

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

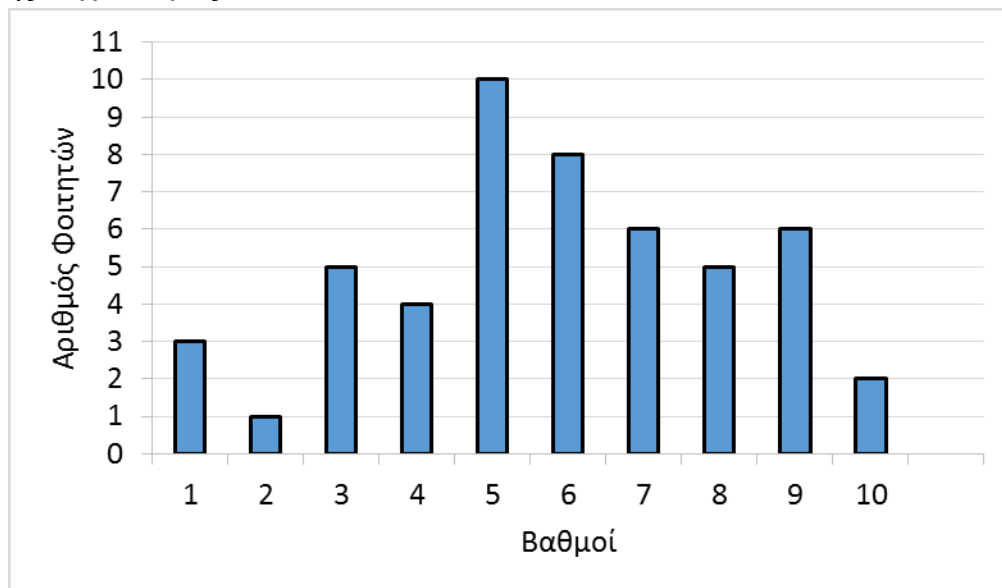
Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τρίτη, 24 Μαΐου 2016
8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο, το οποίο αποτελείται από
δύο (2) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζονται οι βαθμοί, σε ακέραιες μονάδες, που πήραν οι φοιτητές ενός τμήματος του ΤΕΠΑΚ, στην εξέταση του μαθήματος της Τεχνολογίας.



Με βάση το πιο πάνω ραβδόγραμμα:

- (α) Να βρείτε πόσοι φοιτητές πήραν βαθμό 9.
(β) Να βρείτε τον συνολικό αριθμό των φοιτητών που παρακάθισαν στην εξέταση.
(γ) Αν ένας φοιτητής για να περάσει το μάθημα πρέπει να πάρει στην εξέταση βαθμό τουλάχιστον 5, να βρείτε πόσοι φοιτητές πέρασαν το μάθημα.

2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = x^5 + 5x^2 - 1$ όπου $x \in \mathbb{R}$.
3. Ένας μαθητής της Θεωρητικής Κατεύθυνσης, στο μάθημα των Μαθηματικών, πήρε σε πέντε διαγωνίσματα τους εξής βαθμούς: 15, 17, 14, 18 και 16. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών του.
4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 5}$
5. Δίνεται η λέξη **ΜΕΤΑΝΑΣΤΗΣ**. Να βρείτε:
 (α) Το πλήθος των αναγραμματισμών της.
 (β) Το πλήθος των αναγραμματισμών που αρχίζουν και τελειώνουν σε **A**.
6. Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int (\sin x - 2x) dx$
7. Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου που έχει εξίσωση $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$
8. Η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + 8x + 11$ όπου $x \in \mathbb{R}$, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $(-2, \beta)$. Να βρείτε τις τιμές των α και β .
9. Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:
 (α) $P(B')$
 (β) $P(A \cup B)$
 (γ) $P(A - B)$
 (δ) $P(A/B)$
10. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $3x^2 - y^2 = 1$. Να δείξετε ότι:
 (α) $\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{y}$
 (β) $y^3 \frac{d^2y}{dx^2} - y \frac{dy}{dx} + 3(x+1) = 0$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \frac{1-x^2}{x^2-4}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τις ασύμπτωτες της συνάρτησης και στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά.

2. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει την κατανομή των 56 βουλευτικών εδρών που κατέχουν 8 πολιτικές παρατάξεις του Κοινοβουλίου μιας Ευρωπαϊκής χώρας.

Αριθμός εδρών (x_i)	2	3	9	16	18
Αριθμός πολιτικών παρατάξεων (f_i)	2	3	1	1	1

Να βρείτε:

- (α) Την επικρατούσα τιμή (x_e) των εδρών.
(β) Τη μέση τιμή (\bar{x}) των εδρών.
(γ) Την τυπική απόκλιση (σ) των εδρών.

3. Δίνεται η καμπύλη $f(x) = x^2 + ax + \beta$. Να βρείτε τις τιμές των σταθερών a και β , αν η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο $\Sigma(0,1)$ είναι κάθετη στην ευθεία με εξίσωση (ϵ): $x - 3y + 1 = 0$.

4. Από τους 12 μαθητές ενός τμήματος μιας Τεχνικής Σχολής, οι 4 επέλεξαν Ελεύθερο Σχέδιο και οι υπόλοιποι Διακόσμηση Εσωτερικού Χώρου. Επιλέγουμε τυχαία 2 από τους μαθητές αυτούς.

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «Και οι δύο μαθητές να έχουν επιλέξει Ελεύθερο Σχέδιο».

B: «Μόνο ένας μαθητής να έχει επιλέξει Ελεύθερο Σχέδιο».

Γ: «Τουλάχιστον ένας μαθητής να έχει επιλέξει Διακόσμηση Εσωτερικού Χώρου».

5. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $u = \sqrt{x^2 + 16}$, ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^3 \frac{8x^3}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$