

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2023**

**ΜΑΘΗΜΑ** : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (400)  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ** : ΔΕΥΤΕΡΑ, 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023  
**ΩΡΑ** : 8:00 – 10:30

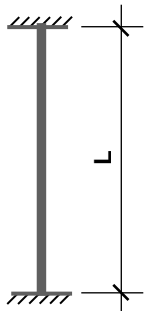
**ΛΥΣΕΙΣ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από δώδεκα (12) ασκήσεις.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες. Σύνολο σαράντα οκτώ (48) μονάδες.

1. Να υπολογίσετε το **μέγιστο (κρίσιμο) φορτίο**  $F_{κρ}$  που μπορεί να μεταφέρει το υποστύλωμα ύψους  $L = 4m$  που στηρίζεται όπως στο **Σχήμα 1**.

Δίνονται:  $E=200 \text{ kN/mm}^2$ ,  $I_x=500000\text{mm}^4$ ,  $I_y=300000\text{mm}^4$



ΣΧΗΜΑ 1

**Ροπή αδράνειας**

$$I_{ελ} = I_{yy} = 300000 \text{ mm}^4$$

**Ελεύθερο μήκος λυγισμού**

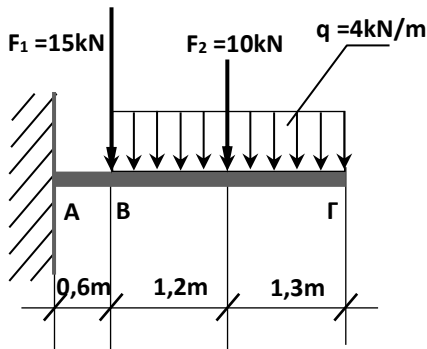
$$\ell = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 4 = 2m = 2000mm$$

**Κρίσιμο φορτίο λυγισμού**

$$F_{κρ.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{\ell^2} \Rightarrow F_{κρ.} = \frac{3,14^2 \cdot 200 \cdot 300000}{2000^2} = 148kN$$

$$\Rightarrow \underline{F_{κρ.} = 148kN}$$

2. Να υπολογίσετε το μέγεθος της ροπής κάμψης  $M_A$  που αναπτύσσεται στη στήριξη της δοκού προβόλου του **σχήματος 2**.

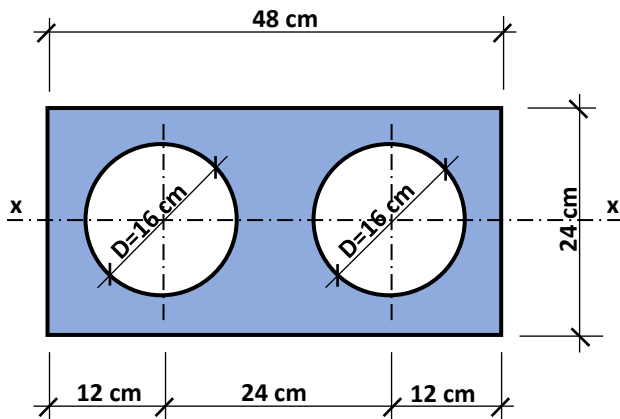


ΣΧΗΜΑ 2

$$M_A = -15 \cdot 0,6 - 10 \cdot 1,8 - 4 \cdot (1,2+1,3) \cdot (0,6+1,25) \Rightarrow$$

$$M_A = -9 - 18 - 18,5 = -45,5 \text{ kNm}$$

3. Να υπολογίσετε τη ροπή αντίστασης  $W_x$  της σύνθετης διατομής που φαίνεται στο **σχήμα 3** ως προς τον κεντροβαρικό άξονα  $x - x$ .



ΣΧΗΜΑ 3

*Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής*

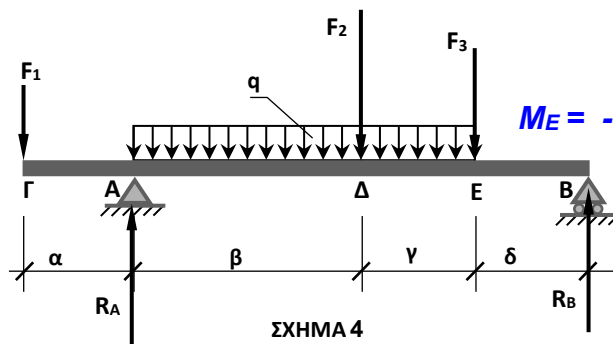
$$I_x = \frac{48 \cdot 24^3}{12} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 16^4}{64} = 55296 - 2 \cdot 3217$$

$$I_x = 48862 \text{ cm}^4$$

*Ροπή αντίστασης*

$$W_x = \frac{48862}{12} = 4072 \text{ cm}^3$$

4. Για τη δοκό του **σχήματος 4**, να γράψετε την εξίσωση για τον υπολογισμό της ροπής κάμψης στο σημείο **E** ( $M_E$ ).

