ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021–22

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΤΕΤΑΡΤΗ 26 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050

<u>ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ</u>

Σημείωση: **Κατά την κρίση του διορθωτή, μπορούν να δοθούν 0,5 της μονάδας σε κάθε σημείο αξιολόγησης.**

ΜΕΡΟΣ Α΄

Α1.	Ένας μαθητής στη διάρκεια του Α΄ τετράμηνου σε επτά (7) διαγωνίσματα πήρε τους ακόλουθους βαθμούς: 15, 16, 15, 16, 17, 15, 17 Να βρείτε την επικρατούσα (χ_ε) και τη διάμεσο τιμή (χ_δ). **Λύση:** 15, 15, 15, 16, 16, 17, 17 $x_\varepsilon = 15$ (Εμφανίζεται τις περισσότερες φορές) $\chi_\delta = 16$	Σωστή σειρά αριθμών **2** χ_ε **1,5** χ_δ **1,5**
Α2.	Δίνεται κύβος με ακμή α=8cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($\mathrm{E}_{o\lambda}$) και τον όγκο του (V). **Λύση:** $E_{o\lambda} = 6\alpha^2 \Leftrightarrow E_{o\lambda} = 6\cdot 8^2 \Leftrightarrow E_{o\lambda} = 6\cdot 64 \Leftrightarrow E_{o\lambda} = 384\ \mathrm{cm}^2$ $V = \alpha^3 \Leftrightarrow V = 8^3 \Leftrightarrow V = 512\ \mathrm{cm}^3$	Σωστός τύπος $E_{o\lambda}$ **1** $\mathbf{3 \times 0,5 =}$ **1,5** Σωστός τύπος όγκου V **1** Αντικατάσταση **1** Αποτέλεσμα **0,5**

Α3.	Δίνεται το πιο κάτω ραβδόγραμμα που αφορά τα μέλη ενός συλλόγου, σύμφωνα με την επαρχία καταγωγής τους.  Με βάση το ραβδόγραμμα να βρείτε: α) Από ποια επαρχία κατάγονται τα περισσότερα μέλη. (1,5 μονάδες) β) Πόσα είναι όλα τα μέλη του συλλόγου. (2 μονάδες) γ) Ποιες επαρχίες έχουν το πολύ 50 μέλη στον σύλλογο. (1,5 μονάδες) **<u>Λύση:</u>** α) Από Λευκωσία β) Όλα τα μέλη του συλλόγου είναι: 150+250+25+50+25+75=575 γ) Το πολύ 50 μέλη έχουν οι επαρχίες Λεμεσός, Λάρνακα και Πάφος ΄	α) Λευκωσία **1,5** β) Άθροισμα **1,5** Αποτέλεσμα **0,5** γ) $3\times 0{,}5 =$ **$1{,}5$**
Α4.	Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις α, β, γ όπου α=3cm και β=6cm. Αν ο όγκος του είναι V=216cm^3, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας ($\mathrm{E}_{\text{ολ}}$). **<u>Λύση:</u>** $V = \alpha\cdot\beta\cdot\gamma \Leftrightarrow 216 = 3\cdot 6\cdot\gamma \Leftrightarrow 216 = 18\gamma \Leftrightarrow \frac{216}{18} = \frac{\cancel{18}\gamma}{\cancel{18}}$ $\Leftrightarrow \gamma = 12\mathrm{cm}$ $E_{ολ} = 2(\alpha\cdot\beta + \beta\cdot\gamma + \alpha\cdot\gamma) \Leftrightarrow E_{ολ} = 2(3\cdot 6 + 6\cdot 12 + 3\cdot 12) \Leftrightarrow$ $E_{ολ} = 2(18+72+36) \Leftrightarrow E_{ολ} = 2\cdot 126 \Leftrightarrow E_{ολ} = 252\ \mathrm{cm}^2$	Τύπος του V **1** Αντικατάσταση **1** Υπολογισμός του γ **0,5** Τύπος $E_{ολ}$ **1** Αντικατάσταση **1** Αποτέλεσμα **0,5**

