

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2022

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (400)
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΠΕΜΠΤΗ, 30 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
ΩΡΑ : 8:00 – 10:30

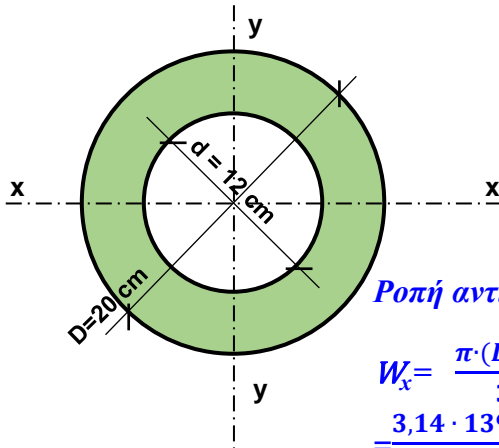
ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από δώδεκα (12) ερωτήσεις

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τη ροπή αντίστασης W_x , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $x - x$, της σύνθετης διατομής που φαίνεται στο **Σχήμα 1**.

Δίνονται: εξωτερική διάμετρος $D = 20 \text{ cm}$
εσωτερική διάμετρος $d = 12 \text{ cm}$



ΣΧΗΜΑ 1

Ροπή αντίστασης διατομής δακτυλίου

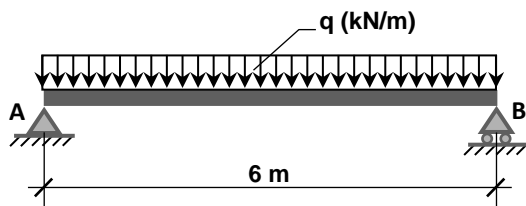
$$W_x = \frac{\pi \cdot (D_1^4 - D_2^4)}{32 \cdot D} = \frac{3,14 \cdot (20^4 - 12^4)}{32 \cdot 20} = \frac{3,14 \cdot (160000 - 20736)}{640}$$
$$= \frac{3,14 \cdot 139264}{640} = \frac{437289}{640} \Rightarrow W_x = \underline{683,26 \text{ cm}^3}$$

(δεύτερη λύση) Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής

$$I_x = \frac{\pi \cdot D_1^4}{64} - \frac{\pi \cdot D_2^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 20^4}{64} - \frac{3,14 \cdot 12^4}{64} = 7854 - 1018 = \underline{6836 \text{ cm}^4}$$

$$W_x = \frac{I_x}{y} \Rightarrow W_x = \frac{6836}{10} = \underline{683,6 \text{ cm}^3}$$

2. Η μέγιστη ροπή κάμψης M_{\max} που αναπτύσσεται στην δοκό του **Σχήματος 2** είναι **25kNm**. Να υπολογίσετε την τιμή του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου q (kN/m) που καταπονεί τη δοκό.



ΣΧΗΜΑ 2

Ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q

$$M_{\max} = \frac{q \cdot \ell^2}{8} \Rightarrow q = \frac{8 \cdot M_{\max}}{\ell^2} = \frac{8 \cdot 25}{6^2} = \frac{200}{36} = 5,56 \text{ kN/m} \Rightarrow q = \underline{5,56 \text{ kN/m}}$$

3. Σε δοκό ορθγωνικής διατομής **25X50 cm**, η οποία καταπονείται σε κάμψη, αναπτύσσεται μέγιστη ροπή **$M_{\max} = 110 \text{ kNm}$** . Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης που αναπτύσσεται στη διατομή της.

