

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2022

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη II (414)
Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 30 Ιουνίου 2022
08:00 – 10:30**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε δεκαέξι (16) σελίδες.

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

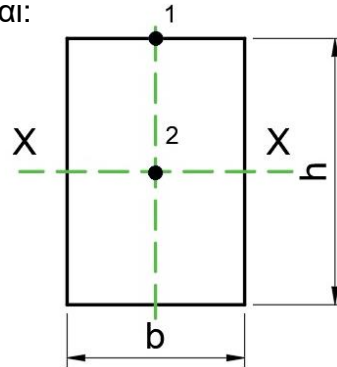
1. Στο Σχήμα 1 φαίνεται δοκός με ορθογωνική διατομή πλάτους b και ύψους h , η οποία καταπονείται σε κάμψη. Η τάση σ που αναπτύσσεται στο σημείο 2 της δοκού, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα X-X είναι:

(α) $\sigma_2 = 2 \sigma_1$

(β) $\sigma_2 = \sigma_1$

(γ) $\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2}$

(δ) $\sigma_2 = 0$



Σχήμα 1

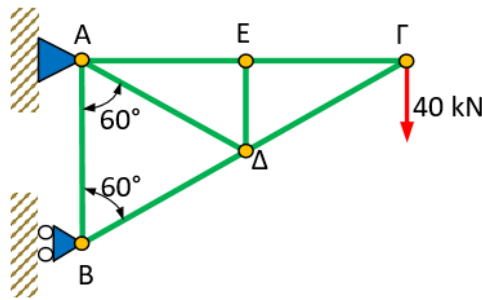
2. Στο Σχήμα 2 φαίνεται ένα δικτύωμα του οποίου οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:

(α) AB, EΔ

(β) AΔ, EΔ

(γ) EΔ, BΔ

(δ) EΓ, BΔ



Σχήμα 2

3. Σε σφόνδυλο ασκείται σταθερή στρεπτική ροπή. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής το μέγεθος που παραμένει σταθερό είναι:

(α) η γωνιακή του ταχύτητα

(β) η κινητική του ενέργεια

(γ) η ισχύς του

(δ) η γωνιακή του επιτάχυνση.

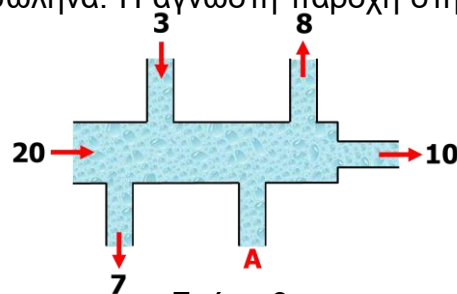
4. Στο Σχήμα 3 δίνονται οι παροχές σε m^3/s και οι κατευθύνσεις στις οποίες ρέει το νερό σε συγκεκριμένες περιοχές ενός σωλήνα. Η άγνωστη παροχή στην περιοχή A είναι:

(α) $4 m^3/s$ προς τα πάνω

(β) $2 m^3/s$ προς τα πάνω

(γ) $4 m^3/s$ προς τα κάτω

(δ) $2 m^3/s$ προς κάτω.



Σχήμα 3

5. Όταν η διάμετρος κυκλικής διατομής διπλασιαστεί, τότε η πολική ροπή αδράνειας J θα:

(α) αυξηθεί κατά 4 φορές

(β) μειωθεί κατά 8 φορές

(γ) αυξηθεί κατά 16 φορές

(δ) παραμείνει η ίδια.

6. Σιδερένιο τεμάχιο βάρους 100 N και ειδικής θερμότητας $c = 450 \text{ J / kg.K}$, θερμαίνεται σε κλίβανο μέχρι να φτάσει τους 1000 K. Αν η αρχική θερμοκρασία του τεμαχίου ήταν 25°C , η ποσότητα θερμότητας Q, που απαιτήθηκε για τη θέρμανση του τεμαχίου είναι ίση με:

(α) 3220,2 kJ

(β) 4472,5 kJ

(γ) 31590,2 kJ

(δ) 43875,3 kJ

$$25^\circ \text{C} = 298 \text{K}$$

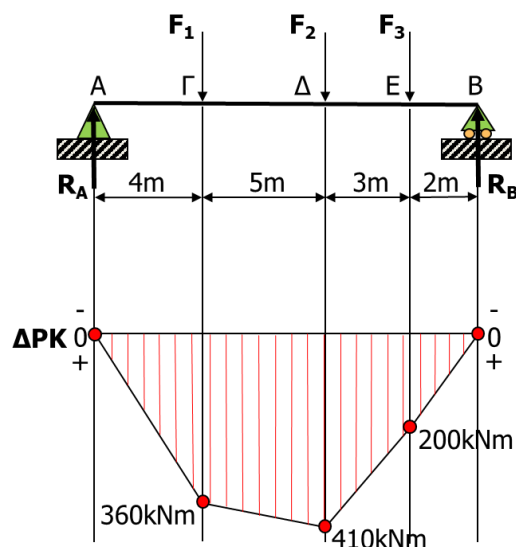
$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta = \frac{W}{g} \cdot c \cdot \Delta\theta = \frac{100}{9,81} \cdot 450 \cdot (1000 - 298) \Rightarrow Q = 3220,2 \text{ kJ}$$

7. Περιστεφόμενη άτρακτος με διάμετρο $d = 60 \text{ mm}$ και μήκους 1,5 m έχει γωνία στρέψης $\theta = 8^\circ$. Αν το μέτρο διάτμησης της άτρακτου είναι $G = 82 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$, να υπολογίσετε τη διατμητική της τάση τ .