Α5.	Ένα οινοποιείο έχει παράξει μία παρτίδα κρασιού σε διάστημα έξι (6) ημερών. Τις πρώτες πέντε μέρες η παραγωγή ήταν ημερησίως 47, 41, 53, 61 και 58 μπουκάλια, αντίστοιχα. Αν η μέση τιμή παραγωγής για αυτή την παρτίδα ήταν 51 μπουκάλια ημερησίως, να βρείτε πόσα μπουκάλια κρασί είχε παράξει την έκτη μέρα. **<u>Λύση:</u>** $\bar{\chi} = \frac{\sum \chi_i}{\nu}$ $51 = \frac{47+41+53+61+58+\chi}{6}$ $51 = \frac{260+\chi}{6} \Leftrightarrow 51 \cdot 6 = 260+\chi \Leftrightarrow 306 = 260+\chi$ $306-260 = \chi \Leftrightarrow \chi = 46$ Απ. Την έκτη μέρα το οινοποιείο είχε παράξει 46 μπουκάλια.	Τύπος **1** Αντικατάσταση **1** Πράξεις **2** Αποτέλεσμα **1**
Α6.	Δίνεται τετραγωνική πυραμίδα με όγκο V= 384cm^3. Αν η πλευρά της βάσης της είναι α=12cm, να υπολογίσετε: α) Το παράπλευρο ύψος (h) (3 μονάδες) β) Το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας ($E_{ολ}$). (2 μονάδες) **<u>Λύση:</u>** α) $V = \frac{E\beta \cdot \upsilon}{3} \Leftrightarrow 384 = \frac{\alpha^2 \cdot \upsilon}{3} \Leftrightarrow 384 = \frac{12^2 \cdot \upsilon}{3} \Leftrightarrow 384 = \frac{144 \cdot \upsilon}{3}$ $1152 = 144\,\upsilon \Leftrightarrow \frac{1152}{144} = \frac{\cancel{144}}{\cancel{144}} \cdot \upsilon \Leftrightarrow \upsilon = 8\mathrm{cm}$ **Π. Θ.** $h^2 = \upsilon^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$ $h^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 64+36 \Leftrightarrow h^2 = 100 \Leftrightarrow h = 10$ cm β) $E_{ολ} = E_\beta + E_\pi$ $E_{ολ} = \alpha^2 + \frac{\Pi_\beta \cdot h}{2} \Leftrightarrow E_{ολ} = \alpha^2 + \frac{4\alpha \cdot h}{2} \Leftrightarrow E_{ολ} = 12^2 + \frac{4 \cdot 12 \cdot 10}{2} \Leftrightarrow$ $E_{ολ} = 144 + 240 \Leftrightarrow E_{ολ} = 384\mathrm{cm}^2$	α) Αντικατάσταση **0,5** Πράξεις **1** Π.Θ.(Τύπος) **1** Πράξεις-Αποτέλεσμα **0,5** β) Τύποι – Αντικατάσταση **1** Πράξεις **0,5** Αποτέλεσμα **0,5**

ΜΕΡΟΣ Β΄

Β1. Δίνεται πίνακας με τις μέρες των αδειών 30 υπαλλήλων σε ένα ξενοδοχείο τον μήνα Αύγουστο.

Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση 2 δεκαδικών ψηφίων:

α) Τη μέση τιμή $(\bar{\chi})$.

β) Την τυπική απόκλιση (σ).

