

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**  
**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**  
**ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2015**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (I) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

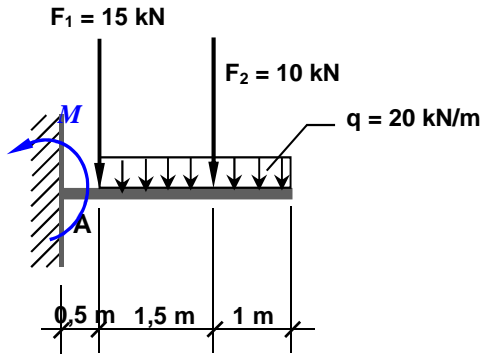
**ΜΑΘΗΜΑ** : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (106)  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ** : ΠΕΜΠΤΗ, 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015  
**ΩΡΑ** : 8:00 – 10:30

**ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 12 ερωτήσεις**

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 4 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε το μέγεθος της ροπής κάμψης  $M_A$  που αναπτύσσεται στη στήριξη της δοκού προβόλου του σχήματος 1.



ΣΧΗΜΑ 1

$$\Sigma M_A = 0$$

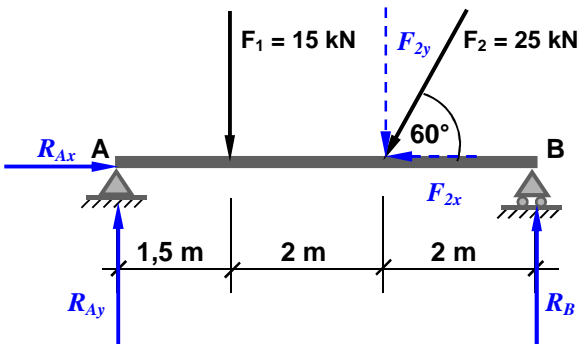
$$-M + F_1 \cdot 0,5 + q \cdot 2,5 \cdot 1,75 + F_2 \cdot 2 = 0$$

$$-M + 15 \cdot 0,5 + 20 \cdot 2,5 \cdot 1,75 + 10 \cdot 2 = 0$$

$$\text{Ροπή στήριξης} \quad M_A = 115 \text{ kNm}$$

$$\text{Ροπή κάμψης} \quad \underline{M_A = -M = -115 \text{ kNm}}$$

2. Για τη δοκό του σχήματος 2 να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B** και να τις σχεδιάσετε στο σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 2

$$F_{2x} = F_2 \cdot \sigma\upsilon\upsilon 60^\circ = 25 \cdot 0,5 = 12,5 \text{ kN}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \eta\mu 60^\circ = 25 \cdot 0,866 = 21,65 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} - F_{2x} = 0 \quad R_{Ax} - 12,5 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ax} = 12,5 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_1 \cdot 1,5 + F_{2y} \cdot 3,5 - R_B \cdot 5,5 = 0$$

$$15 \cdot 1,5 + 21,65 \cdot 3,5 - R_B \cdot 5,5 = 0$$

$$\underline{R_B = 17,87 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 5,5 - F_1 \cdot 4 - F_{2y} \cdot 2 = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 5,5 - 15 \cdot 4 - 21,65 \cdot 2 = 0$$

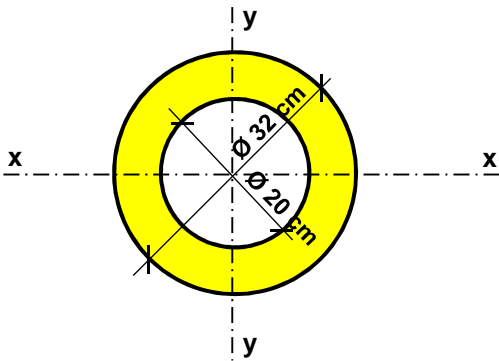
$$\underline{R_{Ay} = 18,78 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος:} \quad \Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} + R_B - F_1 - F_2 \cdot \eta\mu 60^\circ = 0$$

$$18,78 + 17,87 - 15 - 21,65 = 0$$

3. Να υπολογίσετε τη ροπή αντίστασης  $W_x$  και την ακτίνα αδράνειας  $i_x$  της κυκλικής κοίλης διατομής με εξωτερική διάμετρο **32 cm** και εσωτερική διάμετρο **20 cm**, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.

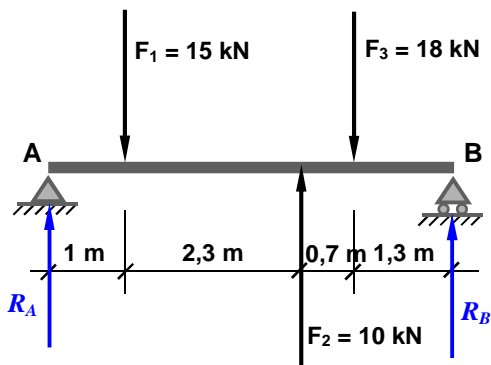


ΣΧΗΜΑ 3

$$W_x = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D} = \frac{\pi (32^4 - 20^4)}{32 \cdot 32} = \underline{2726,11 \text{ cm}^3}$$

$$i_x = 0,25 \sqrt{D^2 + d^2} = 0,25 \sqrt{32^2 + 20^2} = \underline{9,43 \text{ cm}}$$

4. Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις που αναπτύσσονται στις στηρίξεις **A** και **B** της αμφιέρειστης δοκού του σχήματος 4.