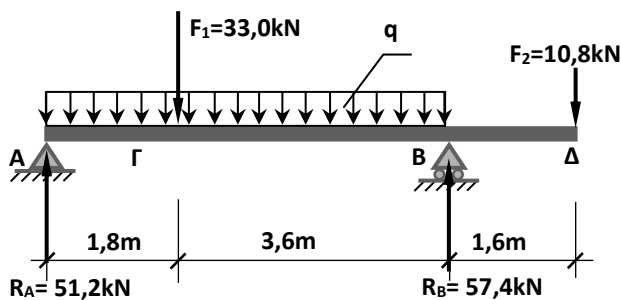


ΣΧΗΜΑ 4

$$M_E = -F_1 \cdot (\alpha + \beta + \gamma) + R_A \cdot (\beta + \gamma) - q \cdot \frac{(\beta + \gamma)^2}{2} - F_2 \cdot \gamma$$

$$\text{ή } M_E = R_B \cdot \delta$$

5. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως στο **σχήμα 5** στο οποίο δίνονται και οι αντιδράσεις. Να υπολογίσετε το μέγεθος του ομοιόμορφα κατανομμένου φορτίου  $q$  (kN/m) που καταπονεί την δοκό.



ΣΧΗΜΑ 5

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$R_A + R_B - F_1 - F_2 - q \cdot (1,8 + 3,6) = 0 \Rightarrow$$

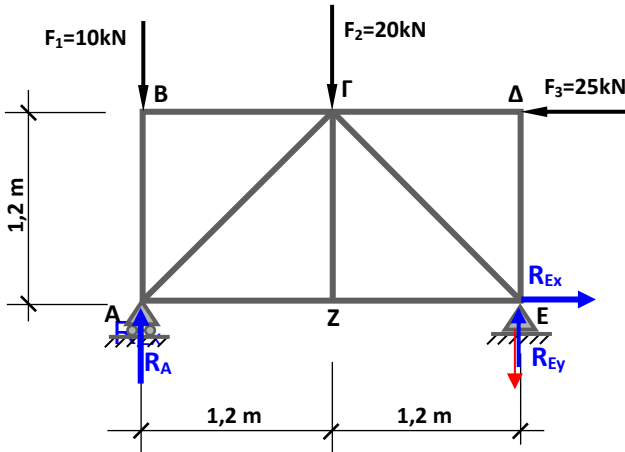
$$5,4q = 51,2 + 57,4 - 33 - 10,8 = 64,8 \Rightarrow$$

$$\underline{q = 12 \text{ kN/m}}$$

6. Για το δικτύωμα του **σχήματος 6**:

α) να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **E** και να υπολογίσετε **ΜΟΝΟΝ** την οριζόντια αντίδραση.

β) να κατονομάσετε τις τρεις ράβδους με **μηδενική** εσωτερική δύναμη.



ΣΧΗΜΑ 6

α) Αντιδράσεις

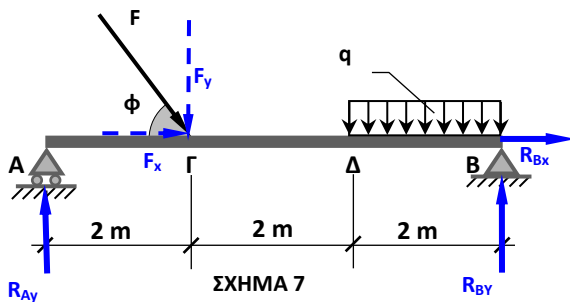
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ex} = 25 \text{ kN}$$

β) Ράβδοι με μηδενική καταπόνηση:  
Ράβδος ΒΓ, ΔΕ και ΓΖ

7. Για τη δοκό του **σχήματος 7**:

α) να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις.

β) να γράψετε την εξίσωση ισοροπίας δυνάμεων στην **κατακόρυφη** κατεύθυνση.



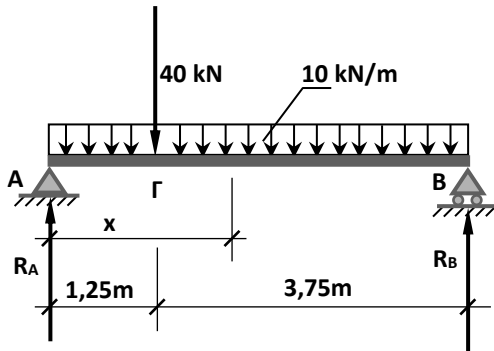
ΣΧΗΜΑ 7

$$\beta) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} + R_{By} - F_y - q \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} + R_{By} = F \cdot \eta \mu \phi + 2q$$

8. Σε δοκό που φορτίζεται όπως στο **σχήμα 8** οι αντιδράσεις είναι  $R_A = 55\text{kN}$  και  $R_B = 35\text{kN}$ .  
 Να υπολογίσετε την απόσταση  $x$  από το σημείο **A**, όπου έχω τη μεγαλύτερη ροπή κάμψης  $M_{\max}$ .