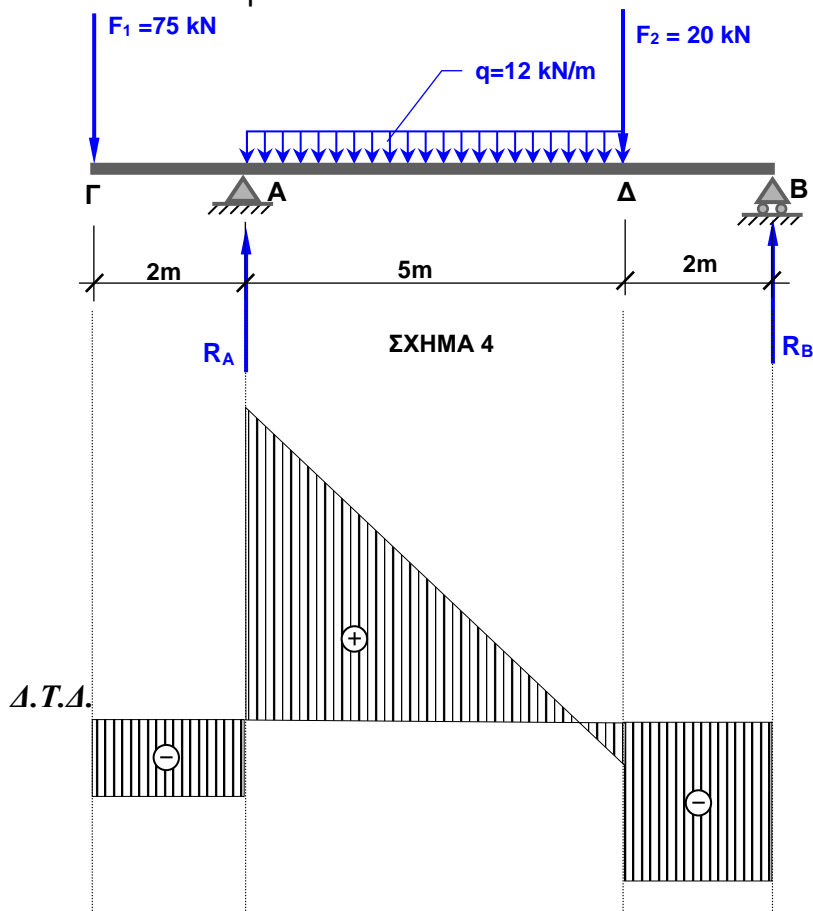
$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{25 \cdot 50^2}{6} = 10416,67 \text{ cm}^3 \Rightarrow W_x = \underline{10416,67 \text{ cm}^3} \quad \text{ή διαφορετικά}$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{25 \cdot 50^3}{12} = 260416,7 \text{ cm}^3 \Rightarrow I_x = \underline{260416,7 \text{ cm}^3} \Rightarrow W_x = \frac{I_x}{y} = \frac{260416,7}{25} \Rightarrow$$

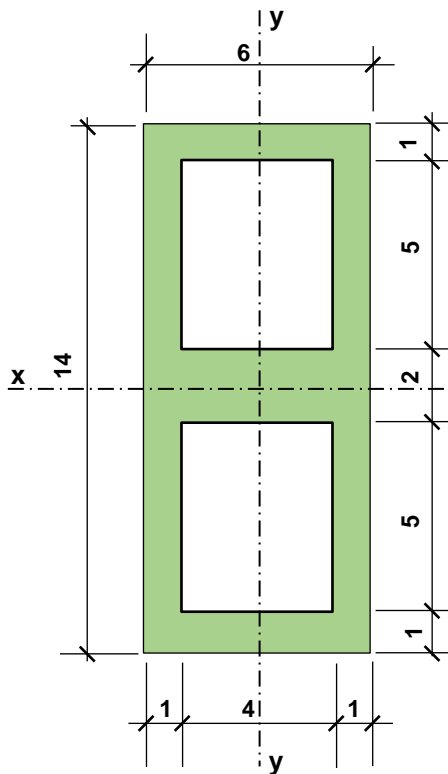
$$W_x = \underline{10416,7 \text{ cm}^3}$$

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{M}{W} = \frac{110 \text{ kNm}}{10416,67 \text{ cm}^3} = \frac{110 \cdot (10^3 \cdot \text{N}) \cdot (10^3 \cdot \text{mm})}{10416,67 \cdot (10^3 \cdot \text{mm}^3)} = \underline{10,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

4. Στο **Σχήμα 4** δίνονται μονοπροέχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**). Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο **Δ.Τ.Δ.**



5. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας I_x , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $x - x$, της σύνθετης κοίλης διατομής του Σχήματος 5. Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε **cm**.



ΣΧΗΜΑ 5

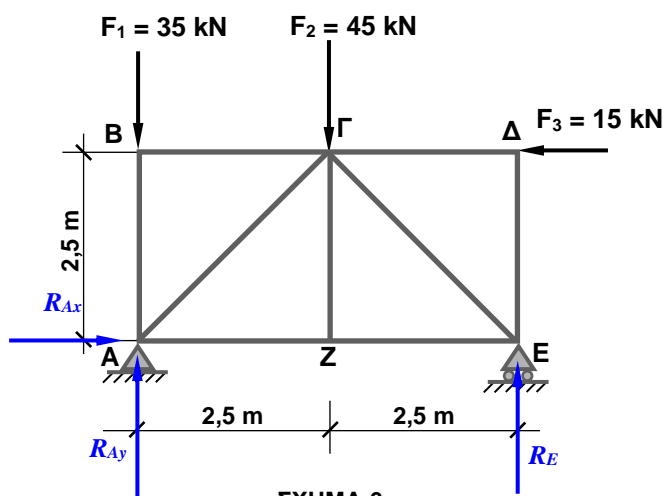
$$I_x = \frac{6 \cdot 14^3}{12} - 2 \cdot \left[\frac{4 \cdot 5^3}{12} + (4 \cdot 5) \cdot 3,5^2 \right]$$