ΣΧΗΜΑ 4

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 3,3 + F_3 \cdot 4 - R_B \cdot 5,3 = 0$$

$$15 \cdot 1 - 10 \cdot 3,3 + 18 \cdot 4 - R_B \cdot 5,3 = 0$$

$$\underline{R_B = 10,19 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 5,3 - F_1 \cdot 4,3 + F_2 \cdot 2 - F_3 \cdot 1,3 = 0$$

$$R_A \cdot 5,3 - 15 \cdot 4,3 + 10 \cdot 2 - 18 \cdot 1,3 = 0$$

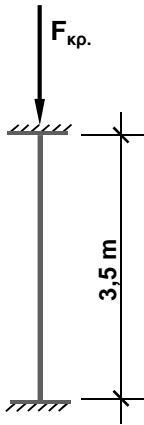
$$\underline{R_A = 12,81 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος: } \Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B - F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$12,81 + 10,19 - 15 + 10 - 18,65 = 0$$

5. Ράβδος ορθογωνικής κοίλης διατομής, με πραγματικό μήκος  $L = 3,5 \text{ m}$ , στηρίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 5. Αν το μέτρο ελαστικότητας είναι  $E = 190 \text{ kN/mm}^2$  και οι ροπές αδράνειας της διατομής  $I_x = 283000 \text{ mm}^4$  και  $I_y = 148000 \text{ mm}^4$ , να υπολογίσετε το μέγιστο (κρίσιμο) φορτίο που μπορεί να μεταφέρει χωρίς να εκδηλώνεται σε αυτή λυγισμός.



ΣΧΗΜΑ 5

*Ελεύθερο μήκος λογισμού*

$$\ell = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 3,5 = 1,75 \text{ m} = 1,75 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

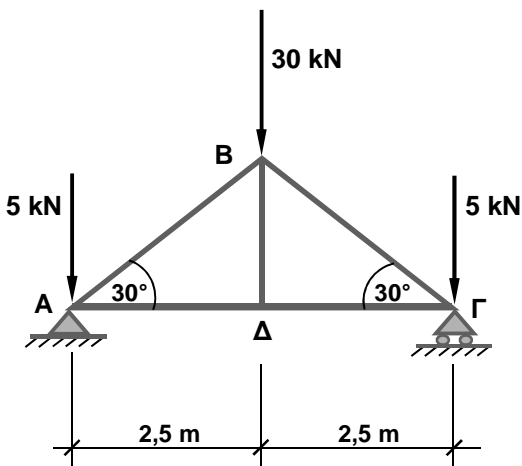
*Κρίσιμο φορτίο λογισμού*

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 E I_{\text{ελ.}}}{\ell^2}$$

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{3,14^2 \cdot 190 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 148000 \text{ mm}^4}{(1,75 \cdot 10^3 \text{ mm})^2}$$

$$F_{\text{κρ.}} = 90531,25 \text{ N} = \underline{\underline{90,53 \text{ kN}}}$$

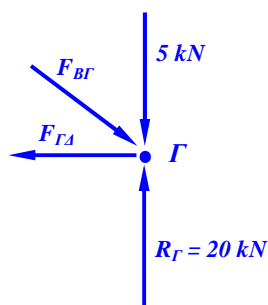
6. Να υπολογίσετε, με τη μέθοδο της ανάλυσης – ισοροπίας των κόμβων, το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης που αναπτύσσεται στη ράβδο **ΒΓ** του δικτυώματος του σχήματος 6 και να καθορίσετε το είδος καταπόνησής της.



ΣΧΗΜΑ 6

*Λόγω συμμετρίας*  $R_A = R_{\Gamma} = \frac{5 + 30 + 5}{2} = 20 \text{ kN}$

*Κόμβος Γ*



$$\Sigma F_y = 0$$

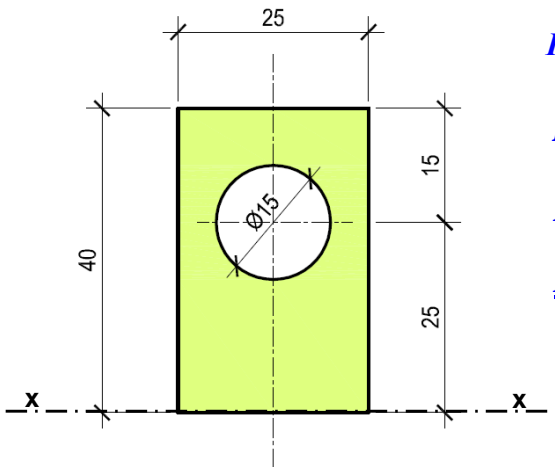
$$R_{\Gamma} - 5 - F_{B\Gamma} \cdot \eta\mu 30^\circ = 0$$

$$20 - 5 - F_{B\Gamma} \cdot 0,5 = 0$$

$$\underline{\underline{F_{B\Gamma} = 30 \text{ kN}}}$$

θλιβόμενη

7. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του σχήματος 7, ως προς τον άξονα  $x - x$  που βρίσκεται στη βάση της διατομής. Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε cm.