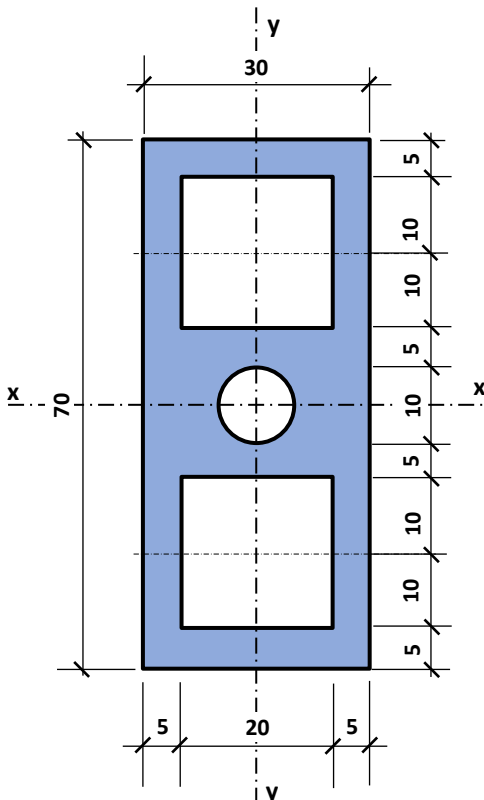
ΣΧΗΜΑ 8

Θέση μέγιστης ροπής κάμψης  $M_{\max}$ .

$$Q(x) = 0 \Rightarrow R_A - q \cdot x - 40 = 0$$

$$55 - 10 \cdot x - 40 = 0 \Rightarrow x = \frac{55-40}{10} \Rightarrow x = 1,5\text{m}$$

9. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας ως προς τον κεντροβαρικό άξονα  $x - x$ , της σύνθετης διατομής του **Σχήματος 9**. Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε cm.



ΣΧΗΜΑ 9

$$I_{xx} = 30 \cdot 70^3 / 12 - \quad (\text{ορθογώνιο } 30 \times 70)$$

$$(20 \cdot 20^3 / 12) \cdot 2 - \quad (\text{δύο τετράγωνα } 20 \times 20)$$

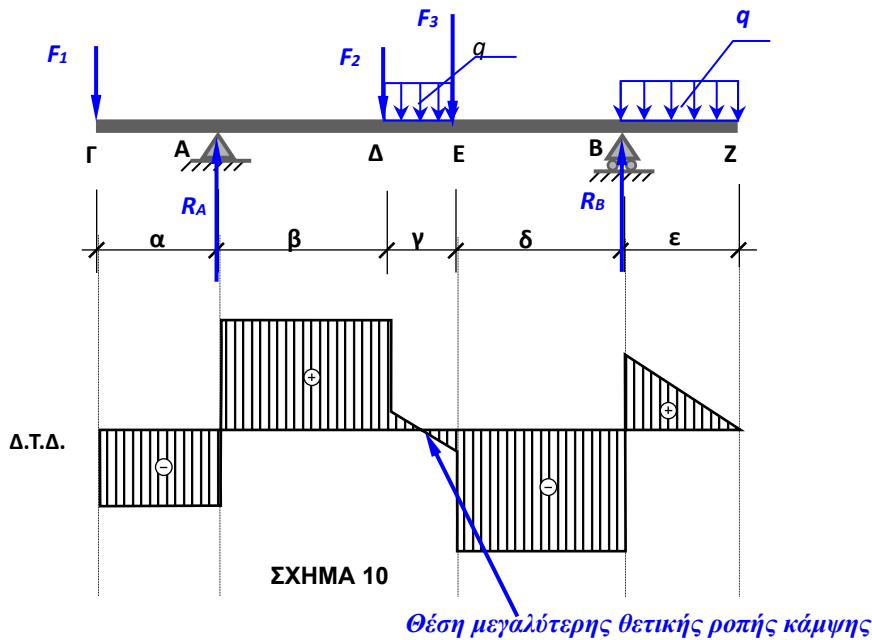
$$2 \cdot (20^2) \cdot (5+5+10)^2 - \quad (\text{Στάνιερ, δύο Τετράγωνα } A \cdot dy^2)$$

$$3,14 \cdot 10^4 / 64 \quad (\text{κύκλος } D=10)$$

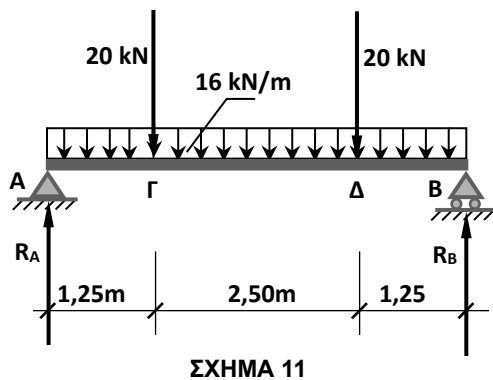
$$= 857500 - 2 \cdot 1333,3 - 490,9 - 2 \cdot 400 \cdot 20^2 = 510342 \text{ cm}^4$$

$$I_{xx} = \underline{510342 \text{ cm}^4}$$

10. Στο **σχήμα 10** δίνονται αμφιπρόεχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**).
- (α) Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο (**Δ.Τ.Δ.**)
- (β) Να σημειώσετε στο (**Δ.Τ.Δ.**) τη θέση όπου θα έχω τη μεγαλύτερη θετική ροπή κάμψης.