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G \cdot \theta}{\ell} \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{G \cdot \theta \cdot r}{\ell} \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{82 \cdot 10^3 \cdot 0,14 \cdot 30}{1,5 \cdot 10^3} \Rightarrow \tau_{\max} = 230 \text{ N/mm}^2$$

$$\theta_{\text{rad}} = \frac{2\pi}{360} \cdot \theta^\circ = \frac{2 \cdot 3,14}{360} \cdot 8 \Rightarrow \theta_{\text{rad}} = 0,14 \text{ rad}$$

8. Στο Σχήμα 4, δίνεται το διάγραμμα ροπών κάμψης αμφιέριστης δοκού. Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις R_A και R_B της δοκού στα σημεία στήριξης A και B.



Σχήμα 4

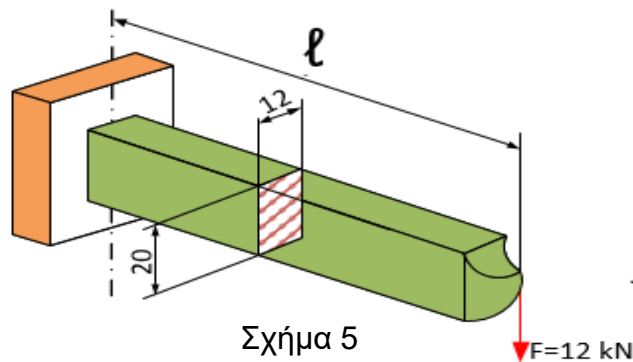
ΡΟΠΗ ΚΑΜΨΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ Γ

$$\text{ΑΠΟ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΠΡΟΣ ΔΕΞΙΑ : } M_{b(\Gamma)} = R_A \cdot 4 = 360 \text{ kNm} \Rightarrow R_A = \frac{360 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} \Rightarrow R_A = 90 \text{ kN}$$

ΡΟΠΗ ΚΑΜΨΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ Ε

$$\text{ΑΠΟ ΔΕΞΙΑ ΠΡΟΣ ΑΡΙΣΤΕΡΑ : } M_{b(E)} = R_B \cdot 2 = 200 \text{ kNm} \Rightarrow R_B = \frac{200 \text{ kNm}}{2 \text{ m}} \Rightarrow R_B = 100 \text{ kN}$$

9. Στο Σχήμα 5 φαίνεται ένα κοπτικό εργαλείο τόνου, που καταπονείται σε κάμψη με δύναμη $F=12 \text{ kN}$. Αν οι διαστάσεις της διατομής του κοπτικού εργαλείου είναι $b=12 \text{ mm}$ και $h=20 \text{ mm}$ και η επιτρεπόμενη τάση κάμψης του υλικού του εργαλείου είναι $\sigma_{\varepsilon\pi}=260 \text{ N/mm}^2$, να υπολογίσετε το μήκος (ℓ) που πρέπει να εξέχει το κοπτικό εργαλείο από τον εργαλειοδέτη.



Σχήμα 5

$$F=12 \text{ kN} \quad b=12 \text{ mm} \quad h=20 \text{ mm} \quad \ell=?$$

$$y = \frac{h}{2} = 10 \text{ mm}$$

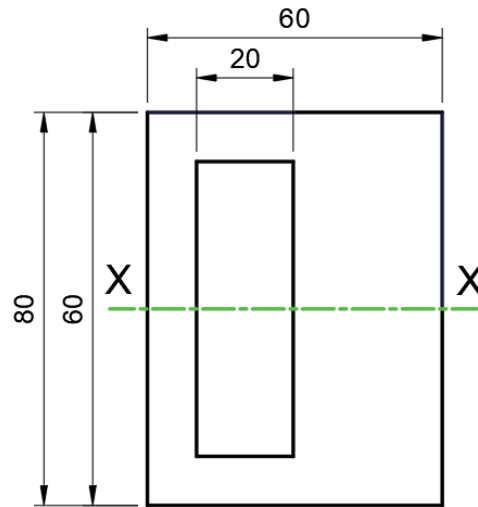
$$\sigma_{\varepsilon\pi} = 260 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12 \cdot 20^3}{12} = 8000 \text{ mm}^4$$

$$\frac{M_{b\max}}{I_{xx}} = \frac{\sigma_{\varepsilon\pi}}{y} \Rightarrow M_{b\max} = \frac{\sigma_{\varepsilon\pi} \cdot I_{xx}}{\frac{h}{2}} = \frac{260 \cdot 8000}{10} = 208000 \text{ Nmm}$$

$$M_{b\max} = F \cdot \ell \Rightarrow \ell = \frac{M_{b\max}}{F} = \frac{208000}{12000} = 17,3 \text{ mm}$$

10. Στο Σχήμα 6 φαίνεται η διατομή μιας δοκού. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνεια ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x.



Σχήμα 6

Λόγω τυπογραφικής αβλεψίας το συγκεκριμένο εξεταστικό ερώτημα θα βαθμολογηθεί με μονάδες 0 (μηδέν).