ΣΧΗΜΑ 7

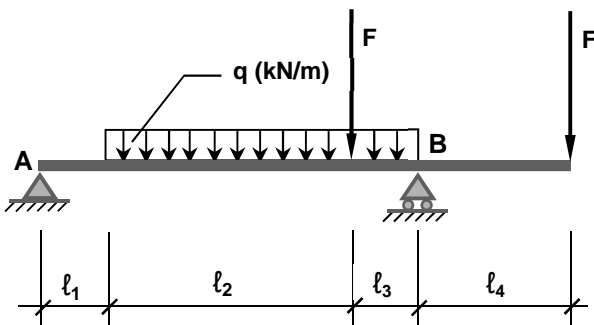
Ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα  $x-x$  στη βάση διατομής

$$I_{x-x} = \left( \frac{25 \cdot 40^3}{12} + 25 \cdot 40 \cdot 20^2 \right) - \left( \frac{3,14 \cdot 15^4}{64} + 3,14 \cdot 7,5^2 \cdot 25^2 \right)$$

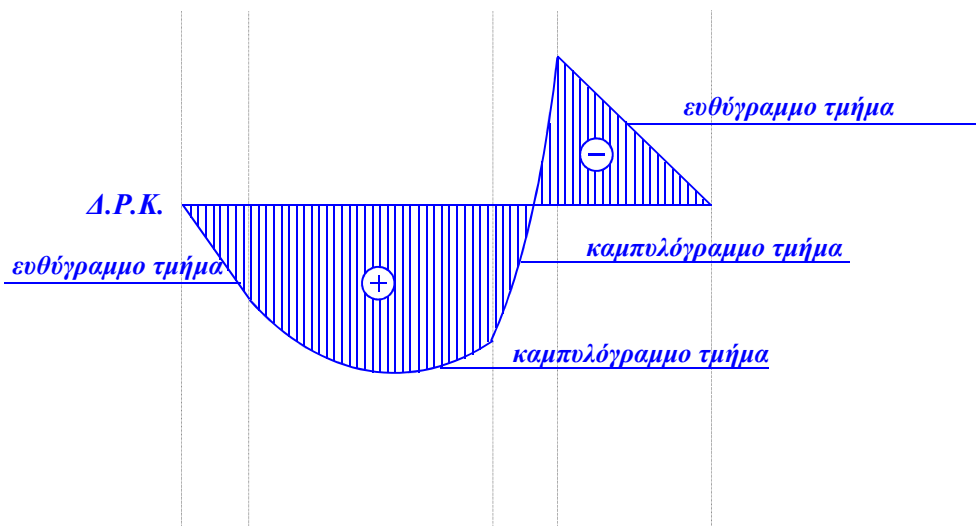
$$I_{x-x} = (133333,33 + 400000) - (2483,79 + 110390,63)$$

$$\underline{I_{x-x} = 420458,93 \text{ cm}^4}$$

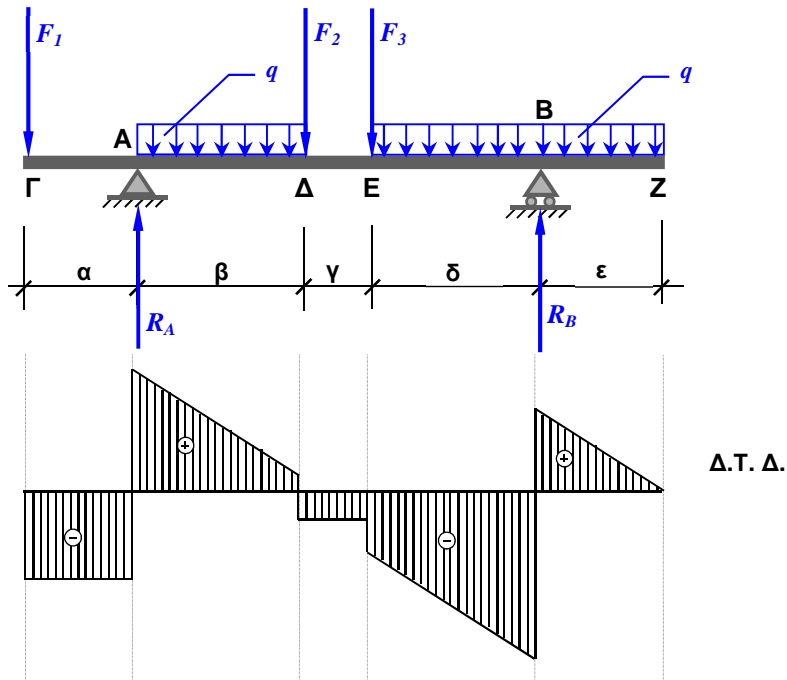
8. Να σχεδιάσετε τη μορφή του διαγράμματος των ροπών κάμψης  $M$ , της δοκού του σχήματος 8, χωρίς να τη λύσετε. Στο διάγραμμα να σημειώσετε τα ευθύγραμμα και τα καμπυλόγραμμα τμήματά του.