11. Στη δοκό που φορτίζεται όπως στο **σχήμα 11**, να υπολογίσετε την τιμή της **Τέμνουσας Δύναμης** στα δεξιά του σημείου **Δ** ( $Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta}$ ).



*Λόγω συμμετρίας  $R_A=R_B$*

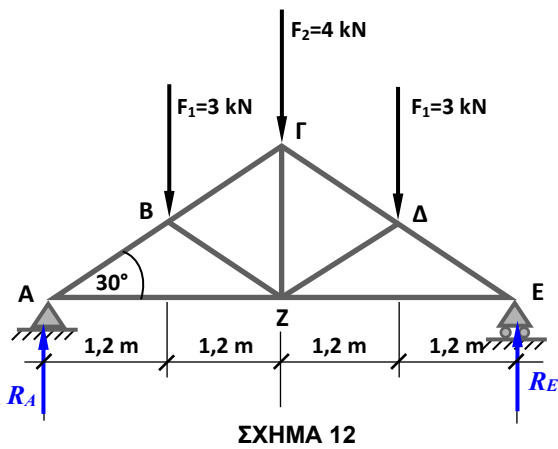
$$\Sigma F_y=0 \Rightarrow R_A+R_B-20-16\cdot 5-20=0 \Rightarrow$$

$$R_A+R_B=120 \Rightarrow R_A=R_B=120/2=60\text{kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = R_A-20-16\cdot 3,75-20 = 60-20-60-20 = -40\text{kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = -40\text{kN}$$

12. Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος καταπόνησης που αναπτύσσεται στη ράβδο **AB** του δικτυώματος του **Σχήματος 12**, με τη μέθοδο **ισορροπίας των ΚΟΜΒΩΝ**.



*Λόγω συμμετρίας*

$$R_A = R_E = (3+4+3)/2 = 5 \text{ kN}$$

*Κόμβος A*

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Rightarrow \Sigma F_y = R_{Ay} + F_{Aby} = R_{Ay} + F_{AB} \cdot \eta\mu 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow 5 + F_{AB} \cdot 0,5 = 0 \Rightarrow F_{AB} \cdot 0,5 = -5$$

$$\Rightarrow F_{AB} = -10 \text{ θλιβόμενη}$$

*Η  $F_{AB}$  είναι θλιβόμενη ράβδος*

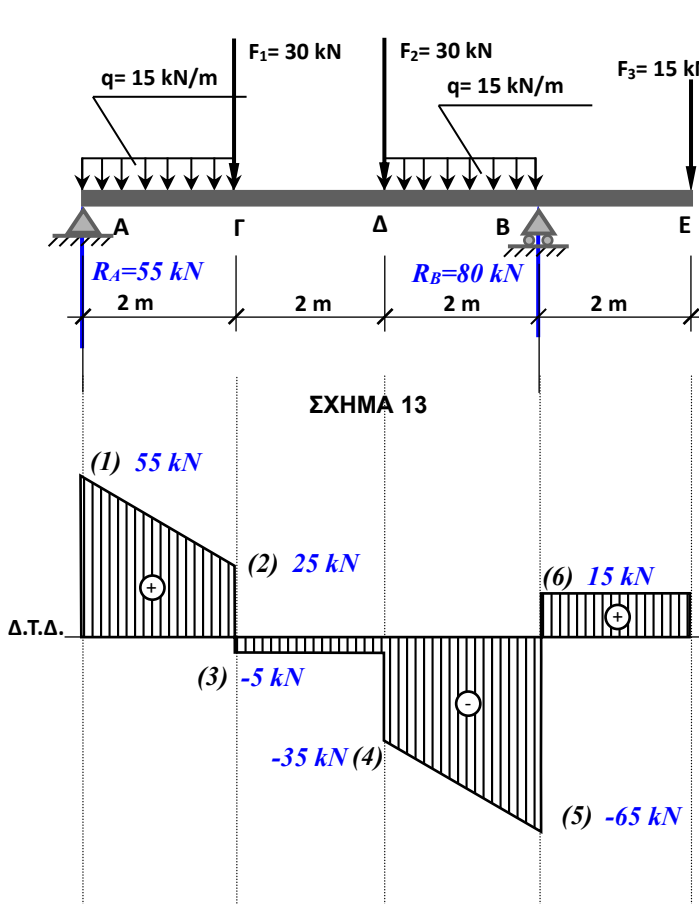
**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τέσσερις (4) ασκήσεις.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες. Σύνολο τριάντα δύο (32) μονάδες.

13. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 13**.

α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.

β) Να υπολογίσετε και να αναγράψετε στο διάγραμμα (**ΔΤΔ**) τις τιμές των **Τεμνουσών Δυνάμεων** στα σημεία **1, 2, 3, 4, 5** και **6**.



