

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (I) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

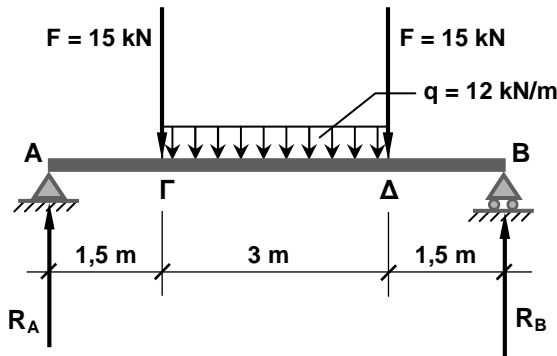
ΜΑΘΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (106)
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΠΕΜΠΤΗ, 26 ΜΑΪΟΥ 2016
ΩΡΑ : 8:00 – 10:30

ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 12 ερωτήσεις

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 4 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε την τέμνουσα δύναμη αριστερά του σημείου Δ (Q_{Δ}^{op}), για τη δοκό που σας δίνεται στο Σχήμα 1.



ΣΧΗΜΑ 1

Λόγω συμμετρίας

$$R_A = R_B = \frac{15 + 12 \cdot 3 + 15}{2}$$

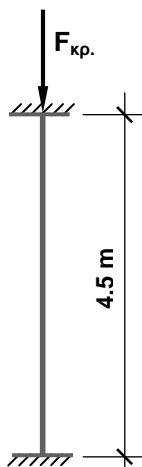
$$R_A = R_B = \frac{66}{2} = 33 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{op} = R_A - F - q \cdot 3 = 33 - 15 - 12 \cdot 3 = \underline{\underline{-18 \text{ kN}}}$$

2. Ράβδος ορθογωνικής διατομής με πραγματικό μήκος $L = 4,5 \text{ m}$ στηρίζεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Να υπολογίσετε το μέγιστο (κρίσιμο) φορτίο που μπορεί να μεταφέρει χωρίς να εκδηλώνεται σε αυτή λυγισμός.

Δίνονται:

$$E = 190 \text{ kN/mm}^2, I_x = 1920000 \text{ mm}^4, I_y = 847000 \text{ mm}^4$$



ΣΧΗΜΑ 2

Ελεύθερο μήκος λυγισμού

$$\ell = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 4,5 = 2,25 \text{ m} = 2,25 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

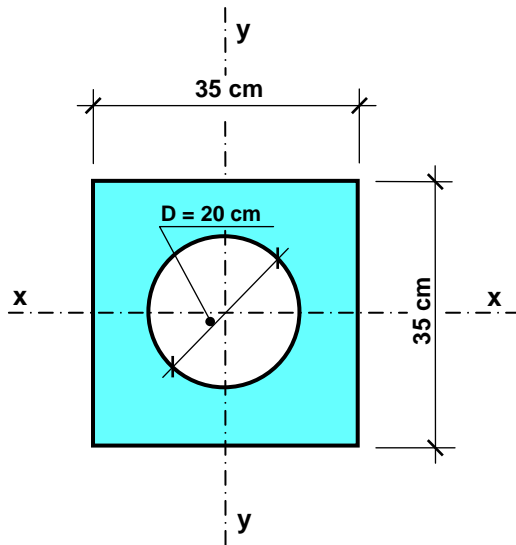
Κρίσιμο φορτίο λυγισμού

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 E I_{ελ.}}{\ell^2}$$

$$F_{kp} = \frac{3,14^2 \cdot 190 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 847000 \text{ mm}^4}{(2,25 \cdot 10^3 \text{ mm})^2}$$

$$F_{kp} = 313423,29 \text{ N} = \underline{\underline{313,42 \text{ kN}}}$$

3. Να υπολογίσετε τη ροπή αντίστασης, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $x - x$ της σύνθετης διατομής, που φαίνεται στο σχήμα 3.



ΣΧΗΜΑ 3

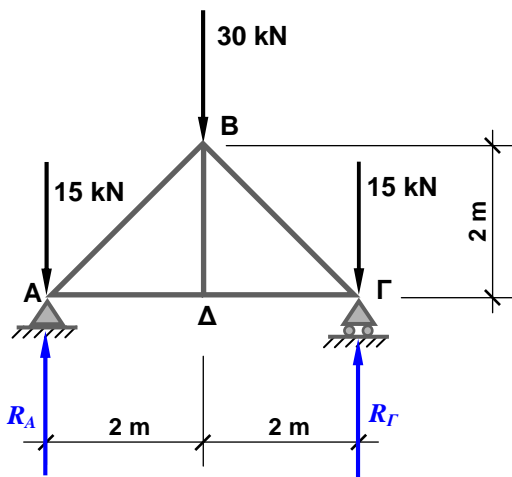
$$I_{x-x} = \frac{35 \cdot 35^3}{12} - \frac{3,14 \cdot 20^4}{64}$$

$$I_{x-x} = \frac{1500625}{12} - \frac{502400}{64}$$

$$I_{x-x} = 125052,08 - 7850 = 117202,08 \text{ cm}^4$$

$$W = \frac{I}{y} = \frac{117202,08}{17,5} = \underline{\underline{6697,26 \text{ cm}^3}}$$