ΣΧΗΜΑ 8

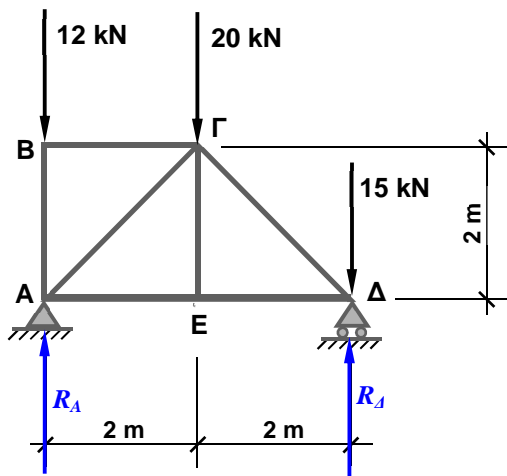


9. Στο σχήμα 9 δίνονται η αμφιπροέχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**). Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό έτσι, ώστε να ανταποκρίνονται στο **Δ.Τ.Δ.**



ΣΧΗΜΑ 9

10. Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις του δικτύωματος του σχήματος 10 και να αναφέρετε σε ποιες ράβδους δεν αναπτύσσεται εσωτερική δύναμη, χωρίς να λύσετε το δίκτυωμα.

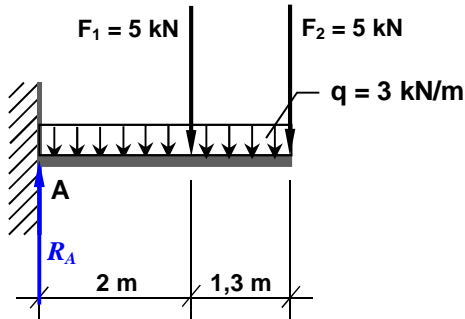


*Εσωτερική δύναμη δεν αναπτύσσεται στις ράβδους ΒΓ και ΓΕ.*

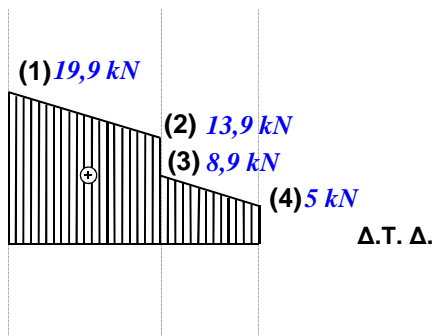
ΣΧΗΜΑ 10

11. Δίνεται δοκός πρόβολος, η οποία φορτίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 11.

- (α) Να υπολογίσετε την κατακόρυφη αντίδραση  $R_A$ .  
 (β) Να υπολογίσετε και να αναγράψετε στο διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων τις τιμές τους στα σημεία (1), (2), (3) και (4).



ΣΧΗΜΑ 11



*Υπολογισμός αντίδρασης*

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A - 3 \cdot 3,3 - 5 - 5 = 0$$

$$R_A = 19,9 \text{ kN}$$

*Τέμνουσες δυνάμεις*

$$Q_1 = R_A = \underline{19,9 \text{ kN}}$$

$$Q_2 = R_A - q \cdot 2 = 19,9 - 3 \cdot 2 = \underline{13,9 \text{ kN}}$$

$$Q_3 = R_A - q \cdot 2 - F_1 = 19,9 - 3 \cdot 2 - 5 = \underline{8,9 \text{ kN}}$$

$$Q_4 = R_A - q \cdot 3,3 - F_1 = 19,9 - 3 \cdot 3,3 - 5 = \underline{5 \text{ kN}}$$

12. Σε δοκό ορθογωνικής διατομής  $25 \times 50 \text{ cm}$ , η οποία καταπονείται σε κάμψη, αναπτύσσεται μέγιστη ροπή  $M_{\max} = 110 \text{ kNm}$ . Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης που αναπτύσσεται στη διατομή της.

*Ροπή αντίστασης*

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{25 \cdot 50^2}{6} = \underline{10416,67 \text{ cm}^3}$$

$$\sigma_{\text{μεγ}} = \frac{M_{\max} \cdot y}{I} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{110 \text{ kNm}}{10416,67 \text{ cm}^3} = \frac{110 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10^3 \text{ mm}}{10416,66 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = \underline{10,56 \text{ N/mm}^2}$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄  
 ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 4 ερωτήσεις**

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 8 μονάδες.

13. Κολόνα από ξύλο, στερεωμένη στα δύο άκρα της με αρθρώσεις, με διατομή **10 x 10 cm** και μήκος **L = 3 m**, καταπονείται σε κεντρική θλίψη. Να υπολογίσετε το μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο που μπορεί να μεταφέρει.