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$R_A + R_B - 2 \cdot (15 \cdot 2) - 2 \cdot (30) - 15 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A + R_B = 135 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow$$

$$-(15 \cdot 2) \cdot (1+5) - 30 \cdot (2+4) + R_B \cdot 6 - 15 \cdot 8 = 0$$

$$\Rightarrow 6R_B = -30 - 150 - 60 - 120 - 120 = -480 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_B = 80 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -R_A \cdot 6 + (15 \cdot 2) \cdot (5+1) + 30 \cdot (4+2) - 15 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow 6R_A = 150 + 30 + 120 + 60 - 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6R_A = 330 \Rightarrow R_A = 55 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$\text{Έλεγχος: } R_A + R_B = 55 + 80 = 135 \text{ kN}$$

**ΤΕΜΝΟΥΣΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ**

$$Q_A = R_A = 55 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\alpha\rho} = 55 - 15 \cdot 2 = 25 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\xi} = 25 - 30 = -5 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\alpha\rho} = -5 - 15 \cdot 2 = -35 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\xi} = -35 - 15 \cdot 2 = -65 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\alpha\rho} = -65 + 80 = 15 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\xi} = -65 + 80 = 15 \text{ kN}$$

$$Q_E^{\alpha\rho} = 15 \text{ kN}$$

$$Q_E = 15 - 15 = 0$$



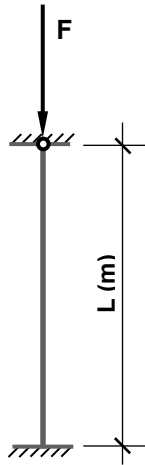
14. Να υπολογίσετε το πραγματικό μήκος χαλύβδινου στύλου που στηρίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 14α** και έχει τετραγωνική κοίλη διατομή όπως το **Σχήμα 14β**. Ο στύλος μεταφέρει με ασφάλεια αξονικό φορτίο **300 kN**. Οι διαστάσεις της διατομής δίνονται σε mm. Δίνονται:

Μέτρο ελαστικότητας

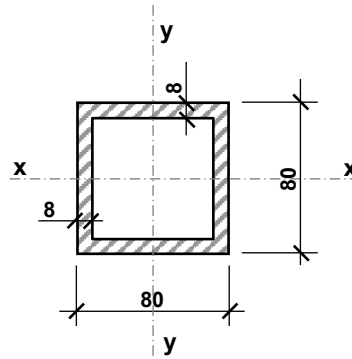
$$E = 220 \text{ kN/mm}^2$$

Συντελεστής ασφάλειας

$$\gamma = 2,5$$



ΣΧΗΜΑ 14α



ΣΧΗΜΑ 14β

*Κρίσιμο φορτίο λογισμού*

$$F_{κρ.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{\ell^2}, F_{επ.} = \frac{F_{κρ.}}{\gamma} \Rightarrow F_{κρ.} = F_{επ.} \cdot \gamma = 300 \cdot 2,5 = 750 \text{ kN}$$

*Ροπή αδράνειας*

$$I_{ελ.} = \frac{80 \cdot 80^3}{12} - \frac{64 \cdot 64^3}{12} = 3413333,33 - 1398101,3 = 2015232 \text{ mm}^4$$

*Ελεύθερο μήκος λογισμού*

$$\Rightarrow \ell^2 = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{F_{κρ.}} \Rightarrow \ell^2 = \frac{3,14^2 \cdot 220 \text{ kN/mm}^2 \cdot 2015232 \text{ mm}^4}{750 \text{ kN}} \Rightarrow$$

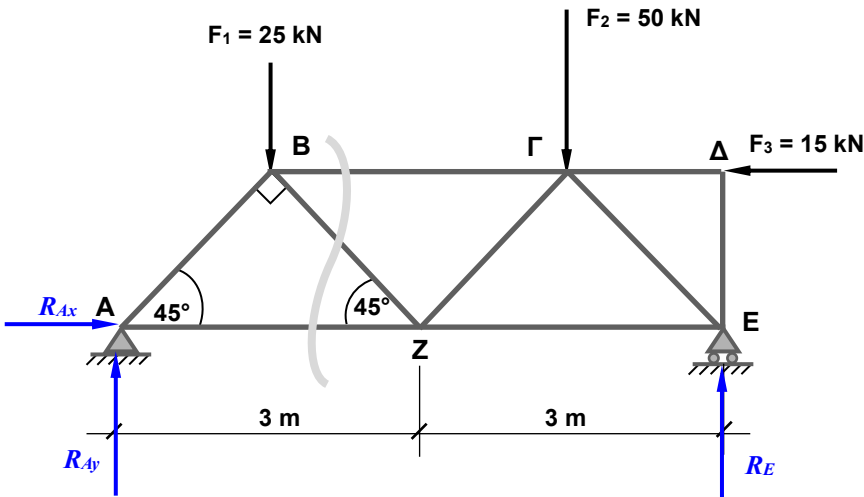
$$\ell^2 = 5834265,8 \text{ mm}^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{5834265,8} = 2415,4 \text{ mm} = 2,415 \text{ m}$$

*Πραγματικό μήκος ράβδου*

$$L = \frac{\ell}{0,7} = \frac{2,415}{0,7} = \underline{\underline{3,45 \text{ m}}}$$

15. Δίνεται δικτύωμα με διαστάσεις και φορτία όπως φαίνεται στο **Σχήμα 15**.

- Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **E**.
- Να κατονομάσετε τη ράβδο με **μηδενική** εσωτερική δύναμη.
- Να υπολογίσετε το μέγεθος και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης στις ράβδους **BΓ** και **BZ** με τη **μέθοδο των ΤΟΜΩΝ**.



ΣΧΗΜΑ 15

$$\alpha) \sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_E - 25 - 50 = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_E = 75 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} - 15 = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 15 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 25 \cdot 1,5 + 50 \cdot 4,5 - 15 \cdot 1,5 - R_E \cdot 6 = 0 \Rightarrow R_E = 40 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot 6 - 25 \cdot 4,5 - 30 \cdot 1,5 - 15 \cdot 1,5 = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 35 \text{ kN}$$

$$\text{Έλεγχος: } R_{Ay} + R_E = 35 + 40 = 75 \text{ kN}$$

*β) Μηδενική Ράβδος η ΔΕ*

*γ) Ροπές προς Κόμβο Z*

$$\sum M_Z = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot 3 - 25 \cdot 1,5 + F_{B\Gamma} \cdot 1,5 = 0$$

$$F_{B\Gamma} = -45 \text{ kN}$$

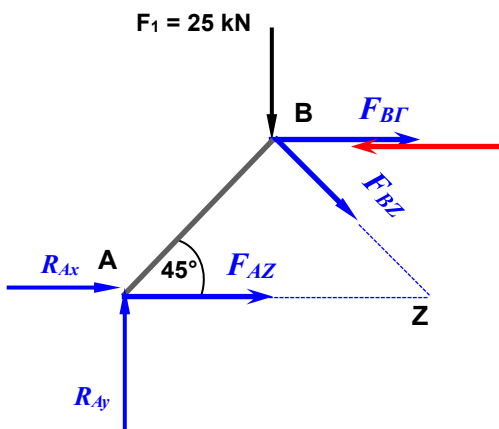
*Ράβδος BΓ Θλιβόμενη*

*Ροπές προς Κόμβο A*

*Ράβδος BZ*

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 25 \cdot 1,5 - F_{B\Gamma} \cdot 1,5 + F_{BZ} \cdot 2,12 = 0$$

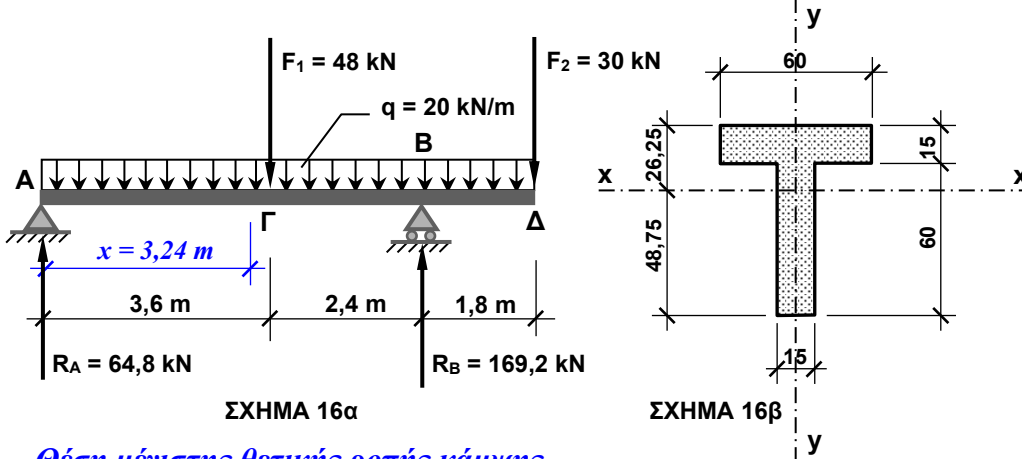
$$F_{BZ} = 14,14 \text{ kN Εφελκόμενη}$$



$$AB = \sqrt{1,5^2 + 1,5^2}$$

$$AB = 2,12 \text{ m}$$

16. Να υπολογίσετε, σε  $N/mm^2$ , τη μέγιστη τάση θλίψης και εφελκυσμού που θα αναπτυχθεί τόσο στη θέση μέγιστης θετικής ροπής όσο και στη θέση της μέγιστης αρνητικής ροπής ( $M_B$ ), στην προέχουσα δοκό που φορτίζεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 16α. Η δοκός έχει διατομή T όπως φαίνεται στο Σχήμα 16β. Δίνεται  $I_{xx}=920000 \text{ cm}^4$ . Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε  $\text{cm}$ .



Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$Q_x = 0 \Rightarrow R_A - q \cdot x = 0 \Rightarrow 64,8 - 20 \cdot x = 0 \Rightarrow x = 3,24 \text{ m}$$

$$M_{max} = 64,8 \cdot 3,24 - 20 \cdot 3,24 \cdot 1,62 = 209,952 - 324 = 104,976 \text{ kNm} \approx 105 \text{ kNm}$$

Μέγιστη αρνητική ροπή κάμψης

$$M_B = 64,8 \cdot 6 - 48 \cdot 2,4 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = 388,8 - 115,2 - 360 = 86,4 \text{ kNm} = 86,4 \text{ kNm}$$

$$(\text{ή } M_B = -30 \cdot 1,8 - 20 \cdot 1,8 \cdot 0,9 = -54 - 32,4 = 86,4 \text{ kNm})$$

Μέγιστη τάση θλίψης στην θέση  $M_{max} = 105 \text{ kNm}$  (άνω)

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{105 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 262,5 \text{ mm}}{920000 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 2,997 \text{ N/mm}^2$$

Μέγιστη τάση εφελκυσμού στην θέση  $M_{max} = 105 \text{ kNm}$  (κάτω)

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{105 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 487,5 \text{ mm}}{920000 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 5,566 \text{ N/mm}^2$$

Μέγιστη τάση θλίψης στην θέση  $M_B = 86,4 \text{ kNm}$  (κάτω)

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{86,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 487,5 \text{ mm}}{920000 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 4,580 \text{ N/mm}^2$$

Μέγιστη τάση εφελκυσμού στην θέση  $M_B = 86,4 \text{ kNm}$  (άνω)

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{86,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 262,5 \text{ mm}}{920000 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 2,466 \text{ N/mm}^2$$

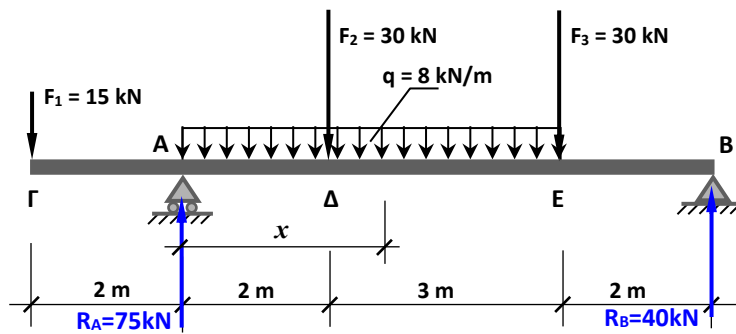
Μέγιστη τάση εφελκυσμού  $5,566 \text{ N/mm}^2$  στην θέση  $M_{max}$

Μέγιστη τάση θλίψης  $4,580 \text{ N/mm}^2$  στην θέση  $M_B$

**ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από μία (1) ερώτηση**  
 Η ερώτηση βαθμολογείται με είκοσι (20) μονάδες.

17. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 17**.

- (α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
- (β) Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **Ε**.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση **x** από το σημείο στήριξης **A**, όπου αναπτύσσεται η μέγιστη θετική ροπή κάμψης **M<sub>max</sub>**.
- (δ) Να υπολογίσετε το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M<sub>max</sub>**.
- (ε) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων **Q** και των ροπών κάμψης **M** και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **Ε**, καθώς και το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M<sub>max</sub>**.



ΣΧΗΜΑ 17

*Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \cdot 2 - 8 \cdot 5 \cdot 2,5 - 30 \cdot 2 - 30 \cdot 5 + R_B \cdot 7 = 0 \Rightarrow$$

$$7R_B = -30 + 100 + 60 + 150 \Rightarrow$$

$$7R_B = 280 \Rightarrow$$

$$R_B = \underline{40 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

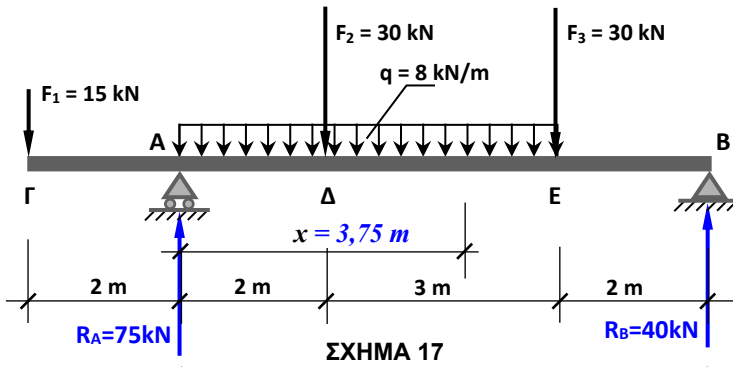
$$15 \cdot 9 - R_A \cdot 7 + 30 \cdot 5 + 8 \cdot 5 \cdot 4,5 + 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$

$$7R_A = 135 + 150 + 180 + 60 \Rightarrow$$

$$7R_A = 525 \Rightarrow$$

$$R_A = \underline{75 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος } \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 75 + 40 - 15 - 30 - 8 \cdot (3+2) - 30 = 0$$



**Τέμνουσες δυνάμεις**

$$Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\zeta} = -15 \text{ kN}$$

$$Q_A^{ap.} = -15 \text{ kN}$$

$$Q_A^{\delta\epsilon\zeta} = -15 + 75 = 60 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{ap.} = 60 - 8 \cdot 2 = 44 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = 44 - 30 = 14 \text{ kN}$$

$$Q_E^{ap.} = 14 - 8 \cdot 3 = -10 \text{ kN}$$

$$Q_E^{\delta\epsilon\zeta} = -10 - 30 = -40 \text{ kN}$$

$$Q_B^{ap.} = 40 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = 0 \text{ kN}$$

**Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης**

$$-15 + 75 - 8 \cdot x - 30 = 0$$

$$8x = 30$$

$$x = 3,75 \text{ m}$$

**Ροπές κάμψης**

$$M_{\Gamma} = 0$$

$$M_A = -15 \cdot 2 = -30 \text{ kNm}$$

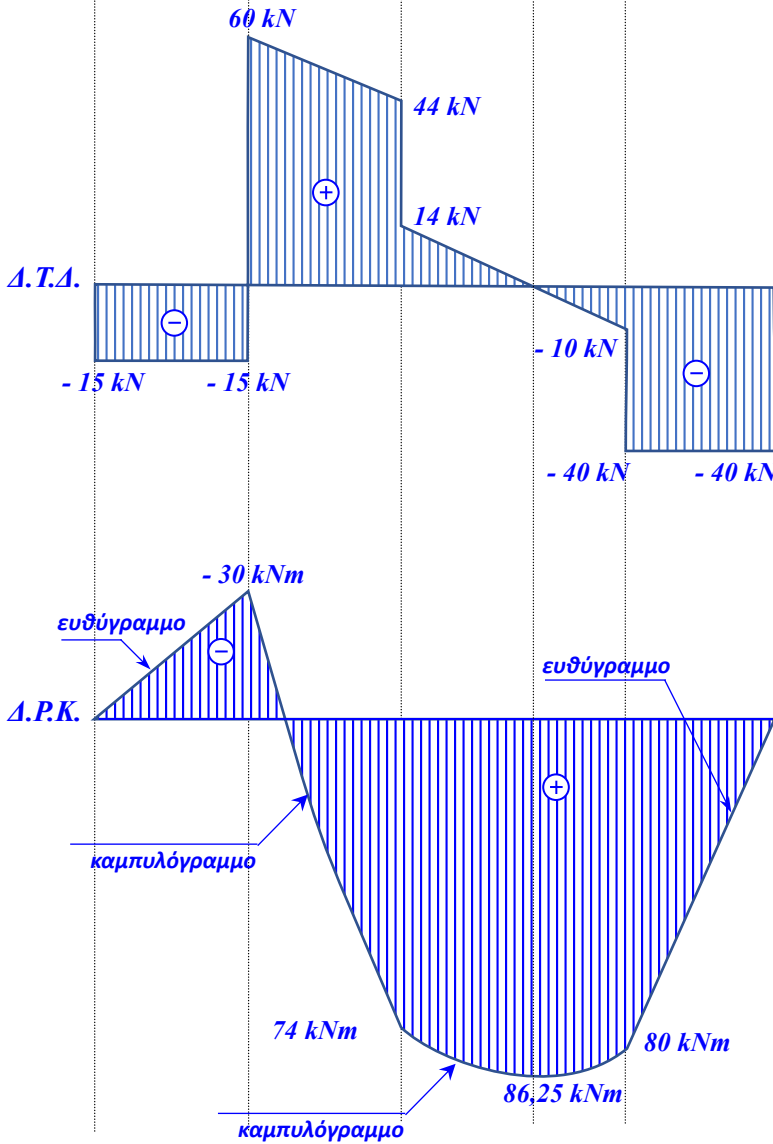
$$M_{\Delta} = -15 \cdot 4 + 75 \cdot 2 - 8 \cdot 2 \cdot 1 = -60 + 150 - 16 = 74 \text{ kNm}$$

$$M_E = -15 \cdot 7 + 75 \cdot 5 - 8 \cdot 5 \cdot 2,5 - 30 \cdot 3 = -105 + 375 - 100 - 90 = 80 \text{ kNm}$$

$$M_B = 0$$

**Μέγιστη θετική ροπή κάμψης**

$$M_{max.} = -15 \cdot (2 + 3,75) + 75 \cdot 3,75 - 8 \cdot 3,75 \cdot 1,875 - 30 \cdot 1,75 = 86,25 \text{ kNm}$$



## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

<i>Συνθήκες ισορροπίας</i>	$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma M = 0$
<i>Ροπές αδράνειας</i>	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$	$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$
<i>Θεώρημα Στάινερ</i>	$I_{x'} = I_x + A \cdot d_y^2$	$I_{y'} = I_y + A \cdot d_x^2$	
<i>Ακτίνα αδράνειας</i>	$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$	$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$	
	$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$	$i_y = \frac{b}{\sqrt{12}}$	
	$i_x = i_y = 0,25 \cdot D$	$i_x = i_y = 0,25 \cdot \sqrt{D^2 + d^2}$	
<i>Ροπές αντίστασης</i>	$W_x = \frac{I_x}{y}$	$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$	
	$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot D^3}{32}$	$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$	
<i>Απλή κάμψη</i>	$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y$	$\sigma = \frac{M}{W}$	
<i>Αυγισμός</i>	$F_{\kappa\rho} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\epsilon\lambda}}{\ell^2}$	$\lambda = \frac{\ell}{i_{\epsilon\lambda}}$	$F_{\epsilon\pi} = \frac{F_{\kappa\rho}}{\gamma}$