200000 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (18,9^2 - 4,7^2) - 1000 \cdot 9,81 \cdot 6 \Rightarrow P_2 = 361674 \text{ Pa}$$

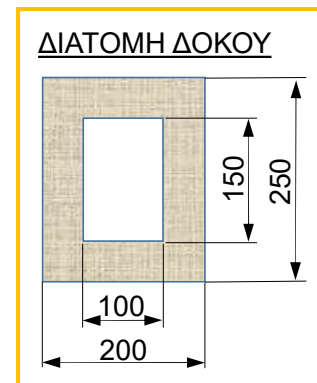
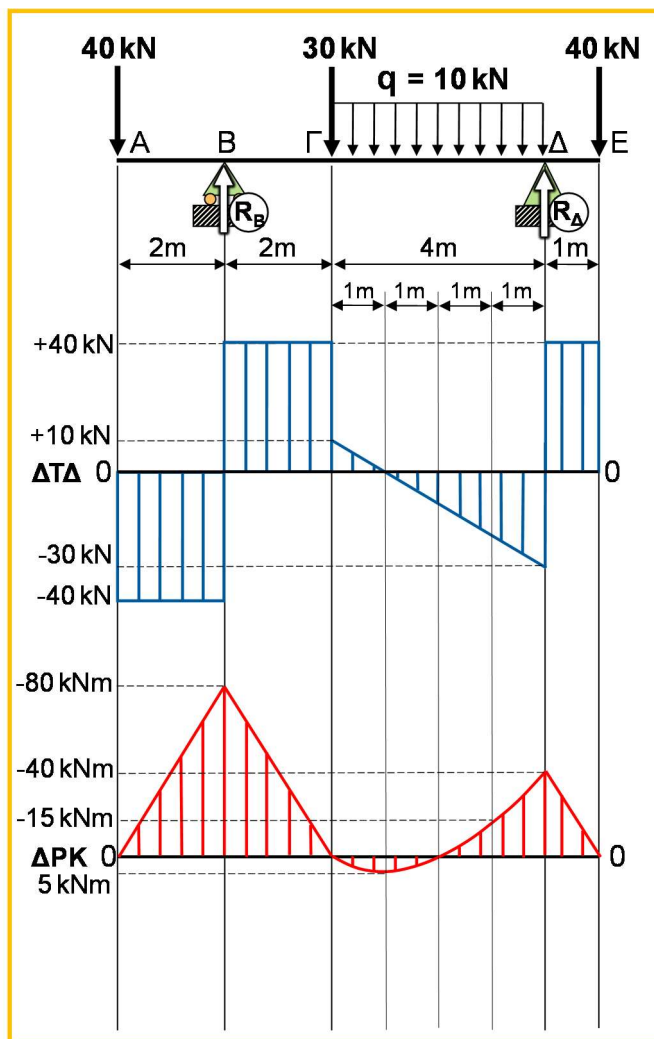
**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

ΜΕΡΟΣ Γ': Δύο (2) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

17. Στο Σχήμα 12 σε αμφιπροέχουσα δοκό ασκούνται τα συγκεντρωμένα φορτία $F_1 = 40 \text{ kN}$, $F_2 = 30 \text{ kN}$, $F_3 = 40 \text{ kN}$ και το ομοιόμορφα καταναμημένο φορτίο $q = 10 \text{ kN/m}$. Να υπολογίσετε:

- α) τις αντιδράσεις στα σημεία στήριξης της δοκού, (μον.2)
- β) τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το Δ.Τ.Δ. (μον.3)
- γ) τις ροπές κάμψης και να σχεδιάσετε το Δ.Ρ.Κ. και (μον.3)
- δ) τη μέγιστη τάση κάμψης. (μον.2)



Σχήμα 12

$$\alpha) Q = q \cdot L = 10 \cdot 4 \Rightarrow Q = 40 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -40 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 4 - R_A \cdot 6 + 40 \cdot 7 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{-40 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 4 + 40 \cdot 7}{6} \Rightarrow R_A = 70 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -40 \cdot 8 + R_B \cdot 6 - 30 \cdot 4 - 40 \cdot 2 + 40 \cdot 1 = 0$$

$$R_B = \frac{40 \cdot 8 + 30 \cdot 4 + 40 \cdot 2 - 40 \cdot 1}{6} \Rightarrow R_B = 80 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 80 + 70 - 40 - 30 - 40 - 40 = 0$$

$$\beta) T_{A-B} = -40 \text{ kN}$$

$$T_{B-\Gamma} = -40 + 80 = 40 \text{ kN}$$

$$T_{\Gamma-\Delta} = -40 + 80 - 30 - q \cdot X$$

$$X = 0 \Rightarrow -40 + 80 - 30 - 10 \cdot 0 = 10 \text{ kN}$$

$$X = 2 \Rightarrow -40 + 80 - 30 - 10 \cdot 2 = -10 \text{ kN}$$

$$X = 4 \Rightarrow -40 + 80 - 30 - 10 \cdot 4 = -30 \text{ kN}$$

$$T_{\Gamma-\Delta} = -40 + 80 - 30 - q \cdot X = 0 \Rightarrow X = \frac{-40 + 80 - 30}{10} \Rightarrow X = 1 \text{ m}$$