Δίνονται:  $E = 8,25 \text{ kN/mm}^2$   $\gamma = 3$

*Ελεύθερο μήκος λογισμού*  $\ell = L = 3 \text{ m} = 3000 \text{ mm}$

*Ροπή αδράνειας*

$$I_x = I_y = \frac{10 \cdot 10^3}{12} = 833,33 \text{ cm}^4 = 833,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

*Κρίσιμο φορτίο λογισμού*

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\ell^2} = \frac{3,14^2 \cdot 8,25 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 833,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{3000^2 \text{ mm}^2}$$

$$F_{\text{κρ.}} = 75316,09 \text{ N} = 75,316 \text{ kN}$$

*Επιτρεπόμενο φορτίο λογισμού*

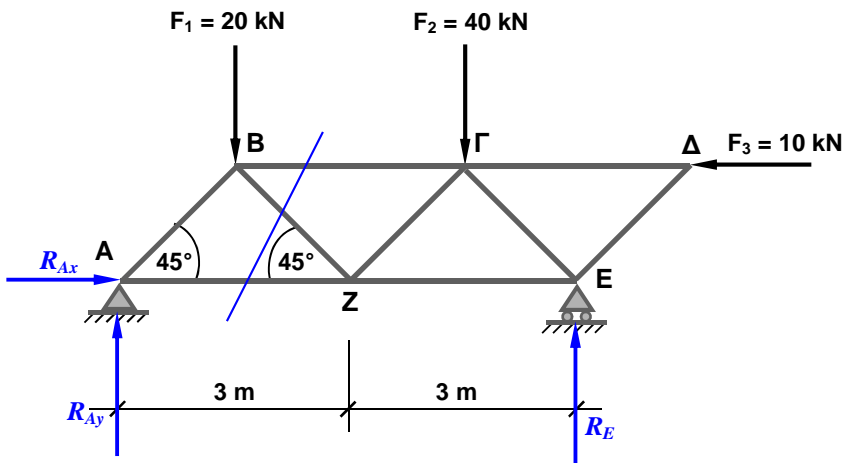
$$F_{\text{επ.}} = \frac{F_{\text{κρ.}}}{\gamma} = \frac{75,316 \text{ kN}}{3} = \underline{\underline{25,11 \text{ kN}}}$$



14. Δίνεται δικτύωμα με διαστάσεις και φορτία όπως φαίνεται στο σχήμα 12.

(α) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **E**.

(β) Να υπολογίσετε το μέγεθος και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης στις ράβδους **BΓ**, **BZ** και **AZ** με τη μέθοδο των τομών.



ΣΧΗΜΑ 12

*Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} - 10 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ax} = 10 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$20 \cdot 1,5 + 40 \cdot 4,5 - 10 \cdot 1,5 - R_E \cdot 6 = 0$$

$$30 + 180 - 15 - 6R_E = 0$$

$$\underline{R_E = 32,5 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 6 - 20 \cdot 4,5 - 40 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 = 0$$

$$6R_{Ay} - 90 - 60 - 15 = 0$$

$$\underline{R_{Ay} = 27,5 \text{ kN}}$$

*Έλεγχος  $\Sigma F_y = 0$*

$$27,5 + 32,5 - 20 - 40 = 0$$

*Ράβδος BΓ*

$$\Sigma M_Z = 0$$

$$27,5 \cdot 3 - 20 \cdot 1,5 + F_{B\Gamma} \cdot 1,5 = 0$$

$$\underline{F_{B\Gamma} = -35 \text{ kN} \rightarrow \text{θλιβόμενη}}$$

*Ράβδος BZ*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$20 \cdot 1,5 - F_{B\Gamma} \cdot 1,5 + F_{BZ} \cdot x = 0$$

$$20 \cdot 1,5 - 35 \cdot 1,5 + F_{BZ} \cdot 2,121 = 0$$

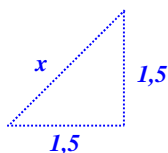
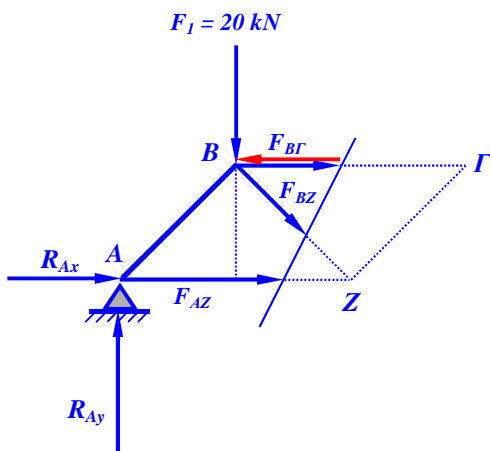
$$\underline{F_{BZ} = 10,61 \text{ kN} \rightarrow \text{εφελκόμενη}}$$

*Ράβδος AZ*

$$\Sigma M_B = 0$$

$$27,5 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 - F_{AZ} \cdot 1,5 = 0$$