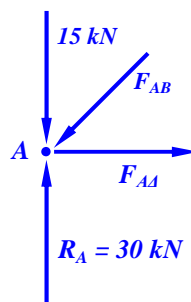
4. Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης που αναπτύσσεται στη ράβδο **AB** του δικτυώματος του Σχήματος 4.



ΣΧΗΜΑ 4

Λόγω συμμετρίας $R_A = R_\Gamma = \frac{15 + 30 + 15}{2} = 30 \text{ kN}$

Κόμβος A



$$\Sigma F_y = 0$$

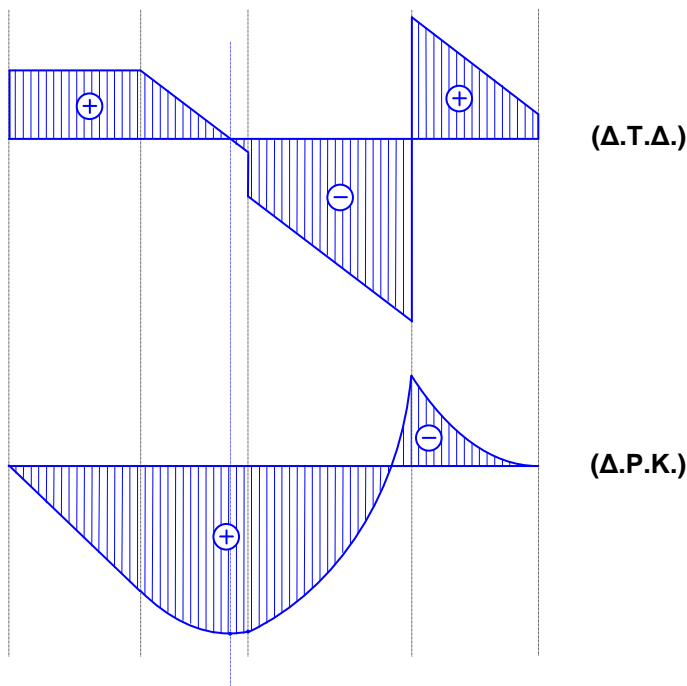
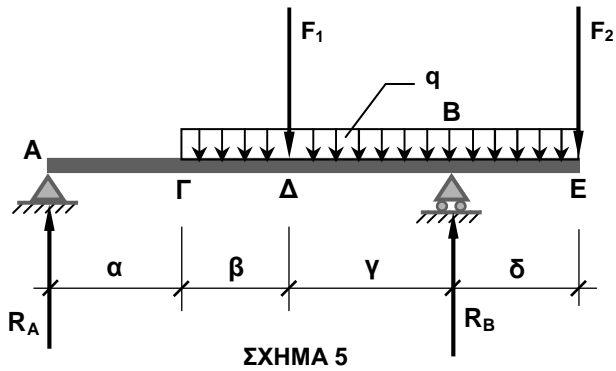
$$R_A - 15 - F_{AB} \cdot \eta\mu 45^\circ = 0$$

$$30 - 15 - F_{AB} \cdot 0,707 = 0$$

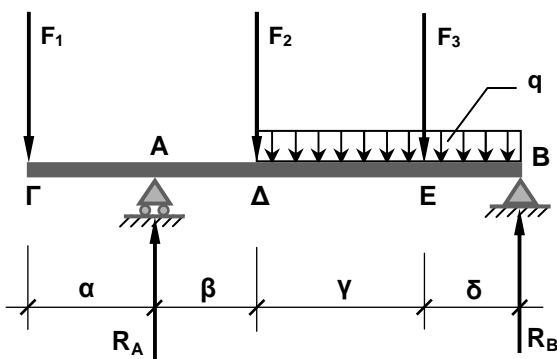
$$\underline{\underline{F_{AB} = 21,22 \text{ kN}}}$$

θλιβόμενη

5. Αμφιέρειστη δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 5. Να σχεδιάσετε μια πιθανή μορφή των διαγραμμάτων των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**) και των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**) της δοκού.

