ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ – ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ – Α΄ ΣΕΙΡΑ

Γίνονται αποδεκτές απαντήσεις στις οποίες δίνεται ορθό αποτέλεσμα με ορθές διαδικασίες διαφορετικών τρόπων επίλυσης από τους προτεινόμενους, με αντίστοιχες μονάδες βαθμολόγησης.

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

Α1. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 - 6x - 25 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

β) $(3x_1 + 1)(3x_2 + 1)$

ΛΥΣΗ

Υπολογίζουμε το άθροισμα S και το γινόμενο P των λύσεων x_1, x_2 της πιο πάνω εξίσωσης.

$S = -\frac{\beta}{a} = \frac{6}{3} = 2 \qquad P = \frac{\gamma}{a} = -\frac{25}{3}$

2

Επομένως: α) $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a} = \frac{6}{3} = 2$ 0.5

β) $(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 9x_1x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 1$ 0.5

$= 9x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 1 = 9P + 3S + 1$ 0.5 0.5

$= 9 \cdot \left(-\frac{25}{3}\right) + 3 \cdot 2 + 1 = -75 + 6 + 1 = -68$ 0.5 0.5

Α2.

Στο πιο πάνω σχήμα παρουσιάζεται ένα αρχαίο πέτρινο γεφύρι σε σχήμα παραβολής, με τύπο $y = -0{,}12x(x - 10)$. Να υπολογίσετε:

α) το άνοιγμα ΟΑ του γεφυριού

β) το μέγιστο ύψος $K\Lambda$ του γεφυριού

ΛΥΣΗ

α) Το άνοιγμα του γεφυριού $OA = X_A - X_0$ 0.5

Άρα θα πρέπει να βρούμε τις τετμημένες των σημείων τομής της παραβολής με τον άξονα $x'x$.

$$y = -0{,}12x(x - 10)$$

0.5

Σημεία τομής με $x'x \Rightarrow y = 0$

0.5

Αρά $-0{,}12x(x-10) = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{X_A = 10\,, X_0 = 0}$ 0.5

Επομένως: $\boldsymbol{OA = 10 - 0 = 10\ \mu o\nu.}$ 0.5

β) Αφού $\alpha = -0{,}12 < 0$, η παραβολή παίρνει μέγιστη τιμή. 0.5

Το ύψος του γεφυριού $K\Lambda = y_\kappa$ είναι η μέγιστη τιμή της παραβολής η οποία βρίσκεται πάνω στον άξονα συμμετρίας

0.5

Η παραβολή $f(x) = -0{,}12x(x-10) = -0{,}12x^2 + 1{,}2x$

έχει άξονα συμμετρίας $\mathrm{x} = -\frac{\beta}{2\alpha} = \frac{1{,}2}{0{,}24} = 5$ 0.5

0.5

$$y_\kappa = f(5) = -0{,}12 \cdot 5(5-10) = -0{,}6 \cdot (-5) = 3$$

Επομένως: $\mathbf{K\Lambda = 3\ \mu o\nu.}$ 0.5

Α3. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x-3)^2}{2x^2+7x+3} < 0$

ΛΥΣΗ

Αναζητούμε τις ρίζες του αριθμητή και για ποιες τιμές δεν ορίζεται το κλάσμα.

$(x-3)^2 = 0$ οι ρίζες του αριθμητή είναι $x = 3$ διπλή ρίζα. 0,5

Ρίζες παρονομαστή

0.5 $2x^2 + 7x + 3 = 0$

$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$ 0.5

$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 5}{4} = \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$ 0.5

Αρά για $x = -3$ και $x = -\frac{1}{2}$ δεν ορίζεται το κλάσμα 2*

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{2}$		$3''$		$+\infty$
$\frac{(x-3)^2}{2x^2+7x+3}$		+	‖	−	‖	+	0	+	

Η ανίσωση $\frac{(x-3)^2}{2x^2+7x+3} < 0$ ισχύει, όταν $x \in \left(-3, -\frac{1}{2}\right)$. 1