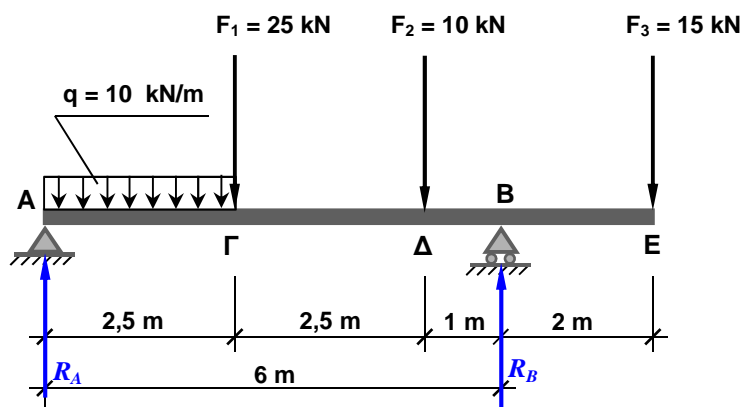
$$\underline{F_{AZ} = 17,5 \text{ kN} \rightarrow \text{εφελκόμενη}}$$



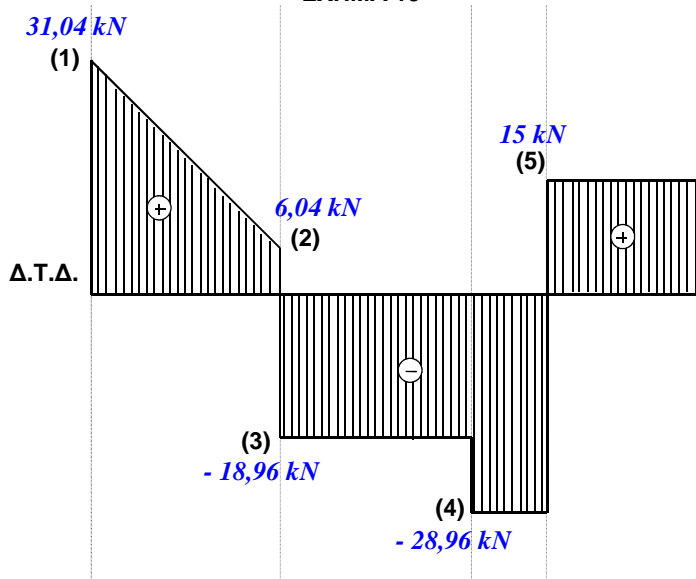
15. Δίνεται προέχουσα δοκός, η οποία φορτίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 13, καθώς και το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων της.

(α) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.

(β) Να υπολογίσετε και να αναγράψετε στο διάγραμμα τις τιμές των τεμνουσών δυνάμεων στα σημεία (1), (2), (3), (4), και (5).



ΣΧΗΜΑ 13



*Τέμνουσες δυνάμεις*

$$Q_A^{\delta\epsilon\zeta} = \underline{31,04 \text{ kN}}$$

$$Q_{\Gamma}^{\alpha\rho} = 31,04 - 10 \cdot 2,5 = \underline{6,04 \text{ kN}}$$

$$Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\zeta} = 31,04 - 10 \cdot 2,5 - 25 = \underline{-18,96 \text{ kN}}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = 31,04 - 10 \cdot 2,5 - 25 - 10 = \underline{-28,96 \text{ kN}}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = 31,04 - 10 \cdot 2,5 - 25 - 10 + 43,96 = \underline{15 \text{ kN}}$$

*Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$10 \cdot 2,5 \cdot 1,25 + 25 \cdot 2,5 + 10 \cdot 5 - R_B \cdot 6 + 15 \cdot 8 = 0$$

$$\underline{R_B = 43,96 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

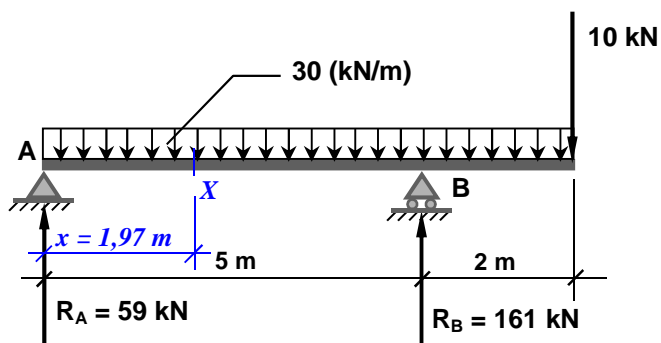
$$R_A \cdot 6 - 10 \cdot 2,5 \cdot 4,75 - 25 \cdot 3,5 - 10 \cdot 1 + 15 \cdot 2 = 0$$

$$\underline{R_A = 31,04 \text{ kN}}$$

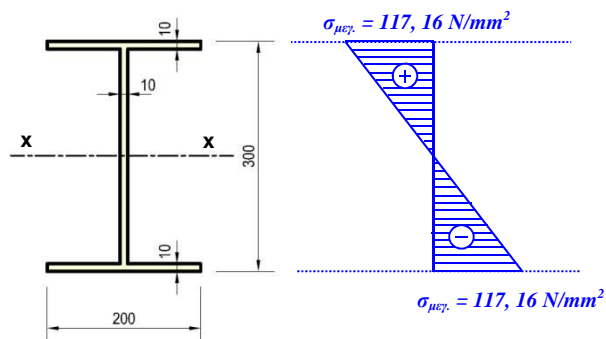
*Έλεγχος*  $\Sigma F_y = 0$

$$31,04 + 43,96 - 10 \cdot 2,5 - 25 - 10 - 15 = 0$$

16. Δίνεται προέχουσα μεταλλική δοκός όπως φαίνεται στο σχήμα **14 α**. Αν η διατομή της δοκού είναι όπως φαίνεται στο σχήμα **14 β**, να υπολογίσετε τις μέγιστες τάσεις εφελκυσμού και θλίψης, που αναπτύσσονται στη δοκό και να σχεδιάσετε το διάγραμμα των τάσεων. Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε mm.