$$I_x = 1372 - 2 \cdot 41,67 - 2 \cdot 245 = 1372 - 2 \cdot 286,7$$

$$I_x = 1372 - 573,33 = \underline{798,7 \text{ cm}^4}$$

6. Για το δικτύωμα του Σχήματος 6:

- Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και να υπολογίσετε **ΜΟΝΟ** την οριζόντια αντίδραση.
- Να κατονομάσετε τις τρεις ράβδους με μηδενική εσωτερική δύναμη.



ΣΧΗΜΑ 6

α) Υπολογισμός αντίδρασης R_{Ax}

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = \underline{15 \text{ kN}}$$

β) Ράβδοι με μηδενική εσωτερική δύναμη

Ισορροπία κόμβου

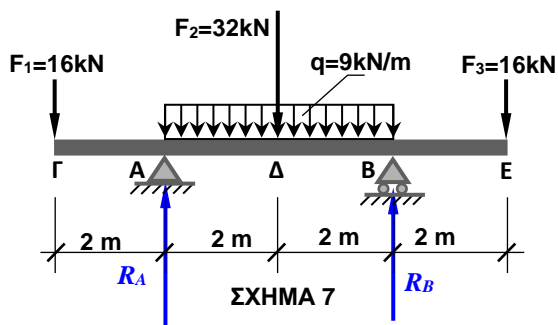
$$\text{κόμβου } B \quad \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{B\Gamma} = \underline{0 \text{ kN}}$$

$$\text{κόμβου } \Delta \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\Delta E} = \underline{0 \text{ kN}}$$

$$\text{κόμβου } Z \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\Gamma Z} = \underline{0 \text{ kN}}$$

Άρα οι ράβδοι $B\Gamma$, ΔE και ΓZ

7. Να υπολογίσετε τη Ροπή Κάμψης στο σημείο Δ (M_{Δ}), για τη δοκό που φορτίζεται συμμετρικά, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 7**.

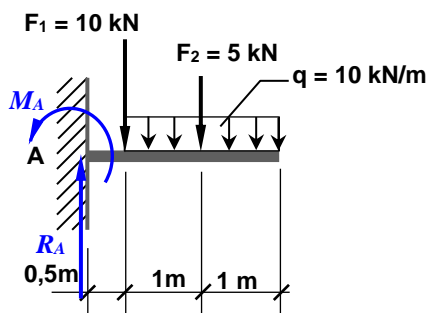


Λόγω συμμετρίας

$$R_A = R_B = \frac{16 + 32 + 16 + 9 \cdot 4}{2} = \underline{50 \text{ kN}}$$

$$M_{\Delta} = -16 \cdot 4 + 50 \cdot 2 - 9 \cdot 2 \cdot 1 = -64 + 100 - 18 = \underline{18 \text{ kNm}}$$

8. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις (δυνάμεις και ροπή) που αναπτύσσονται στη στήριξη της δοκού προβόλου του **Σχήματος 8**.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 10 - 5 - (10 \cdot 2) = 0 \Rightarrow R_A = \underline{35 \text{ kN}}$$

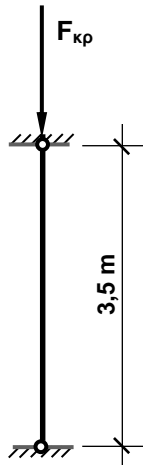
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -M_A + 10 \cdot 0,5 + 5 \cdot 1,5 + (10 \cdot 2) \cdot 1,5 = 0 \Rightarrow$$

$$-M_A + 5 + 7,5 + 30 = 0 \Rightarrow M_A = \underline{42,5 \text{ kNm}}$$

ΣΧΗΜΑ 8

9. Ράβδος ορθγωνικής διατομής και με πραγματικό μήκος $L = 3,5 \text{ m}$ στηρίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 9**. Να υπολογίσετε το μέγιστο φορτίο $F_{κρ}$ που μπορεί να μεταφέρει, χωρίς να εκδηλώνεται σε αυτή λυγισμός.