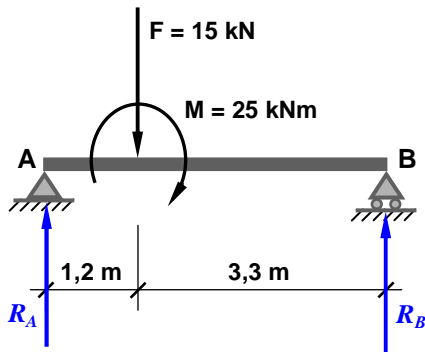


6. Για τη δοκό του Σχήματος 6, να γράψετε την εξίσωση για τον υπολογισμό της ροπής κάμψης στο σημείο **E** (M_E).



$$M_E = -F_1 \cdot (\alpha + \beta + \gamma) + R_A \cdot (\beta + \gamma) - F_2 \cdot \gamma - q \cdot \gamma \cdot \frac{\gamma}{2}$$

7. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις που αναπτύσσονται στις στηρίξεις της δοκού του Σχήματος 7.



ΣΧΗΜΑ 7

$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \cdot 1,2 + 25 - R_B \cdot 4,5 = 0$$

$$4,5R_B = 43 \rightarrow R_B = \underline{9,56 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 4,5 + 25 - 15 \cdot 3,3 = 0$$

$$4,5R_A = 24,5 \rightarrow R_A = \underline{5,44 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος: } \Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B - 15 = 0$$

$$5,44 + 9,56 - 15 = 0$$

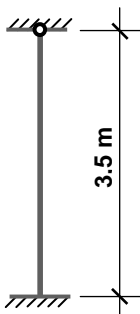
.....

.....

.....

.....

8. Να υπολογίσετε τη λυγρότητα της ράβδου του Σχήματος 8. Η ράβδος έχει κυκλική διατομή με διάμετρο $D = 8 \text{ cm}$.



ΣΧΗΜΑ 8

Ελεύθερο μήκος λογισμού

$$\ell = 0,7 \cdot L = 0,7 \cdot 3,5 = 2,45 \text{ m}$$

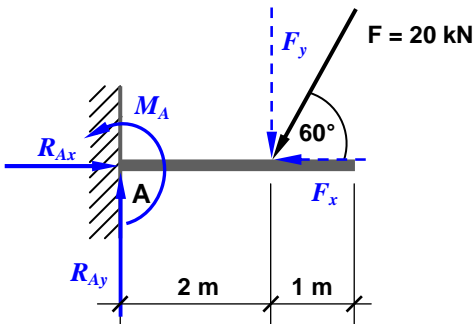
Ακτίνα αδράνειας

$$i_x = i_y = 0,25D = 0,25 \cdot 8 = 2 \text{ cm}$$

Λυγρότητα

$$\lambda = \frac{\ell}{i} = \frac{245 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = \underline{122,5}$$

9. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις που αναπτύσσονται στη στήριξη της δοκού πρόβολου του Σχήματος 9.



ΣΧΗΜΑ 9

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ kN}$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu 60^\circ = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} - F_x = 0 \quad R_{Ax} - 10 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ax} = 10 \text{ kN}}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} - F_y = 0 \quad R_{Ay} - 17,32 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ay} = 17,32 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-M_A + F_y \cdot 2 = 0$$

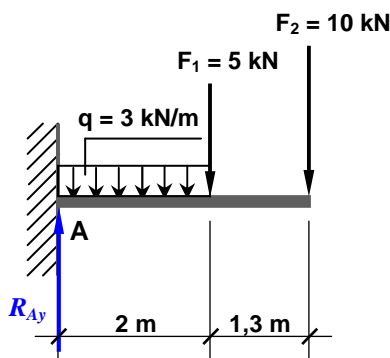
$$-M_A + 17,32 \cdot 2 = 0$$

$$\underline{M_A = 34,64 \text{ kNm}}$$

10. Στο Σχήμα 10 δίνεται δοκός πρόβολος με τα φορτία της και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων (Δ.Τ.Δ.).

(α) Να υπολογίσετε την κατακόρυφη αντίδραση R_{Ay} .

(β) Να υπολογίσετε και να αναγράψετε στο διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων τις τιμές τους στα σημεία (1), (2), (3) και (4).



Υπολογισμός αντίδρασης

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} - 3 \cdot 2 - 5 - 10 = 0$$

$$\underline{R_A = 21 \text{ kN}}$$

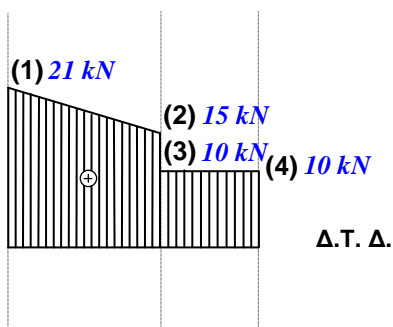
Τέμνουσες δυνάμεις

$$Q_1 = R_{Ay} = \underline{21 \text{ kN}}$$

$$Q_2 = R_{Ay} - q \cdot 2 = 21 - 3 \cdot 2 = \underline{15 \text{ kN}}$$

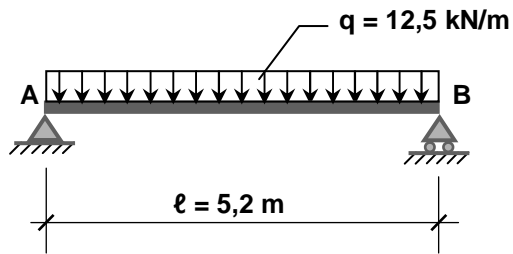
$$Q_3 = R_{Ay} - q \cdot 2 - F_1 = 21 - 3 \cdot 2 - 5 = \underline{10 \text{ kN}}$$