11. Ρότορας ηλεκτρικού μοτέρ μάζας 200 kg και ακτίνας αδράνειας 150 mm βρίσκεται σε ηρεμία. Να υπολογίσετε τη ροπή στρέψης που χρειάζεται να ασκηθεί στο ρότορα, για να αυξήσει τις στροφές του στις 1500 rpm, σε χρόνο 6 s από τη στιγμή της εκκίνησης. Η τριβή είναι αμελητέα.

$$m = 200 \text{ kg}$$

$$\omega_1 = 0$$

$$i = 150 \text{ mm} = 0,15 \text{ m}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1500}{60} = 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M = ?$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow 157 = 0 + \alpha \cdot 6 \Rightarrow \alpha = \frac{157}{6} = 26,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

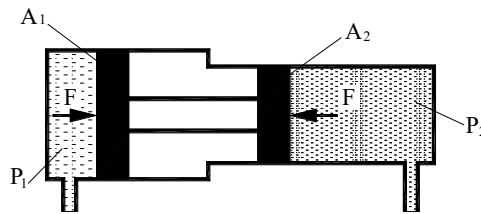
$$t = 6 \text{ s}$$

$$I = m \cdot i^2 = 200 \cdot 0,15^2 = 4,5 \text{ kgm}^2$$

$$n_2 = 1500 \text{ rpm}$$

$$M = I \cdot \alpha = 4,5 \cdot 26,16 = 117,72 \text{ Nm}$$

12. Στο Σχήμα 7 φαίνεται ένας υδραυλικός πολλαπλασιαστής που ισορροπεί.
 Δίνονται: η πίεση $P_1 = 10^6 \text{ Pa}$, η πίεση $P_2 = 5P_1$ και η επιφάνεια του μεγάλου εμβόλου είναι $A_1 = 28,26 \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τη διάμετρο d του μικρού εμβόλου.



Σχήμα 7

$$P_1 = 10^6 \text{ Pa} \quad P_2 = 5 \cdot P_1$$

$$A_1 = 28,26 \text{ cm}^2 \quad d_2 = ;$$

ΛΥΣΗ 1

$$P_1 = \frac{F}{A_1} \quad \text{και} \quad P_2 = \frac{F}{A_2}$$

$$P_1 \cdot A_1 = P_2 \cdot A_2 \Rightarrow P_1 \cdot A_1 = 5 \cdot P_1 \cdot A_2 \Rightarrow A_1 = 5 \cdot A_2$$

$$\Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{5} = \frac{28,26}{5} = 5,65 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \Rightarrow d_2^2 = \frac{4 \cdot A_2}{\pi} \Rightarrow 5,65 = \frac{3,14 \cdot d_2^2}{4} \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{5,65 \cdot 4}{3,14}} = 2,68 \text{ cm} = 26,8 \text{ mm}$$

ΛΥΣΗ 2

$$P_1 = \frac{F}{A_1} \Rightarrow F = P_1 \cdot A_1 = 10^6 \cdot 28,26 \cdot 10^{-4} \Rightarrow F = 28,26 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$P_2 = 5 \cdot P_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$P_2 = \frac{F}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{F}{P_2} = \frac{28,26 \cdot 10^2}{5 \cdot 10^6} \Rightarrow A_2 = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 5,65 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \Rightarrow d_2^2 = \frac{4 \cdot A_2}{\pi} \Rightarrow 5,65 = \frac{3,14 \cdot d_2^2}{4} \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{5,65 \cdot 4}{3,14}} = 2,68 \text{ cm} = 26,8 \text{ mm}$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

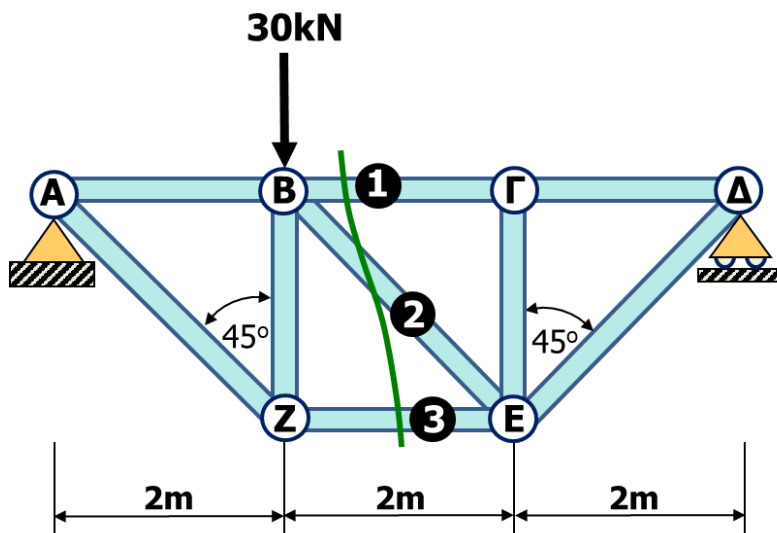
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Για το επίπεδο δικτύωμα που φαίνεται στο Σχήμα 8 να :

- (α) υπολογίσετε, με την αναλυτική μέθοδο των τομών, τις δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους 1,2 και 3
- (β) προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής που ασκείται στις ράβδους 1,2 και 3.