***Σημ. 1μονάδα για την ορθή τοποθέτηση των λύσεων στον πίνακα**

1μονάδα για την ορθή τοποθέτηση των προσήμων στον πίνακα

Α4. Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(-6,2)$, $\Gamma(0,10)$. Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

β) το μήκος του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$

ΛΥΣΗ

α)$E_{AB\Gamma} = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -6 & 2 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \end{vmatrix} \right|$ 1

Εφαρμόζοντας τον κανόνα του Sarrus υπολογίζουμε την πιο πάνω ορίζουσα.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -6 & 2 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 4 \\ -6 & 2 \\ 0 & 10 \end{matrix} = 4 + 0 - 60 - 0 - 20 + 24 = -52$$ 1

Άρα $E_{AB\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot |-52| = \frac{1}{2} \cdot 52 = 26 \ \tau.\mu.$ 0.5

β) Για το μήκος του ύψους $A\Delta$ θα βρώ την απόσταση του σημείου A από την ευθεία $B\Gamma$.

$\lambda_{B\Gamma} = \frac{10-2}{0+6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ 0.5

Η ευθεία $B\Gamma$ έχει εξίσωση: 0.5

$y - 10 = \frac{4}{3}(x - 0) \Leftrightarrow 3y - 30 = 4x \Leftrightarrow 4x - 3y + 30 = 0$

0.5 $(A\Delta) = d(A, B\Gamma) = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 4 + 30|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{|26|}{5} = \frac{26}{5} \ \mu o\nu.$ 0.5

0,5

Α5. **Σε κάθε ερώτημα να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση και να το μεταφέρεται στο τετράδιο απαντήσεων.**

α) Αν οι πραγματικές λύσεις της εξίσωσης $5x^2+(3-\lambda)\chi-1=0$ είναι αντίθετες, τότε ο πραγματικός αριθμός λ είναι:

Α. $\lambda=0$ Β. $\lambda=-3$ Γ. $\lambda=3$ Δ. $\lambda<0$

Σωστή απάντηση η **Γ.** 1

β) Η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (3,5) και είναι παράλληλη με την ευθεία y=1, είναι η:

Α. $x=3$ Β. $y=3x+5$ Γ. $y=5$ Δ. $y=3$

Σωστή απάντηση η **Γ.** 1

γ) Η οξεία γωνία η οποία σχηματίζεται από τις ευθείες x=4 και $\sqrt{3}$x-3y=8 έχει μέτρο ίσο με:

Α. $\frac{\pi}{3}$ Β. $\frac{\pi}{6}$ Γ. $\frac{\pi}{4}$ Δ. $\frac{\pi}{2}$

Σωστή απάντηση η **Α.** 1

δ) Αν η ευθεία $(\lambda^2-4)x+\lambda y=\lambda+1,$, $\lambda\in\mathbb{R}$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων, τότε η τιμή του λ είναι ίση με:

Α. $\lambda=-2$ Β. $\lambda=2$ Γ. $\lambda=0$ Δ. $\lambda=-1$

Σωστή απάντηση η **Δ.** 1

ε) Αν η παραβολή $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$ έχει κορυφή $K(1,-2)$ και το τριώνυμο $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$ διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x\in R$, τότε:

Α. $\Delta>0$, $\alpha<0$, $\gamma<0$ Β. $\Delta<0$, $\alpha<0$, $\gamma<0$

Γ. $\Delta=0$, $\alpha>0$, $\gamma>0$ Δ. $\Delta<0$, $\alpha<0$, $\gamma>0$

Σωστή απάντηση η **Β.** 1

Α6 Δίνεται η εξίσωση: $(\kappa-1)x^2-2(\kappa-1)x+\kappa=0$, $\kappa\in\mathbb{R}-\{1\}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του κ, για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει δύο λύσεις πραγματικές και άνισες **(Μονάδες 2)**

β) Δίνονται $f(x)=(\kappa-1)x^2-2(\kappa-1)x+\kappa$, $\kappa<1$ και $\varphi(x)=x^2-2x+2$
Να δείξετε ότι ισχύει $f(x)\le \varphi(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$ **(Μονάδες 3)**

ΛΥΣΗ

α) Η $(\kappa-1)x^2-2(\kappa-1)x+\kappa=0$ με $\kappa\in\mathbb{R}-\{1\}$ αποτελεί εξίσωση 2ου βαθμού.