$$Q_4 = Q_3 = \underline{10 \text{ kN}}$$



ΣΧΗΜΑ 10

11. Η αμφιέρειστη δοκός του Σχήματος 11 φορτίζεται με συνεχές ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $q = 12,5 \text{ kN/m}$ σε όλο το μήκος της $\ell = 5,2 \text{ m}$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης που αναπτύσσεται στη διατομή της, όταν δίνεται η ροπή αντίστασης $W = 333 \text{ cm}^3$.



ΣΧΗΜΑ 11

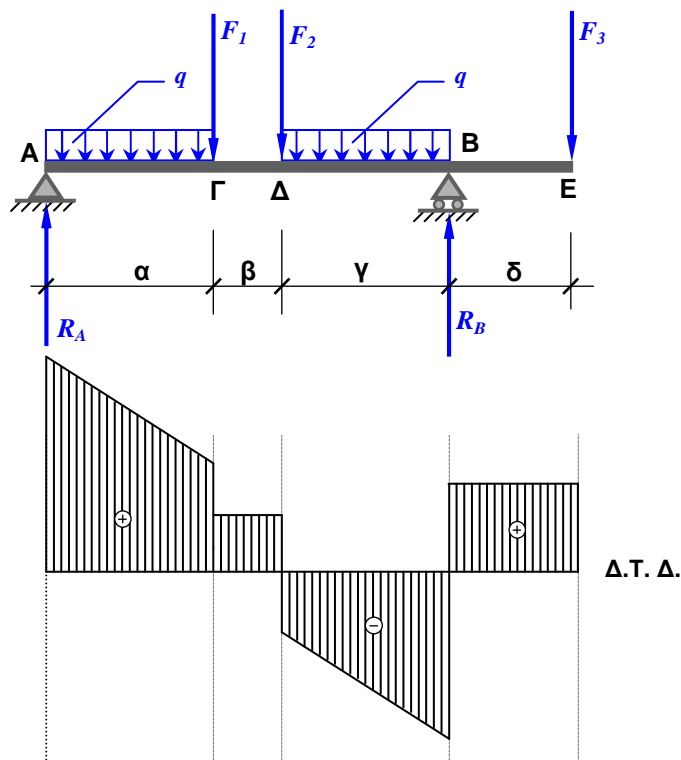
Μέγιστη ροπή κάμψης

$$M_{max} = \frac{q\ell^2}{8} = \frac{12,5 \cdot 5,2^2}{8} = \underline{42,25 \text{ kNm}}$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{42,25 \text{ kNm}}{333 \text{ cm}^3} = \frac{42,25 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10^3 \text{ mm}}{333 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}$$

$$\underline{\sigma = 126,88 \text{ N/mm}^2}$$

12. Στο Σχήμα 12 δίνονται η προέχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος τεμνουσών δυνάμεων ($\Delta.Τ.Δ.$). Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο $\Delta.Τ.Δ.$



ΣΧΗΜΑ 12

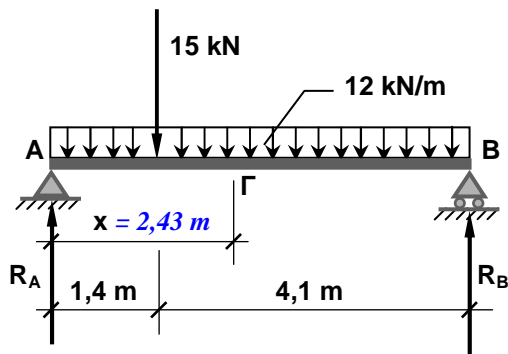
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 4 ερωτήσεις

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 8 μονάδες.

13. Για τη δοκό που φαίνεται στο Σχήμα 13 να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις R_A και R_B
- (β) την απόσταση (x) του σημείου Γ από τη στήριξη A , στο οποίο η τέμνουσα δύναμη έχει μηδενική τιμή
- (γ) τη μέγιστη ροπή κάμψης M_{max} .