Σχήμα 8

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 30 \cdot 2 - R_\Delta \cdot 6 = 0 \Rightarrow R_\Delta = \frac{30 \cdot 2}{6} \Rightarrow R_\Delta = 10 \text{ kN} \uparrow$$

ή

$$\sum M_\Delta = 0 \Rightarrow R_A \cdot 6 - 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{30 \cdot 4}{6} \Rightarrow R_A = 20 \text{ kN} \uparrow$$

Απόσταση BZ και ΓΕ:

$$\varepsilon\varphi 45^\circ = \frac{AB}{BZ} \Rightarrow BZ = \frac{AB}{\varepsilon\varphi 45^\circ} = \frac{2}{1} \Rightarrow BZ = 2 \text{ m}$$

$$\varepsilon\varphi 45^\circ = \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma E} \Rightarrow \Gamma E = \frac{\Gamma\Delta}{\varepsilon\varphi 45^\circ} = \frac{2}{1} \Rightarrow \Gamma E = 2 \text{ m}$$

ΛΥΣΗ 1

Αριστερά της τομής

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \cdot 2 - F_{ZE} \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{ZE} \cdot 2 = R_A \cdot 2 \Rightarrow F_{ZE} = R_A = 20 \text{ kN (Εφελκυσμός)}$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow R_A \cdot 4 - 30 \cdot 2 + F_{B\Gamma} \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{B\Gamma} = \frac{30 \cdot 2 - R_A \cdot 4}{2} = \frac{30 \cdot 2 - 20 \cdot 4}{2} \Rightarrow$$

$$F_{B\Gamma} = -10 \text{ kN} \Rightarrow F_{B\Gamma} = 10 \text{ kN (Θλίψη)}$$

$$\sum M_Z = 0 \Rightarrow R_A \cdot 2 - F_{B\Gamma} \cdot 2 + F_{BE} \cdot \sin 45^\circ \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{BE} = \frac{F_{B\Gamma} \cdot 2 - R_A \cdot 2}{\sin 45^\circ \cdot 2} = \frac{10 \cdot 2 - 20 \cdot 2}{0,707 \cdot 2} \Rightarrow$$

$$F_{BE} = -14,14 \text{ kN} \Rightarrow F_{BE} = 14,14 \text{ kN (Θλίψη)}$$

ή

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 30 - F_{BE} \cdot \eta\mu 45^\circ \Rightarrow F_{BE} = \frac{R_A - 30}{\eta\mu 45^\circ} \Rightarrow F_{BE} = \frac{20 - 30}{0,707} \Rightarrow$$

$$F_{BE} = -14,14 \text{ kN} \Rightarrow F_{BE} = 14,14 \text{ kN (Θλίψη)}$$

ή

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{B\Gamma} + F_{BE} \cdot \sin 45^\circ + F_{ZE} \Rightarrow F_{BE} = \frac{F_{B\Gamma} - F_{ZE}}{\sin 45^\circ} \Rightarrow F_{BE} = \frac{10 - 20}{0,707} \Rightarrow$$

$$F_{BE} = -14,14 \text{ kN} \Rightarrow F_{BE} = 14,14 \text{ kN (Θλίψη)}$$

ΛΥΣΗ 2

Δεξιά της τομής

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 2 - F_{B\Gamma} \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{B\Gamma} \cdot 2 = -R_A \cdot 2 \Rightarrow F_{B\Gamma} = -R_A \Rightarrow$$

$$F_{B\Gamma} = -10 \text{ kN} \Rightarrow F_{B\Gamma} = 10 \text{ kN (Θλίψη)}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 4 + F_{ZE} \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{ZE} = \frac{R_A \cdot 4}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} \Rightarrow$$

$$F_{ZE} = 20 \text{ kN (Εφελκισμός)}$$

$$\sum M_\Gamma = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 2 + F_{ZE} \cdot 2 + F_{BE} \cdot \sin 45^\circ \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{BE} = \frac{R_A \cdot 2 - F_{ZE} \cdot 2}{\sin 45^\circ \cdot 2} = \frac{10 \cdot 2 - 20 \cdot 2}{0,707 \cdot 2} \Rightarrow$$

$$F_{BE} = -14,14 \text{ kN} \Rightarrow F_{BE} = 14,14 \text{ kN (Θλίψη)}$$

ή

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_B + F_{BE} \cdot \eta\mu 45^\circ \Rightarrow F_{BE} = -\frac{R_B}{\eta\mu 45^\circ} \Rightarrow F_{BE} = -\frac{10}{0,707} \Rightarrow$$

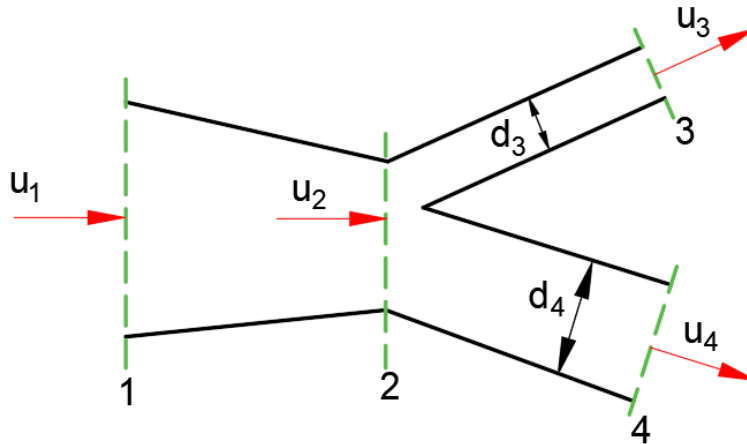
$$F_{BE} = -14,14 \text{ kN} \Rightarrow F_{BE} = 14,14 \text{ kN (Θλίψη)}$$