Για να έχει η εξίσωση αυτή δύο λύσεις πραγματικές και άνισες πρέπει

να ισχύει $\Delta>0$. 0.5

0.5 0.5

Τότε $\Delta>0 \Leftrightarrow 4(\kappa-1)^2-4(\kappa-1)\kappa>0 \Leftrightarrow 4\kappa^2-8\kappa+4-4\kappa^2+4\kappa>0$ 0.5

$\Leftrightarrow -4\kappa+4>0 \Leftrightarrow 4\kappa<4 \Leftrightarrow \kappa<1$

Επομένως η πιο πάνω εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες όταν $\kappa<1$.

β) Θα δείξω ότι : $f(x)\le\varphi(x)$ για κάθε $x\in R$

$\Leftrightarrow (\kappa-1)x^2-2(\kappa-1)x+\kappa\le x^2-2x+2$ με $\boldsymbol{\kappa<1}$. 1

$\Leftrightarrow (\kappa-1)x^2-2(\kappa-1)x+\kappa-x^2+2x-2\le 0$

$\Leftrightarrow (\kappa-2)x^2-2(\kappa-2)x+\kappa-2\le 0$ 1

Διαιρω και τα δυο μέλη με $\kappa-2<0$, $(\boldsymbol{\kappa<1})$ 0.5

$x^2-2x+1\ge 0 \Leftrightarrow (x-1)^2\ge 0$ Αληθεύει για κάθε $x\in R$

Αρά ο αρχικός ισχυρισμός ισχύει για κάθε $x\in R$. 0.5

Β΄ τρόπος

Η συνάρτηση με τύπο $f(x)=(\kappa-1)x^2-2(\kappa-1)x+\kappa$, $\boldsymbol{\kappa<1}$ έχει μέγιστη τιμή

αφού $\alpha=\kappa-1<0$. 0.5

Η μέγιστη αυτή τιμή βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας και είναι η τεταγμένη της κορυφής της παραβολής. 0.5

Αρά $x=-\frac{\beta}{2\alpha}=\frac{2(\kappa-1)}{2(\kappa-1)}=1 \Longrightarrow y_{max}=f(1)=\kappa-1-2\kappa+2+\kappa=1$

Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι το $f(1)=1$

$y_{max}\ge f(x)$ για κάθε $x\in R \Longrightarrow f(x)\le 1$ για κάθε $x\in R$. **(1)** 0.5

0.5

Η συνάρτηση με τύπο $\varphi(x) = x^2 - 2x + 2$ έχει ελάχιστη τιμή αφού $\alpha = 1 > 0$

Η ελάχιστη αυτή τιμή βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας και είναι η τεταγμένη της κορυφής της παραβολής.

$\varphi(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ άρα $K(1,1)$

Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης είναι το $y_{min} = \varphi(1) = 1$ 0.5

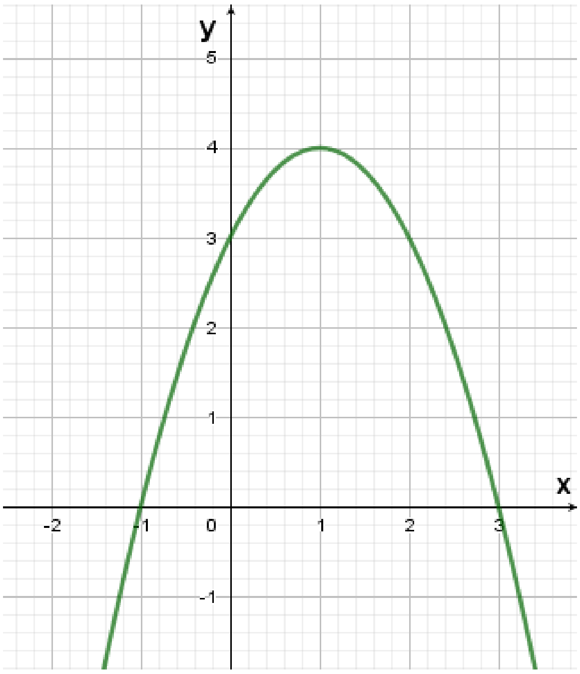
$y_{min} \leq \varphi(x)$ για κάθε $x \in R \Longrightarrow \varphi(x) \geq 1$ για κάθε $x \in R$. **(2)**