ΣΧΗΜΑ 14 α



ΣΧΗΜΑ 14 β

*Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης*

$$59 - 30 \cdot x = 0$$

$$x = 1,97 \text{ m}$$

*Μέγιστη θετική ροπή κάμψης*

$$M_x = 59 \cdot 1,97 - 30 \cdot 1,97 \cdot 0,985 = 58,02 \text{ kNm}$$

*Μέγιστη αρνητική ροπή κάμψης*

$$M_B = 59 \cdot 5 - 30 \cdot 5 \cdot 2,5 = -80 \text{ kNm}$$

*Ροπή αδράνειας*

$$I_{x-x} = 2 \cdot \left( \frac{200 \cdot 10^3}{12} + 200 \cdot 10 \cdot 145^2 \right) + \frac{10 \cdot 280^3}{12} =$$

$$I_{x-x} = 2 \cdot (16666,67 + 42050000) + 18293333,33 = 102426666,67 \text{ mm}^4 = 102,427 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

*Μέγιστη τάση εφελκυσμού και θλίψης*

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 150 \text{ mm}}{102,427 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} = 117,16 \text{ N/mm}^2$$

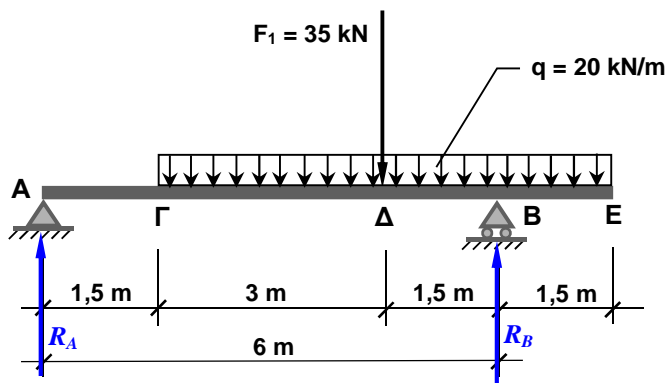
**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

**ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από 1 ερώτηση**

Η ερώτηση βαθμολογείται με 20 μονάδες.

17. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 15.

- (α) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
- (β) Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **E**.
- (γ) Να υπολογίσετε τη θέση στην οποία αναπτύσσεται η μέγιστη θετική ροπή κάμψης  $M_{max}$  (σημείο μηδενικής τιμής τέμνουσας δύναμης).
- (δ) Να υπολογίσετε το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης  $M_{max}$ .
- (ε) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων  $Q$  και των ροπών κάμψης  $M$  και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **E**, καθώς και το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης  $M_{max}$ .



ΣΧΗΜΑ 15

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

*Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$35 \cdot 4,5 + 20 \cdot 6 \cdot 4,5 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$157,5 + 540 - 6R_B = 0$$

$$6R_B = 697,5$$

$$\underline{R_B = 116,25 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 6 - 35 \cdot 1,5 - 20 \cdot 6 \cdot 1,5 = 0$$