Αριθμός ημερών (x_i)	**Αριθμός υπαλλήλων (f_i)**
0	2
1	10
2	8
3	6
4	4

<u>Λύση:</u>

Αριθμός ημερών (x_i)	Αριθμός εργαζομένων (f_i)	$\mathbf{f_i \cdot \chi_\iota}$	$(\boldsymbol{\chi_i - \bar{\chi}})^2$	$\mathbf{f_i}(\boldsymbol{\chi_i - \bar{\chi}})^2$
0	2	0	$(0-2)^2 = 4$	$2 \cdot 4 = 8$
1	10	10	$(1-2)^2 = 1$	$10 \cdot 1 = 10$
2	8	16	$(2-2)^2 = 0$	$8 \cdot 0 = 0$
3	6	18	$(3-2)^2 = 1$	$6 \cdot 1 = 6$
4	4	16	$(4-2)^2 = 4$	$4 \cdot 4 = 16$
	$\mathbf{\Sigma f_i = 30}$	$\mathbf{\Sigma f_i \cdot \chi_\iota = 60}$		$\mathbf{\Sigma f_i}(\boldsymbol{\chi_i - \bar{\chi}})^2 \mathbf{= 40}$

α) $\bar{\chi} = \frac{\Sigma f_i \cdot \chi_i}{\Sigma f_i} \Leftrightarrow \bar{\chi} = \frac{60}{30} = 2$

β) $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i (\chi_i - \bar{\chi})^2}{\Sigma f_I}} = \sqrt{\frac{40}{30}} = \sqrt{1{,}33} \approx 1{,}15$

Στήλη $f_i \cdot \chi_\iota$ **2**

$\Sigma f_i \cdot \chi_\iota$ **1**

Στήλη $f_i(\chi_i - \bar{\chi})^2$ **2**

$\Sigma f_i(\chi_i - \bar{\chi})^2$ **1**

α) Τύπος $\bar{\chi}$ **1**

Αντικατάσταση και Αποτέλεσμα **1**

β)

Αντικατάσταση **1**

Αποτέλεσμα **1**

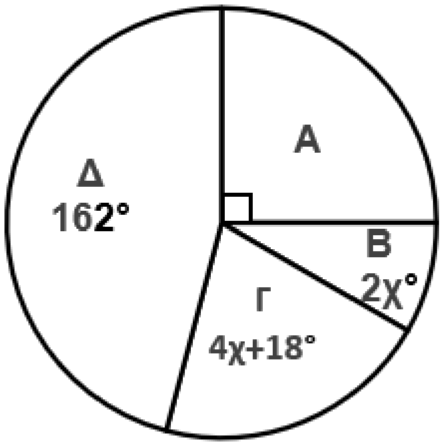
Β2. Πιο κάτω δίνεται κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, το οποίο παρουσιάζει τους τρόπους ανακύκλωσης που χρησιμοποίησε μια εταιρεία μια μέρα.

Α : Πλαστικό που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 90 μοιρών.

Β: Γυαλί που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 2χ μοιρών.

Γ: Κομποστοποίηση που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 4χ+18 μοιρών.

Δ: Χαρτί που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 162 μοιρών.



Αν χρησιμοποιήθηκαν 1440kg για όλα τα είδη ανακύκλωσης, να βρείτε:

α) Πόσα κιλά πλαστικού ανακυκλώθηκαν. (2,5 μονάδες)

β) Το ποσοστό (%) χαρτιού που ανακυκλώθηκε. (2,5 μονάδες)

γ) Πόσα κιλά γυαλιού ανακυκλώθηκαν. (5 μονάδες)

__Λύση:__

α) 90 360

χ 1440

$360 \cdot \chi = 90 \cdot 1440$

$360 \cdot \chi = 129600$

χ= 360kg Ανακυκλώθηκαν 360 κιλά πλαστικό

β) 162 360

χ 100

$360 \cdot \chi = 162 \cdot 100$

$360 \cdot \chi = 16200$

χ=45%

Απ. Το ποσοστό χαρτιού που ανακυκλώθηκε είναι 45%

γ) $162^{\circ} + 90^{\circ} + 2\chi + 4\chi + 18^{\circ} = 360^{\circ} \Leftrightarrow 6\chi + 270^{\circ} = 360^{\circ} \Leftrightarrow$