Από τις (1),(2) $\Longrightarrow$ $\varphi(x) \geq f(x)$ για κάθε $x \in R$. 0.5

Μέρος Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

Β1. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f, με τύπο
$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma \,, \alpha \neq 0.$



Με βάση το διάγραμμα να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα, **δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.**

Α. Να βρείτε:

α) το πρόσημο του α

β) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

γ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

δ) την τιμή του γ

ε) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 4$

στ) το πρόσημο της τιμης $f(2022)$

ζ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 3$ **(Μονάδες 7)**

Β. α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $h(x) = \ f(x) + 1$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = f(x-1) - 2$. **(Μονάδες 3)**

ΛΥΣΗ

0.5

Α.

α) $\alpha < 0$ (Η παραβολή έχει μέγιστη τιμή) 0.5

0.5 0.5

β) $\Delta > 0$ (Η παραβολή τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία)

0.5 **γ)** $x_1 = -1, \ \ x_2 = 3$ (Οι τετμημένες των σημείων τομής της παραβολής με τον άξονα $x'x$)

0.5

0.5

0.5 **δ)** $\gamma = 3$ (Η τεταγμένη του σημείου τομής της παραβολής με τον άξονα $y'y$)

ε) $x = 1$ (Διπλή λύση) 0.5

(Αναζητούμε τις τετμημένες εκείνων των σημείων (αν υπάρχουν) που η ευθεία $y = 4$ τέμνει την παραβολή, αυτό συμβαίνει στο $x = 1$ διπλή ρίζα - εφάπτεται) 0.5

στ) $f(2022) < 0$ 0.5

(Για $x = 2022$ η αντίστοιχη τιμή y βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$) 0.5

ζ) $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ 0.5

(Αναζητούμε τις τιμές του x για τις οποίες το μέρος της γραφικής παράστασης της f είναι κάτω από την ευθεία $y = 3$) 0.5

Β.

α) (1,5) 1

0.5

(Η αρχική κορυφή $K(1,4)$. Η γραφική παράσταση της h είναι η κατακόρυφη μετατόπιση της f προς τα πάνω κατά μία μονάδα, άρα $K'(1,5)$)

β) (2,2) 1

(Η αρχική κορυφή $K(1,4)$. Η γραφική παράσταση της g είναι η οριζόντια μετατόπιση της f προς τα δεξιά κατά μια μονάδα και η κατακόρυφη μετατόπιση της f προς τα κάτω κατά δύο μονάδες, άρα $K'(2,2)$) 0.5

Β2. Ρόμβος $ΑΒΓΔ$ έχει κορυφή $Α(2,7)$ και εξίσωση της $ΓΔ$: $6x + 7y + 14 = 0$. Η εξίσωση της μιας διαγώνιου του είναι $x - 3y = 6$. Αν $Κ$ το σημείο τομής των διαγώνιων του ρόμβου:

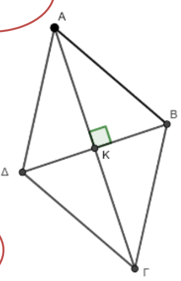
α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της άλλης διαγώνιου είναι: $y + 3x = 13$ **(Μονάδες 3)**

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών $Δ$ και $Β$ **(Μονάδες 5)**