$$6R_A - 52,5 - 180 = 0$$

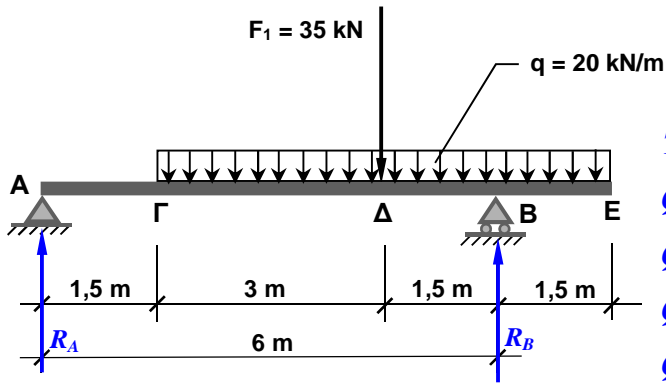
$$6R_A = 232,5$$

$$\underline{R_A = 38,75 \text{ kN}}$$

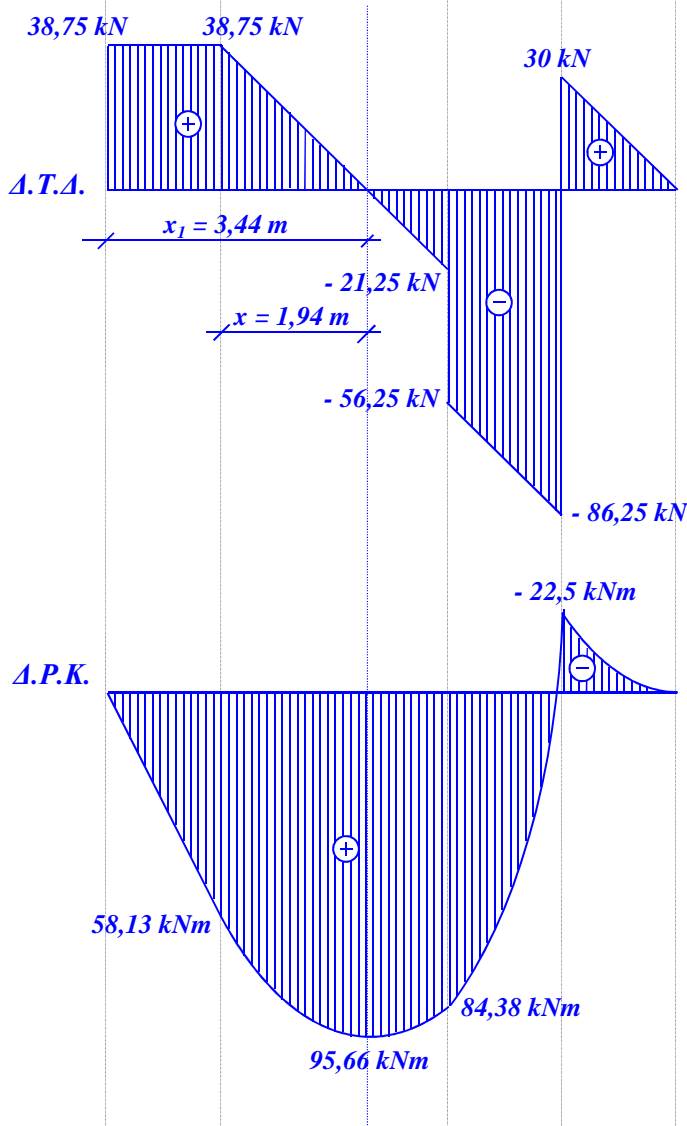
*Έλεγχος*

$$\Sigma F_y = 0$$

$$38,75 + 116,25 - 35 - 20 \cdot 6 = 0$$



ΣΧΗΜΑ 15



*Τέμνουσες δυνάμεις*

$$Q_A^{\delta\epsilon\zeta} = \underline{38,75 \text{ kN}}$$

$$Q_{\Gamma} = \underline{38,75 \text{ kN}}$$

$$Q_{\Delta}^{ap} = 38,75 - 20 \cdot 3 = \underline{-21,25 \text{ kN}}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = 38,75 - 20 \cdot 3 - 35 = \underline{-56,25 \text{ kN}}$$

$$Q_B^{ap} = 38,75 - 20 \cdot 4,5 - 35 = \underline{-86,25 \text{ kN}}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = 38,75 - 20 \cdot 4,5 - 35 + 116,25 = \underline{30 \text{ kN}}$$

$$Q_E = 38,75 - 20 \cdot 6 - 35 + 116,25 = \underline{0}$$

*Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης*

$$38,75 - 20 \cdot x = 0$$

$$20x = 38,75$$

$$x = 1,94 \text{ m}$$

*Ροπές κάμψης*

$$M_A = 0$$

$$M_{\Gamma} = 38,75 \cdot 1,5 = \underline{58,13 \text{ kNm}}$$

$$M_{\mu\epsilon\gamma.} = 38,75 \cdot (1,5 + 1,94) - 20 \cdot 1,94 \cdot 0,97 = \underline{95,66 \text{ kN}}$$

$$M_{\Delta} = 38,75 \cdot 4,5 - 20 \cdot 3 \cdot 1,5 = \underline{84,38 \text{ kNm}}$$

$$M_B = 38,75 \cdot 6 - 20 \cdot 4,5 \cdot 2,25 - 35 \cdot 1,5 = \underline{-22,5 \text{ kNm}}$$

$$M_E = 38,75 \cdot 7,5 - 20 \cdot 6 \cdot 3 - 35 \cdot 3 + 116,25 \cdot 1,5 = \underline{0}$$

A series of horizontal dotted lines spanning the width of the page, intended for handwritten notes or answers.









## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

<b>Συνθήκες ισορροπίας</b>	$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M = 0$
<b>Ροπές αδράνειας</b>	$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$
<b>Θεώρημα Στάινερ</b>	$I_{x-x} = I_x + Ad_y^2 \quad I_{y-y} = I_y + Ad_x^2$
<b>Ακτίνα αδράνειας</b>	$i_x = \sqrt{\frac{I_{x-x}}{A}} \quad i_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$ $i_x = i_y = 0,25 D \quad i_x = i_y = 0,25 \sqrt{D^2 + d^2}$
<b>Ροπές αντίστασης</b>	$W_x = \frac{I_{x-x}}{y} \quad W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} \quad W_x = W_y = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D}$
<b>Απλή κάμψη</b>	$\sigma = \frac{M}{I} y \quad \sigma = \frac{M}{W}$
<b>Λογισμός</b>	$F_{κρ.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{\ell^2} \quad \lambda = \frac{\ell}{i_{ελ}} \quad F_{επ.} = \frac{F_{κρ.}}{\gamma}$