$$T_{\Delta-E} = -40 + 80 - 30 - 40 + 70 = 40 \text{ kN}$$

$$\gamma) Mb_A = 0$$

$$Mb_B = -40 \cdot 2 = -80 \text{ kNm}$$

$$Mb_{\Gamma} = -40 \cdot 4 + 80 \cdot 2 = 0$$

$$Mb_{\Gamma-\Delta} = -40 \cdot (4 + X) + 80 \cdot (2 + X) - 30 \cdot X - q \cdot \frac{X^2}{2}$$

$$X = 0 \Rightarrow -40 \cdot 4 + 80 \cdot 2 = 0$$

$$X = 1 \Rightarrow -40 \cdot 5 + 80 \cdot 3 - 30 \cdot 1 - 10 \cdot \frac{1^2}{2} = 5 \text{ kNm}$$

$$X = 2 \Rightarrow -40 \cdot 6 + 80 \cdot 4 - 30 \cdot 2 - 10 \cdot \frac{2^2}{2} = 0 \text{ kNm}$$

$$X = 3 \Rightarrow -40 \cdot 7 + 80 \cdot 5 - 30 \cdot 3 - 10 \cdot \frac{3^2}{2} = -15 \text{ kNm}$$

$$X = 4 \Rightarrow -40 \cdot 8 + 80 \cdot 6 - 30 \cdot 4 - 10 \cdot \frac{4^2}{2} = -40 \text{ kNm}$$

$$Mb_{\Delta} = 40 \cdot 8 + 80 \cdot 6 - 30 \cdot 4 - Q \cdot 4 = -40 \text{ kNm}$$

$$Mb_E = -40 \cdot 9 + 80 \cdot 7 - 30 \cdot 5 - 40 \cdot 3 + 70 \cdot 1 = 0$$

$$Mb_{\max} = Mb_B = 80 \text{ kNm} \Rightarrow Mb_{\max} = 80 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\delta) I_{xx} = \left(\frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} \right) - \left(\frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} \right) \Rightarrow I_{xx} = \left(\frac{200 \cdot 250^3}{12} \right) - \left(\frac{100 \cdot 150^3}{12} \right) \Rightarrow I_{xx} = 232,29 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\frac{M_{b_{\max}}}{I_{xx}} = \frac{\sigma_{\max}}{y} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_{b_{\max}} \cdot y}{I_{xx}} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{80 \cdot 10^6 \cdot 125}{232,29 \cdot 10^6} \Rightarrow \sigma_{\max} = 43,05 \text{ N/mm}^2$$

18. Χαλύβδινος δίσκος όγκου $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και ακτίνας αδράνειας 40 cm, περιστρέφεται με 300 rpm. Για να επιταχύνει ο σφόνδυλος και να φτάσει της 600 rpm ασκείται σε αυτόν ροπή στρέψης 50 Nm. Αν η πυκνότητα του χάλυβα είναι 7500 kg/m^3 και η ροπή τριβής στα έδρανα του δίσκου είναι 5 Nm, να υπολογίσετε:
- α) τον χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει ο δίσκος στις 600 rpm, (μον.4)
 β) τις περιστροφές του δίσκου για να φτάσει στις 600 rpm, (μον.4)
 γ) το παραγόμενο έργο και (μον.1)
 δ) την παραγόμενη μέγιστη ισχύ. (μον.1)

$$\alpha) m = \rho \cdot V = 7500 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \Rightarrow m = 60 \text{ kg}$$

$$I = m \cdot i^2 = 60 \cdot 0,4^2 \Rightarrow I = 9,6 \text{ kgm}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{\text{trf}} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_t - M_{\text{trf}}}{I} = \frac{50 - 5}{9,6} \Rightarrow \alpha = 4,69 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 300}{60} \Rightarrow \omega_1 = 31,4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 600}{60} \Rightarrow \omega_2 = 62,8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha} = \frac{62,8 - 31,4}{4,69} \Rightarrow t = 6,7 \text{ s}$$

$$\beta) \theta = \omega_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 31,4 \cdot 6,7 + \frac{1}{2} \cdot 4,69 \cdot 6,7^2 \Rightarrow \theta = 315,5 \text{ rad}$$

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \cdot \alpha} = \frac{62,8^2 - 31,4^2}{2 \cdot 4,69} \Rightarrow \theta = 315,5 \text{ rad}$$

$$N = \frac{\theta}{2 \cdot \pi} = \frac{315,5}{6,28} \Rightarrow N = 50,2 \text{ rev}$$

$$\gamma) W = M_t \cdot \theta = 50 \cdot 315,5 \Rightarrow W = 15775 \text{ J}$$

$$\delta) P = M_t \cdot \omega = 50 \cdot 62,8 \Rightarrow P = 3,14 \text{ kW}$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