ΣΧΗΜΑ 13

Υπολογισμός αντιδράσεων:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \cdot 1,4 + 12 \cdot 5,5 \cdot 2,75 - R_B \cdot 5,5 = 0$$

$$21 + 181,5 - 5,5R_B = 0$$

$$5,5R_B = 202,5$$

$$\underline{R_B = 36,82 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 5,5 - 15 \cdot 4,1 - 12 \cdot 5,5 \cdot 2,75 = 0$$

$$5,5R_A - 61,5 - 181,5 = 0$$

$$5,5R_A = 243$$

$$\underline{R_A = 44,18 \text{ kN}}$$

Έλεγχος

$$\Sigma F_y = 0$$

$$44,18 + 36,82 - 15 - 12 \cdot 5,5 = 0$$

Απόσταση x του σημείου Γ από τη στήριξη A

$$Q_\Gamma = 0 \rightarrow R_A - 15 - 12 \cdot x = 0$$

$$44,18 - 15 - 12x = 0$$

$$29,18 = 12x$$

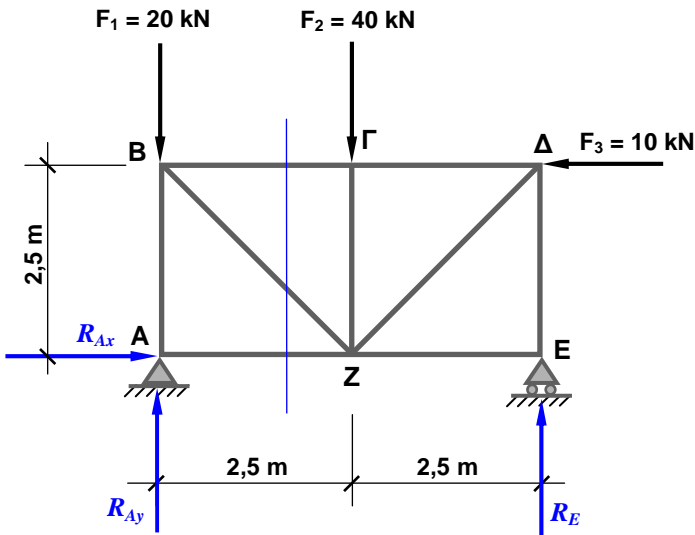
$$\underline{x = 2,43 \text{ m}}$$

Μέγιστη ροπή κάμψης

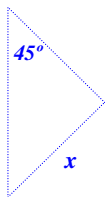
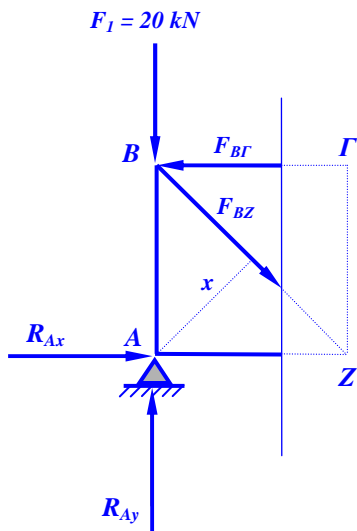
$$M_{max} = 44,18 \cdot 2,43 - 15(2,43 - 1,4) - 12 \cdot 2,43 \cdot 1,215 = 107,36 - 15,45 - 35,43 = \underline{56,48 \text{ kNm}}$$

14. Δίνεται δικτύωμα με διαστάσεις και φορτία όπως φαίνεται στο Σχήμα 14.

- (α) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **E**.
 (β) Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης στις ράβδους **BΓ** και **BZ** με τη μέθοδο των τομών.
 (γ) Να κατονομάσετε τη ράβδο με μηδενική εσωτερική δύναμη.



ΣΧΗΜΑ 14



$$\eta\mu 45^\circ = \frac{x}{2,5}$$

$$x = 1,77 \text{ m}$$

Η ράβδος με μηδενική εσωτερική δύναμη είναι η ZE.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} - F_3 = 0 \quad R_{Ax} - 10 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ax} = 10 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_2 \cdot 2,5 - F_3 \cdot 2,5 - R_E \cdot 5 = 0$$

$$40 \cdot 2,5 - 10 \cdot 2,5 - R_E \cdot 5 = 0$$

$$100 - 25 - 5R_E = 0$$

$$\underline{R_E = 15 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 5 - F_1 \cdot 5 - F_2 \cdot 2,5 - F_3 \cdot 2,5 = 0$$

$$5R_{Ay} - 20 \cdot 5 - 40 \cdot 2,5 - 10 \cdot 2,5 = 0$$

$$5R_{Ay} - 100 - 100 - 25 = 0$$

$$\underline{R_{Ay} = 45 \text{ kN}}$$

Έλεγχος:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} + R_E - F_1 - F_2 = 0$$

$$45 + 15 - 20 - 40 = 0$$

Ράβδος BΓ

$$\Sigma M_Z = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 2,5 - F_1 \cdot 2,5 - F_{B\Gamma} \cdot 2,5 = 0$$