γ) Να βρείτε το μέτρο της οξείας γωνίας $Α\hat{Γ}Δ$ **(Μονάδες 2)**

ΛΥΣΗ

Παρατηρούμε ότι το σημείο $Α(2,7)$ δεν επαληθεύει την εξίσωση της διαγωνίου $x - 3y = 6$, διότι $2 - 3 \cdot 7 \neq 6$, επομένως η διαγώνιος που έχει αυτή την εξίσωση είναι η $ΒΔ$ 1



Σημ: Διαφορετικά, 0,5μονάδα για την ορθή τοποθέτηση των δεδομένων στο σχήμα

α) $ΒΔ$: $x - 3y = 6 \Rightarrow \lambda_{ΒΔ} = \frac{1}{3}$ 0.5

Έχουμε ότι $(ΑΓ) \perp (ΒΔ)$, επομένως $\lambda_{ΑΓ} = -3$ 0.5

$\lambda_{ΑΓ} = -3$, $Α(2,7)$ 1

η εξίσωση της $(ΑΓ)$: $y - 7 = -3(x - 2) \Rightarrow \mathbf{3x + y = 13}$

β) Λύνουμε σύστημα των εξισώσεων των ΔB και $\Delta \Gamma$ για να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες του σημείου Δ: 0.5

$$\left.\begin{array}{l} x-3y=6 \\ 6x+7y=-14 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -6x+18y=-36 \\ 6x+7y=-14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 25y=-50 \Rightarrow y=-2 \\ x-3(-2)=6 \Rightarrow x=0 \end{array}$$

0.5 0.5

Επομένως: $\boxed{\boldsymbol{\Delta}(\mathbf{0},\mathbf{-2})}$ 0.5

Λύνουμε σύστημα των εξισώσεων των ΔB και $A\Gamma$ για να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες του κέντρου K:

$$\left.\begin{array}{l} x-3y=6 \\ 3x+y=13 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x-3y=6 \\ 9x+3y=39 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10x=45 \Rightarrow x=\frac{9}{2} \\ 3\cdot\frac{9}{2}+y=13 \Rightarrow y=-\frac{1}{2} \end{array}$$

0.5 0.5

Επομένως: $\boxed{\boldsymbol{K}(\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}},-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})}$ 0.5

K μέσο της διαγωνίου ΔB, άρα:

$$x_K=\frac{x_\Delta+x_B}{2} \Rightarrow \frac{9}{2}=\frac{0+x_B}{2} \Rightarrow x_B=9$$ 0.5

$$y_K=\frac{y_\Delta+y_B}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}=\frac{-2+y_B}{2} \Rightarrow y_B=2$$ 0.5

Επομένως: $\boldsymbol{B}(\mathbf{9},\mathbf{1})$ 0.5

γ) Έστω θ, η γωνία που σχηματίζεται από τις ευθείες $A\Gamma$ και $\Delta\Gamma$.

$$\varepsilon\varphi(\theta)=\frac{\lambda_{\Delta\Gamma}-\lambda_{A\Gamma}}{1+\lambda_{\Delta\Gamma}\cdot\lambda_{A\Gamma}}$$ 0.5

Άρα: $\varepsilon\varphi(\theta)=\frac{\frac{-6}{7}+3}{1+\frac{6}{7}3}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}>0 \Rightarrow \boldsymbol{A\widehat{\Gamma}\Delta} \simeq \mathbf{31}°$ 0.5