$6\chi = 360^{\circ} - 270^{\circ} \Leftrightarrow 6\chi = 90 \Leftrightarrow \frac{\cancel{6}\chi}{\cancel{6}} = \frac{90}{6} \Leftrightarrow \chi = 15^{\circ}$

Άρα $2\chi = 2 \cdot 15^{\circ} \Leftrightarrow 2\chi = 30^{\circ}$

30° 360°

χ 1440

$30 \cdot 1440 = \chi \cdot 360 \Leftrightarrow 43200 = 360 \cdot \chi \Leftrightarrow \frac{\cancel{360}\cdot\chi}{\cancel{360}} = \frac{43200}{360} \Leftrightarrow \chi = 120\text{kg}$

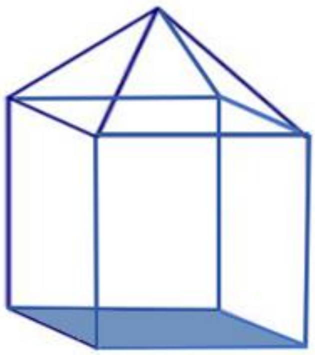
α) Αναλογία	**1**
Πράξεις	**1**
Αποτέλεσμα	**0,5**
β) Αναλογία	**1**
Πράξεις	**1**
Αποτέλεσμα	**0,5**
γ) Σχέση γωνιών	**1**
Πράξεις	**1**
Αποτέλεσμα	**0,5**
Υπολογισμ. 2χ	**0,5**
Αναλογία	**1**
Πράξεις	**0,5**
Αποτέλεσμα	**0,5**

Β3. Γιώργος αγόρασε ένα κουτί με σοκολατάκια, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το κουτί αποτελείται από έναν κύβο και μία τετραγωνική πυραμίδα. Ο συνολικός όγκος του κουτιού είναι V= 4608cm^3 και η ακμή της βάσης του είναι α= 16cm.

Να υπολογίσετε :

α) Το ύψος (υ) που έχει η πυραμίδα.

β) Το εμβαδόν ολικής επιφάνειας($Ε_{ολ}$) του κουτιού.



Λύση:

α) $\mathrm{V}_{ολ} = \mathrm{V}_{πυραμίδας} + \mathrm{V}_{κύβου}$

$4608 = \frac{\mathrm{Eβ} \cdot υ}{3} + α^3$

$4608 = \frac{α^2 \cdot υ}{3} + α^3$

$4608 = \frac{16^2 \cdot υ}{3} + 16^3$

$4608 = \frac{256 \cdot υ}{3} + 4096$

$4608 - 4096 = \frac{256 \cdot υ}{3}$

$\frac{256 \cdot υ}{3} = 512 \Leftrightarrow 256 \cdot υ = 3 \cdot 512 \Leftrightarrow 256 \cdot υ = 1536 \Leftrightarrow$

$υ = 6cm$

β) **Π. Θ.** $h^2 = \left(\frac{α}{2}\right)^2 + υ^2$

$h^2 = 8^2 + 6^2$

$h^2 = 64 + 36$

h= 10 cm

$\mathrm{E}_{ολ} = 5α^2 + \mathrm{E}_{π(πυραμίδας)}$

$\mathrm{E}_{ολ} = 5α^2 + \frac{4α \cdot h}{2}$

$\mathrm{E}_{ολ} = 5 \cdot 16^2 + \frac{4 \cdot 16 \cdot 10}{2}$

$\mathrm{E}_{ολ} = 1280 + 320$

$\mathrm{E}_{ολ} = 1600\mathrm{cm}^2$

α)Σχέση Όγκων	1
Αντικαταστάσεις	
Πυραμίδας	1
Κύβος	1
Πράξεις	1
Αποτέλεσμα	1
β) Σχέση Π.Θ.	1
Υπολογισμός h	1
Σχέση εμβαδού	1
Αντικατάσταση	1
Πράξεις	0,5
Αποτέλεσμα	0,5