$$45 \cdot 2,5 - 20 \cdot 2,5 - F_{B\Gamma} \cdot 2,5 = 0$$

$$\underline{F_{B\Gamma} = 25 \text{ kN} \rightarrow \text{θλιβόμενη}}$$

Ράβδος BZ

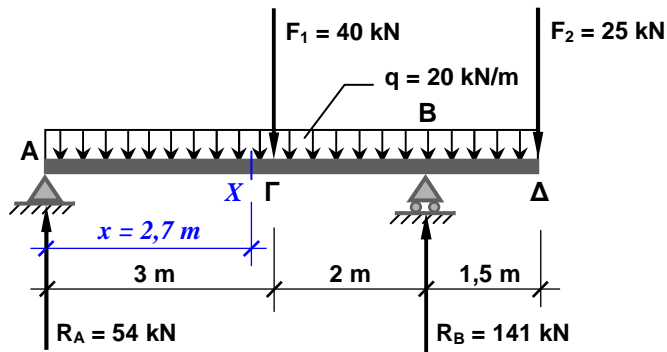
$$\Sigma M_A = 0$$

$$-F_{B\Gamma} \cdot 2,5 + F_{BZ} \cdot x = 0$$

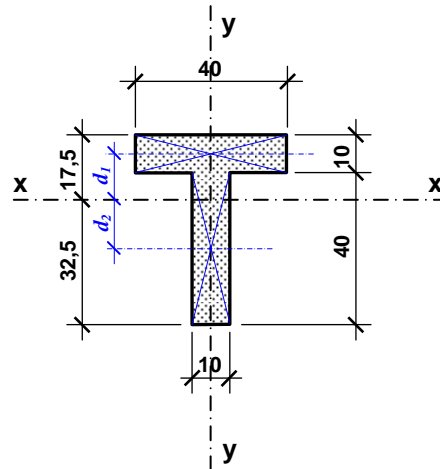
$$-25 \cdot 2,5 + F_{BZ} \cdot 1,77 = 0$$

$$\underline{F_{BZ} = 35,31 \text{ kN} \rightarrow \text{εφελκόμενη}}$$

15. Να υπολογίσετε, σε N/mm^2 , τη μέγιστη τάση θλίψης και εφελκυσμού που θα αναπτυχθεί στην προέχουσα δοκό που φορτίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 15 α και που έχει διατομή T όπως φαίνεται στο Σχήμα 15 β. Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε cm.



ΣΧΗΜΑ 15 α



ΣΧΗΜΑ 15 β

Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$Q_x = 0 \rightarrow R_A - q \cdot x = 0$$

$$54 - 20 \cdot x = 0 \rightarrow x = 2,7 \text{ m}$$

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης

$$M_{max} = 54 \cdot 2,7 - 20 \cdot 2,7 \cdot 1,35 = 72,9 \text{ kNm}$$

Μέγιστη αρνητική ροπή κάμψης

$$M_B = 54 \cdot 5 - 40 \cdot 2 - 20 \cdot 5 \cdot 2,5 = -60 \text{ kNm}$$

Ροπή αδράνειας

$$d_{1y} = 17,5 - 5 = 12,5 \text{ cm} \quad d_{2y} = 32,5 - 20 = 12,5 \text{ cm}$$

$$I_{x-x} = \left(\frac{40 \cdot 10^3}{12} + 40 \cdot 10 \cdot 12,5^2 \right) + \left(\frac{10 \cdot 40^3}{12} + 10 \cdot 40 \cdot 12,5^2 \right) =$$

$$I_{x-x} = (3333,33 + 62500) + (53333,33 + 62500) = 181666,67 \text{ cm}^4 = 181666,67 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

Μέγιστη τάση θλίψης

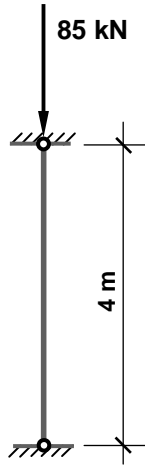
$$\sigma_{μεγ.} = \frac{72,9 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 175 \text{ mm}}{181666,67 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 7,02 \text{ N/mm}^2$$

Μέγιστη τάση εφελκυσμού

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{72,9 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 325 \text{ mm}}{181666,67 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 13,04 \text{ N/mm}^2$$

16. Να βρείτε τις διαστάσεις ενός ξύλινου αμφιαρθρωτού στύλου, τετραγωνικής διατομής και πραγματικού μήκους $L = 4 \text{ m}$, ο οποίος μεταφέρει με ασφάλεια αξονικό φορτίο 85 kN .