ή

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{B\Gamma} - F_{BE} \cdot \sin 45^\circ - F_{ZE} \Rightarrow F_{BE} = \frac{F_{B\Gamma} - F_{ZE}}{\sin 45^\circ} \Rightarrow F_{BE} = \frac{10 - 20}{0,707} \Rightarrow$$

$$F_{BE} = -14,14 \text{ kN} \Rightarrow F_{BE} = 14,14 \text{ kN (Θλίψη)}$$

14. Στο Σχήμα 9 φαίνεται ένας αγωγός νερού. Στην είσοδο του αγωγού, σημείο 1, η διάμετρος του είναι 0.5 m και μέχρι το σημείο 2 η διάμετρος ελαττώνεται στα 0,4 m. Στο σημείο 2 ο αγωγός διακλαδώνεται σε δύο άνισους αγωγούς η διάμετρος των οποίων είναι 0,15 m και 0.3 m αντίστοιχα. Αν η ταχύτητα του νερού στο σημείο 1 είναι $u_1 = 2 \text{ m/s}$ και στο σημείο 4, $u_4 = 4 \text{ m/s}$ να υπολογίσετε:
 (α) την παροχή Q_3 και Q_4 , στις διατομές 3 και 4 αντίστοιχα του αγωγού και
 (β) την ταχύτητα ροής u_2 και u_3 στις διατομές 2 και 3 αντίστοιχα του αγωγού.



Σχήμα 9

$$d_1 = 500 \text{ mm} = 0,5 \text{ m}, \quad d_2 = 400 \text{ mm} = 0,4 \text{ m},$$

$$d_3 = 150 \text{ mm} = 0,15 \text{ m}, \quad d_4 = 300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m}$$

$$u_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad u_4 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(α) $Q_3 = ?$ $Q_4 = ?$ (β) $u_2 = ?$ $u_3 = ?$

$$(α) \quad Q_1 = A_1 \cdot u_1 \Rightarrow Q_A = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot 2 = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} \cdot 2 = 0,392 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,392 \cdot 3600 = 1411,2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$Q_4 = A_4 \cdot u_4 \Rightarrow Q_4 = \frac{\pi \cdot d_4^2}{4} \cdot 4 = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} \cdot 4 = 0,282 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,282 \cdot 3600 = 1017,3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\text{άρα} \Rightarrow Q_1 = Q_3 + Q_4 \Rightarrow Q_3 = Q_1 - Q_4 = 1411,2 - 1017,3 = 393,9 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

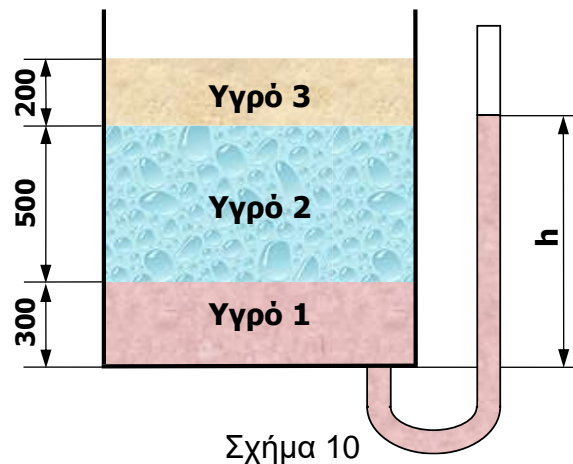
(β) $Q_2 = Q_1$

$$Q_2 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{Q_2}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{1411,2}{\frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4}} = 12235,66 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = \frac{12235,66}{3600} = 3,12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q_3 = A_3 \cdot u_3 \Rightarrow Q_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} \cdot u_3 \Rightarrow u_3 = \frac{Q_3}{\frac{\pi \cdot d_3^2}{4}} = \frac{393,9}{\frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4}} = 22380,6 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = \frac{22380,6}{3600} = 6,21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

15. Στο Σχήμα 10, μέσα σε κυβικό ανοικτό ντεπόζιτο, τοποθετούνται τρία (3) διαφορετικά μη αναμειγνυόμενα υγρά μάζας $m_1 = 390 \text{ kg}$, $m_2 = 500 \text{ kg}$ και $m_3 = 160 \text{ kg}$ αντίστοιχα. Το ύψος των υγρών μέσα στο ντεπόζιτο είναι $h_1 = 300 \text{ mm}$, $h_2 = 500 \text{ mm}$ και $h_3 = 200 \text{ mm}$. Αν η βάση του ντεπόζιτου έχει διαστάσεις $1000 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm}$, να υπολογίσετε:

- (α) την πίεση που ασκείται στη βάση του ντεπόζιτου
 (β) το ύψος h του υγρού 3, που βρίσκεται μέσα στο απλό διαφορικό μανόμετρο U που είναι συνδεδεμένο με το ντεπόζιτο.



$$V_1 = 1 \cdot 1 \cdot 0,3 \Rightarrow V_1 = 0,3 \text{ m}^3$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{390}{0,3} \Rightarrow \rho_1 = 1300 \text{ kg/m}^3$$

$$V_2 = 1 \cdot 1 \cdot 0,5 \Rightarrow V_2 = 0,5 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{500}{0,5} \Rightarrow \rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$V_3 = 1 \cdot 1 \cdot 0,2 \Rightarrow V_3 = 0,2 \text{ m}^3$$

$$V_3 = \frac{m_3}{\rho_3} \Rightarrow \rho_3 = \frac{m_3}{V_3} = \frac{160}{0,2} \Rightarrow \rho_3 = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$P_{\beta\alpha\sigma\eta} = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + \rho_3 \cdot g \cdot h_3 \Rightarrow$$

$$P_{\beta\alpha\sigma\eta} = 1300 \cdot 9,81 \cdot 0,3 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,5 + 800 \cdot 9,81 \cdot 0,2 \Rightarrow P_{\beta\alpha\sigma\eta} = 10300,5 \text{ Pa}$$

$$P_{\beta\alpha\sigma\eta} = \rho_1 \cdot g \cdot h_U \Rightarrow h_U = \frac{P_{\beta\alpha\sigma\eta}}{\rho_1 \cdot g} = \frac{10300,5}{1300 \cdot 9,81} \Rightarrow h_U = 0,8 \text{ m}$$