0.5 0.5

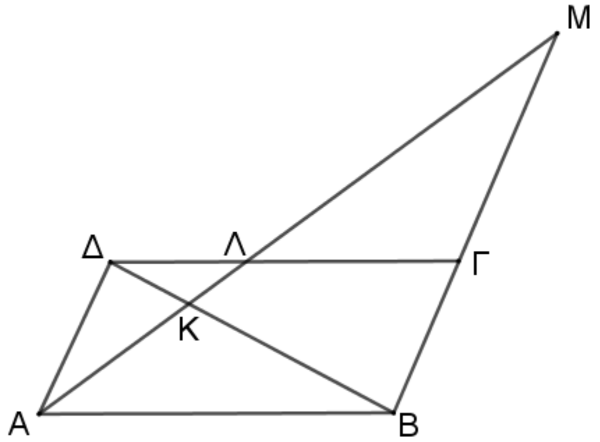
Διαφορετικά

$$\varepsilon\varphi(\varphi)=\frac{\lambda_{A\Gamma}-\lambda_{\Delta\Gamma}}{1+\lambda_{\Delta\Gamma}\cdot\lambda_{A\Gamma}}$$ 0.5

Άρα: $\varepsilon\varphi(\varphi)=\frac{-3+\frac{6}{7}}{1+\frac{6}{7}3}=\frac{-15}{25}=-\frac{3}{5}<0 \Rightarrow \hat{\varphi} \simeq 149° \Rightarrow \boldsymbol{A\widehat{\Gamma}\Delta} \approx \mathbf{31}°$ 0.5

0.5 0.5

Β3. Στο διπλανό παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ από την κορυφή Α φέρουμε μια ευθεία που τέμνει τη διαγώνιο ΒΔ στο Κ, τη ΓΔ στο Λ και την προέκταση της ΒΓ στο Μ.
Να δείξετε ότι:



α) $\frac{ΔΚ}{ΒΚ} = \frac{AK}{MK}$ **(Μονάδες 4)**

β) $\frac{ΔΚ}{ΒΚ} = \frac{ΚΛ}{ΚΑ}$ **(Μονάδες 4)**

γ) $(ΚΑ)^2 = (ΚΜ) \cdot (ΚΛ)$ **(Μονάδες 2)**

ΛΥΣΗ

1

α) Οι πλευρές της σχέσης που θέλουμε να αποδείξουμε περιέχονται στα τρίγωνα $\Delta K A$ και MKB, στα οποία έχουμε ότι:

$A\hat{\Delta}K = M\hat{B}K$ (εντός εναλλάξ γωνίες) 0.5 0.5
$\Delta\hat{K}A = M\hat{K}B$ (κατακορυφήν γωνίες) ή $\Delta\hat{A}K = K\hat{M}B$ (εντός εναλλάξ γωνίες)
Επομένως $\Delta KA \approx BKM$, αφού τα τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία.

0.5

Ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων είναι ίσος με:

1 $$\frac{\Delta K}{BK} = \frac{AK}{MK} = \frac{\Delta A}{BM} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{\Delta K}{BK} = \frac{AK}{MK}}$$ 0.5

β) Οι πλευρές της σχέσης που θέλουμε να αποδείξουμε περιέχονται στα τρίγωνα $\Delta K\Lambda$ και AKB, στα οποία έχουμε ότι: 1

0.5 0.5
$\Lambda\hat{\Delta}K = K\hat{B}A$ (εντός εναλλάξ γωνίες)
$\Delta\hat{K}\Lambda = A\hat{K}B$ (κατακορυφήν γωνίες) ή $\Delta\hat{\Lambda}K = K\hat{A}B$ (εντός εναλλάξ γωνίες)
Επομένως $\Delta K\Lambda \approx BKA$, αφού τα τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία.

0.5

Ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων είναι ίσος με:

1 $$\frac{\Delta K}{BK} = \frac{K\Lambda}{KA} = \frac{\Delta\Lambda}{AB} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{\Delta K}{BK} = \frac{K\Lambda}{KA}}$$ 0.5

γ) Από τα ερωτήματα α) και β) έχουμε ότι:

$$\frac{\Delta K}{BK} = \frac{AK}{MK} \quad \text{και} \quad \frac{\Delta K}{BK} = \frac{K\Lambda}{KA}$$

1

Προκύπτει ότι: $\frac{AK}{MK} = \frac{K\Lambda}{KA} \Rightarrow \boldsymbol{(AK)^2 = (KM).(K\Lambda)}$ 1

ΤΕΛΟΣ ΟΔΗΓΟΥ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