Δίνονται: μέτρο ελαστικότητας $E = 10 \text{ kN/mm}^2$
 συντελεστής ασφάλειας $\gamma = 3$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ΣΧΗΜΑ 16

Ελεύθερο μήκος λογισμού $\ell = L = 4 \text{ m} = 4000 \text{ mm}$

Κρίσιμο φορτίο λογισμού

$$F_{\text{επ.}} = \frac{F_{\text{κρ.}}}{\gamma} \rightarrow F_{\text{κρ.}} = F_{\text{επ.}} \cdot \gamma = 85 \cdot 3 = 255 \text{ kN} = 255 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Ελάχιστη ροπή αδράνειας

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\text{ελ.}}}{\ell^2} \rightarrow I_{\text{ελ.}} = \frac{F_{\text{κρ.}} \cdot \ell^2}{\pi^2 \cdot E}$$

$$I_{\text{ελ.}} = \frac{255 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 4000^2 \text{ mm}^2}{3,14^2 \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2} = \frac{4080 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{98,596} = 41380989,08 \text{ mm}^4$$

Ελάχιστες διαστάσεις στύλου

Τετραγωνική διατομή $\rightarrow a = b = h$

$$I_{\text{ελ.}} = \frac{a^4}{12} = 41380989,08 \text{ mm}^4$$

$$\rightarrow a^4 = 496571868,9 \text{ mm}^4$$

$$a = 149,29 \text{ mm} \rightarrow \underline{\text{διαστάσεις τετραγωνικής διατομής στύλου } 150 \times 150 \text{ mm}}$$

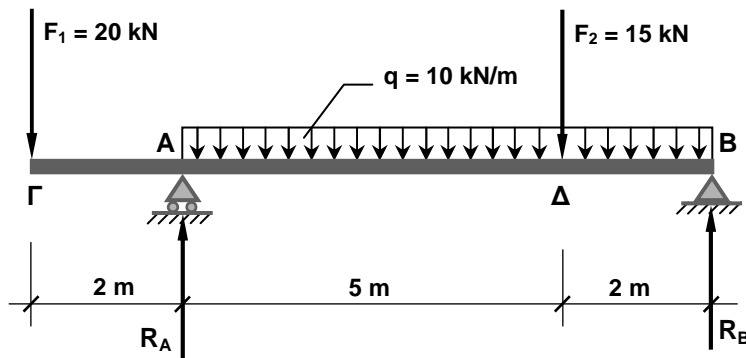
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
 ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από 1 ερώτηση

Η ερώτηση βαθμολογείται με 20 μονάδες.

17. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 17.

- (α) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
- (β) Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ** και **Δ**.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση (**x**) από τη στήριξη **A**, όπου η τέμνουσα δύναμη έχει μηδενική τιμή.
- (δ) Να υπολογίσετε το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M_{max}**.
- (ε) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων **Q** και των ροπών κάμψης **M** και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ** και **Δ**, καθώς και το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M_{max}**.



ΣΧΗΜΑ 17

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\Sigma M_A = 0$$

$$- 20 \cdot 2 + 10 \cdot 7 \cdot 3,5 + 15 \cdot 5 - R_B \cdot 7 = 0$$

$$- 40 + 245 + 75 - 7R_B = 0$$

$$7R_B = 280$$

$$\underline{R_B = 40 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$- 20 \cdot 9 + R_A \cdot 7 - 10 \cdot 7 \cdot 3,5 - 15 \cdot 2 = 0$$

$$- 180 + 7R_A - 245 - 30 = 0$$

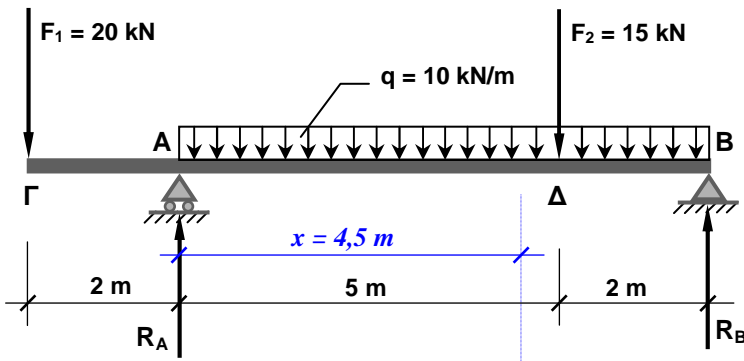
$$7R_A = 455$$

$$\underline{R_A = 65 \text{ kN}}$$

Έλεγχος

$$\Sigma F_y = 0$$

$$65 + 40 - 20 - 10 \cdot 7 - 15 = 0$$



Τέμνουσες δυνάμεις

$$Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\zeta} = -20 \text{ kN}$$

$$Q_A^{ap} = Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\zeta} = -20 \text{ kN}$$

$$Q_A^{\delta\epsilon\zeta} = -20 + 65 = 45 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{ap} = -20 + 65 - 10 \cdot 5 = -5 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = -20 + 65 - 10 \cdot 5 - 15 = -20 \text{ kN}$$

$$Q_B^{ap} = -20 + 65 - 10 \cdot 7 - 15 = -40 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = -20 + 65 - 10 \cdot 7 - 15 + 40 = 0$$

Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$-20 + 65 - 10 \cdot x = 0$$

$$10x = 45$$

$$x = 4,5 \text{ m}$$

Ροπές κάμψης

$$M_{\Gamma} = 0$$

$$M_A = -20 \cdot 2 = -40 \text{ kNm}$$

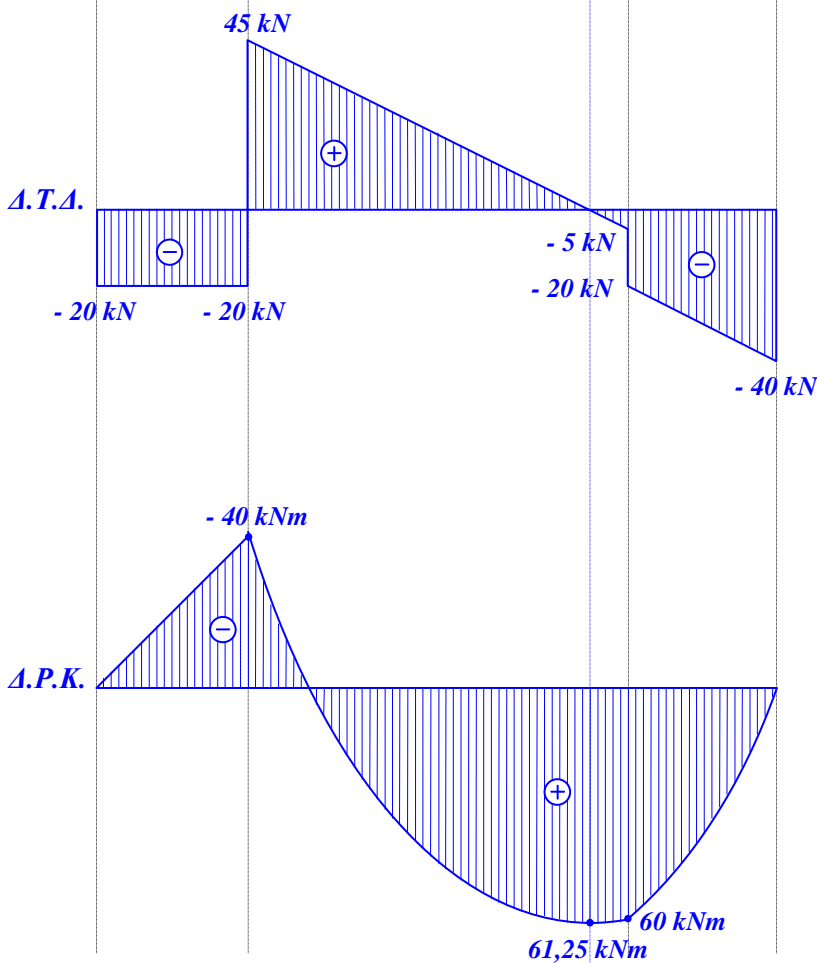
$$M_{\Delta} = -20 \cdot 7 + 65 \cdot 5 - 10 \cdot 5 \cdot 2,5 = 60 \text{ kNm}$$

$$M_B = -20 \cdot 9 + 65 \cdot 7 - 10 \cdot 7 \cdot 3,5 - 15 \cdot 2 = 0$$

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης

$$M_{max} = -20 \cdot (2 + 4,5) + 65 \cdot 4,5$$

$$- 10 \cdot 4,5 \cdot 2,25 = 61,25 \text{ kNm}$$



A series of horizontal dotted lines spanning the width of the page, providing a template for handwriting practice. There are 28 lines in total, evenly spaced from top to bottom.

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

A series of horizontal dotted lines for writing.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

<i>Συνθήκες ισορροπίας</i>	$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M = 0$
<i>Ροπές αδράνειας</i>	$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$
<i>Θεώρημα Στάινερ</i>	$I_{x-x} = I_x + Ad_y^2 \quad I_{y-y} = I_y + Ad_x^2$
<i>Ακτίνα αδράνειας</i>	$i_x = \sqrt{\frac{I_{x-x}}{A}} \quad i_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$ $i_x = i_y = 0,25 D \quad i_x = i_y = 0,25 \sqrt{D^2 + d^2}$
<i>Ροπές αντίστασης</i>	$W_x = \frac{I_{x-x}}{y} \quad W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} \quad W_x = W_y = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D}$
<i>Απλή κάμψη</i>	$\sigma = \frac{M}{I} y \quad \sigma = \frac{M}{W}$
<i>Λογισμός</i>	$F_{κρ.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{\ell^2} \quad \lambda = \frac{\ell}{i_{ελ}} \quad F_{επ.} = \frac{F_{κρ.}}{\gamma}$