16. Σφόνδυλος μάζας 400 kg και ακτίνας αδράνειας 30 cm, περιστρέφεται με 350 rpm. Για να επιταχύνει ο σφόνδυλος και να φτάσει τις 800 rpm πρέπει να ασκηθεί σε αυτόν ροπή στρέψης 70 Nm. Αν η ροπή τριβής στα έδρανα του σφόνδουλου είναι 8 Nm, να υπολογίσετε:

(α) τη ροπή αδράνειας του σφόνδουλου

(β) το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει ο σφόνδυλος στις 800 rpm

(γ) τη ροπή φρεναρίσματος που χρειάζεται να ασκηθεί στο σφόνδυλο για να σταματήσει να περιστρέφεται σε 5 s, από τη στιγμή που σταματήσει να ασκείται πάνω του η ροπή στρέψης.

$$\alpha) I = m \cdot i^2 = 400 \cdot 0,3^2 \Rightarrow I = 36 \text{ kgm}^2$$

$$\beta) \Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{\text{tfr}} = I \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{M_t - M_{\text{tfr}}}{I} = \frac{70 - 8}{36} \Rightarrow \alpha = 1,72 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 350}{60} \Rightarrow \omega_1 = 36,63 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 800}{60} \Rightarrow \omega_2 = 83,73 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha} = \frac{83,73 - 36,63}{1,72} \Rightarrow t = 27,38 \text{ s}$$

$$\gamma) \omega_1 = 83,73 \text{ rad/s} \rightarrow \omega_2 = 0$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{0 - 83,73}{5} \Rightarrow \alpha = 16,75 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{\phi\phi} + M_{\text{tfr}} = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{\phi\phi} = I \cdot \alpha - M_{\text{tfr}} = 36 \cdot 16,75 - 8 \Rightarrow M_{\phi\phi} = 595 \text{ Nm}$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄

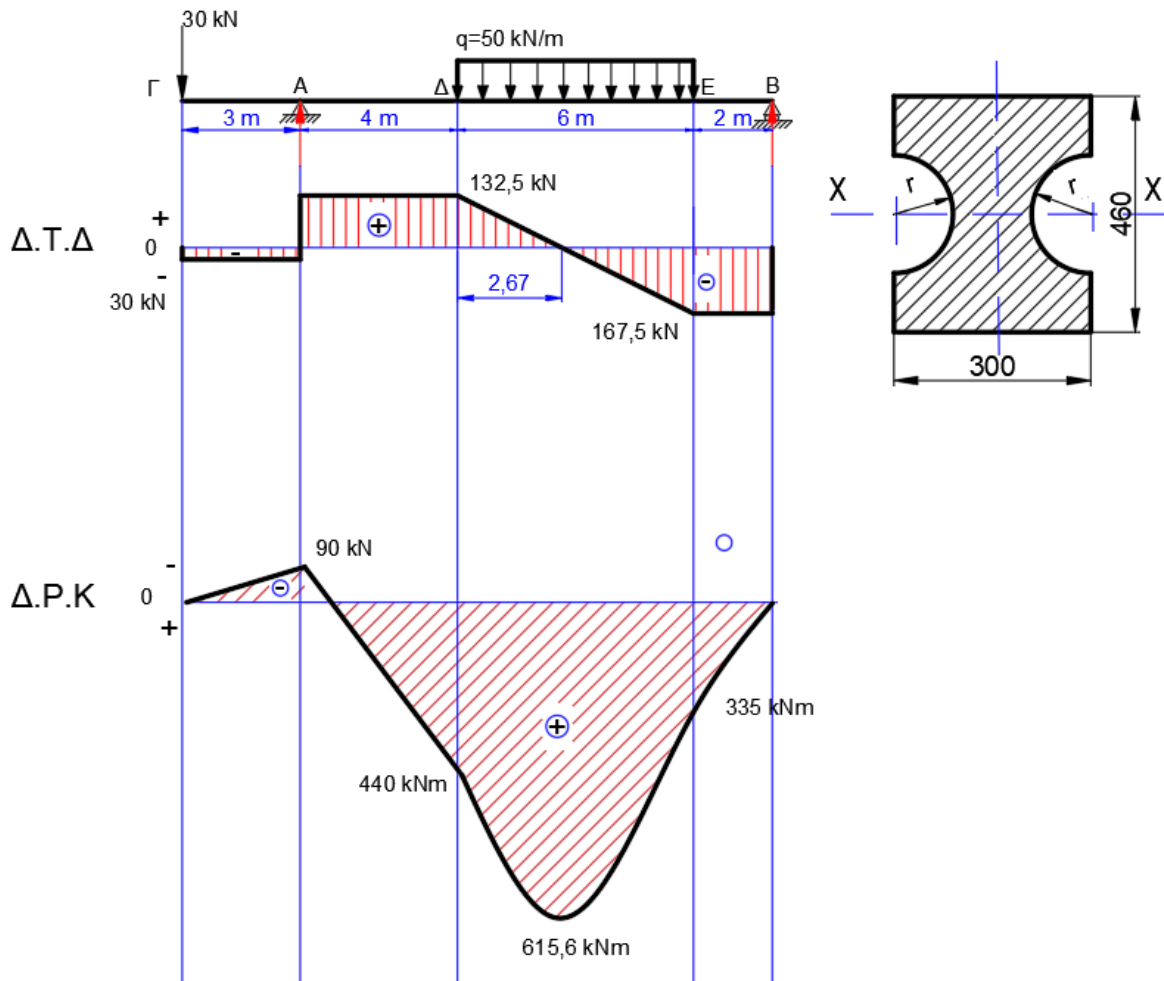
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄

ΜΕΡΟΣ Γ': - Δύο (2) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

17. Για τη δοκό που φαίνεται στο Σχήμα 11 να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις R_A και R_B
- (β) τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το $\Delta.T.\Delta$
- (γ) τις ροπές κάμψης και να σχεδιάσετε το $\Delta.P.K$
- (δ) τη μέγιστη τάση κάμψης σ_{max} .



Σχήμα 11

(α) Υπολογισμός αντιδράσεων:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -30 \cdot 3 + 50 \cdot 6 \cdot (3 + 4) - R_B \cdot 12 = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{-90 + 2100}{12} = 167,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -50 \cdot 6 \cdot (3 + 2) + R_A \cdot 12 - 30 \cdot 15 = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{1500 + 450}{12} = 162,5 \text{ kN}$$

Έλεγχος:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - 30 - (50 \cdot 6) = 0$$

$$\Rightarrow 162,5 + 167,5 - 30 - 300 = 0$$

(β) Υπολογισμός Τεμνουσών δυνάμεων:

$$T_{\Delta(\Gamma-A)} = -30 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(A-\Delta)} = -30 + R_A = -30 + 162,5 = 132,5 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(\Delta-E)} = -30 + R_A - 50 \cdot x = -30 + 162,5 - 50 \cdot x$$

$$x = 0 \quad -30 + 162,5 - 50 \cdot 0 = 132,5 \text{ kN}$$

$$x = 6 \quad -30 + R_A - 50 \cdot x = -30 + 162,5 - 50 \cdot 6 = -167,5 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(x)} = 0 \Rightarrow -30 + 162,5 - 50 \cdot x = 0 \Rightarrow x = \frac{132,5}{50} = 2,65 \text{ m}$$

$$T_{\Delta(E-B)} = -30 + R_A - 50 \cdot 6 = -30 + 162,5 - 50 \cdot 6 = -167,5 \text{ kN}$$

(γ) Υπολογισμός ροπών κάμψης:

$$PK_{(A)} = -30 \cdot 3 = -90 \text{ kNm}$$

$$PK_{(\Delta)} = -30 \cdot (3 + 4) + R_A \cdot 4 = -30 \cdot (3 + 4) + 162,5 \cdot 4 = 440 \text{ kNm}$$

$$PK_{(x)} = -30 \cdot (3 + 4 + x) + R_A \cdot (4 + x) - 50 \cdot x \cdot \frac{x}{2} =$$

$$-30 \cdot (3 + 4 + x) + 162,5 \cdot (4 + x) - 50 \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow PK_{\Delta} = -30 \cdot (7 + 0) + 162,5 \cdot (4 + 0) - 50 \cdot \frac{0^2}{2} = -210 + 650 = 440 \text{ kNm}$$

$$x = 2,65 \Rightarrow PK_Z = -30 \cdot (7 + 2,65) + 162,5 \cdot (4 + 2,65) - 50 \cdot \frac{2,65^2}{2} = 615,6 \text{ kNm}$$

$$x = 6 \Rightarrow PK_{(E)} = -30 \cdot (7 + 6) + 162,5 \cdot (4 + 6) - 50 \cdot \frac{6^2}{2} = 335 \text{ kNm}$$

$$PK_{(B)} = -30 \cdot (3 + 4 + 6 + 2) + R_A \cdot (4 + 6 + 2) - 50 \cdot 6 \cdot (3 + 2)$$

$$= -30 \cdot 15 + 162,5 \cdot 12 - 50 \cdot 6 \cdot 2 = -450 + 1950 - 1500 = 0$$

$$(\delta) I = \frac{b \cdot h^3}{12} - \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{300 \cdot 460^3}{12} - \frac{3,14 \cdot 236^4}{64} = 2281205946 \text{ mm}^4$$

$$615,6 \text{ kNm} = 615,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$y = 230 \text{ mm}$$

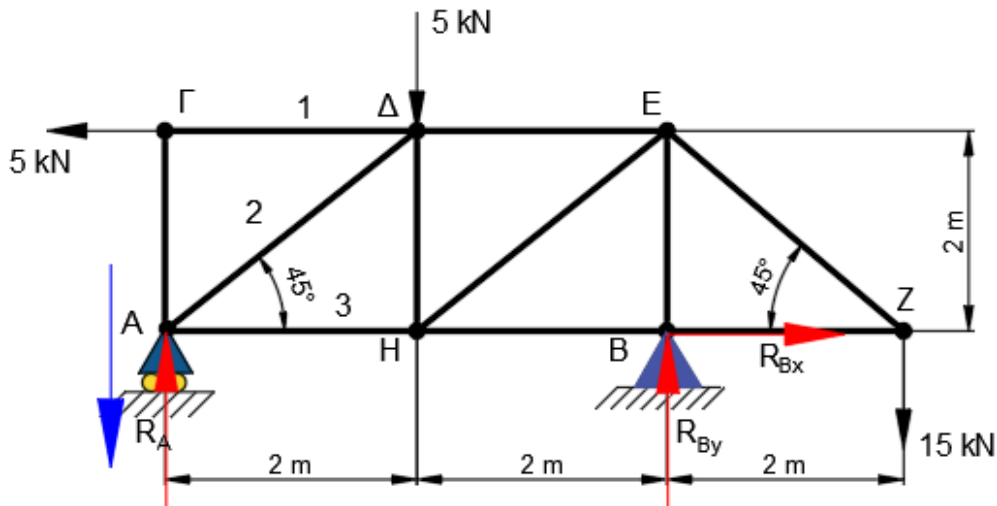
$$\frac{\sigma_{\max}}{y_{\max}} = \frac{M_{\text{bmax}}}{I} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_{\text{bmax}} \cdot y_{\max}}{I} = \frac{615,6 \cdot 10^6 \cdot 230}{2281205946} = 62,07 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

18. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο Σχήμα 12 να:

(α) αποδείξετε ότι το δικτύωμα είναι στατικά ορισμένο

(β) σχεδιάστε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στα στηρίγματα A και B

(γ) υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους των κόμβων Z, B και E με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.



Σχήμα 12

$$(α) s = 2k - 3 \Rightarrow 11 = 2 \cdot 7 - 3 \Rightarrow 11 = 14 - 3 = 11$$

Στατικά ορισμένο δικτύωμα.

$$(β) \Sigma M_A = 0 \Rightarrow 5 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - R_{By} \cdot 4 + 15 \cdot 6 = 0$$

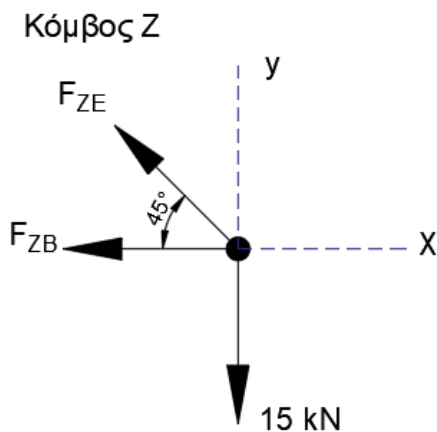
$$\Rightarrow R_{By} = \frac{10 - 10 + 90}{4} = 22,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 15 \cdot 2 - 5 \cdot 2 + R_A \cdot 4 - 5 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{-30 + 10 + 10}{4} = -2,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -5 + R_{Bx} = 0 \Rightarrow R_{Bx} = 5 \text{ kN}$$

(γ)

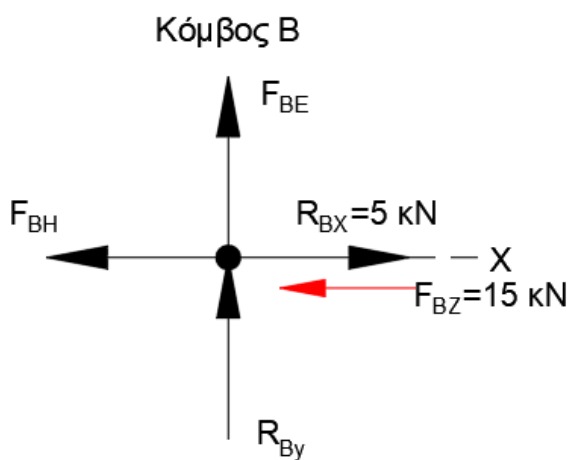


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ZE} \cdot \sin 45^\circ - 15 = 0$$

$$\Rightarrow F_{ZE} = \frac{15}{0,707} = 21,2 \text{ kN} - \text{Εφελκυστική.}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{ZE} \cdot \cos 45^\circ - F_{ZB} = 0$$

$$\Rightarrow F_{ZB} = -21,2 \cdot 0,707 = -15 \text{ kN} - \text{Θλιπτική}$$



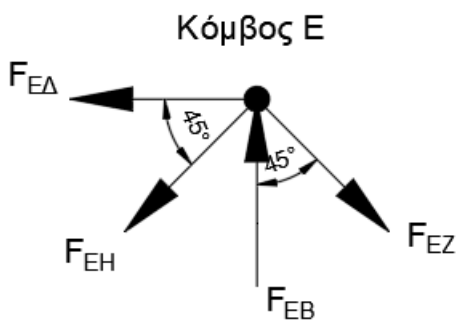
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{BE} + R_{By} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{BE} = -R_{By} = -22,5 \text{ kN} - \text{Θλιπτική}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{BZ} + R_{Bx} - F_{BH} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{BH} = R_{Bx} - F_{BZ}$$

$$F_{BH} = 5 - 15 = -10 \text{ kN} - \text{Θλιπτική}$$



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{EB} - F_{EH} \cdot \sin 45^\circ - F_{EZ} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{EH} = \frac{-F_{EZ} \cdot \sin 45^\circ + F_{EB}}{\sin 45^\circ}$$

$$F_{EH} = \frac{-21,2 \cdot 0,707 + 22,5}{0,707}$$

$$\Rightarrow F_{EH} = 10,6 \text{ kN} - \text{Εφελκυστική}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{EA} - F_{EH} \cdot \cos 45^\circ + F_{EZ} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{EA} = F_{EZ} \cdot \cos 45^\circ - F_{EH} \cdot \cos 45^\circ$$

$$F_{EA} = 21,2 \cdot 0,707 - 10,6 \cdot 0,707$$

$$F_{EA} = 7,5 \text{ kN} - \text{Εφελκυστική}$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