Δίνονται: $E=200\text{kN/mm}^2$, $I_x=312500\text{mm}^4$, $I_y=112500\text{mm}^4$



Ελεύθερο μήκος λογισμού

$$\ell = 3,5 \text{ m} = 3500 \text{ mm}$$

Ελάχιστη ροπή αδράνειας

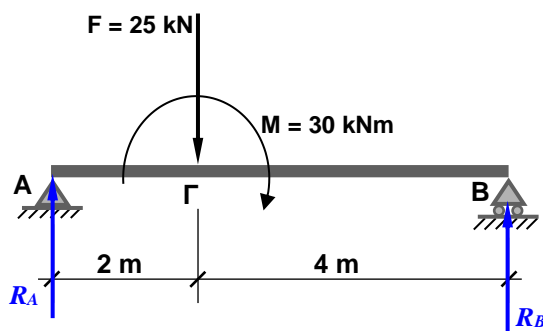
$$I_y = 112500 \text{ mm}^4$$

Κρίσιμο φορτίο λογισμού

$$F_{κρ} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ}}{\ell^2} \Rightarrow F_{κρ} = \frac{3,14^2 \cdot 200 \cdot 112500}{3500^2} \Rightarrow F_{κρ} = \underline{18,13 \text{ kN}}$$

ΣΧΗΜΑ 9

10. Για τη δοκό του **Σχήματος 10**, να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B** και να τις σχεδιάσετε στο σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 10

$AB=6\text{m} \Rightarrow A\Gamma/AB=2/6=1/3$ οπότε επιλύω δύο δοκούς

Με μόνο την $M \Rightarrow R_B = -R_A = M/AB = 30/6 = 5 \text{ kN}$

Με μόνο τη $F \Rightarrow R_A = 1/3 \cdot 25 = 8,3 \text{ kN}$, $R_B = 2/3 \cdot 25 = 16,7 \text{ kN}$

$\Rightarrow R_A = -5 + 16,7 = \underline{11,7 \text{ kN}}$, $R_B = 5 + 8,3 = \underline{13,3 \text{ kN}}$

ή δεύτερη λύση $\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 25 \cdot 2 + 30 - R_{By} \cdot 6 = 0 \Rightarrow$

$$R_{By} \cdot 6 = 80 \Rightarrow R_{By} = \underline{13,3 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot 6 + 30 - 25 \cdot 4 = 0 \Rightarrow$$

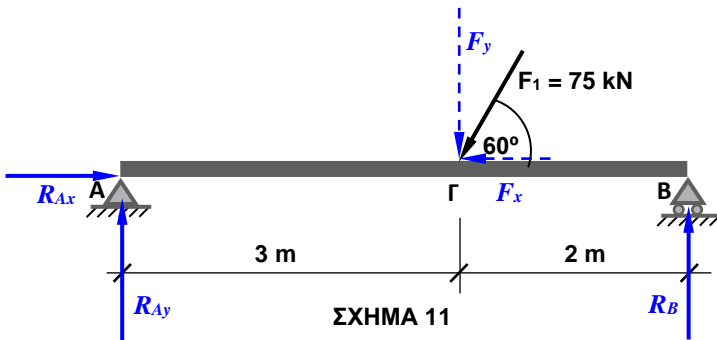
$$R_{Ay} \cdot 6 = 70 \Rightarrow R_{Ay} = \underline{11,7 \text{ kN}}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 25 \text{ kN}$$

$$\text{Έλεγχος } 13,3 + 11,7 = 25 \text{ kN}$$

11. Για την αμφιέρειστη δοκό του **Σχήματος 11**, να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και να τις σχεδιάσετε στο σχήμα.

Δίνονται $\eta\mu 60^\circ = 0,866$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0,5$



$$F_{Ix} = F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 75 \cdot 0,5 = 37,5 \text{ kN}$$

$$F_{Iy} = F \cdot \eta\mu 60^\circ = 75 \cdot 0,866 = 64,95 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} - F_{Ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - 37,5 = 0 \Rightarrow \underline{R_{Ax} = 37,5 \text{ kN}}$$

$$AB=5, \text{ } A\Gamma/AB=3/5=0,6 \text{ και } \Gamma B/AB=2/5=0,4 \text{ άρα}$$

$$R_{Ay}=0,4 \cdot 64,95=25,98 \text{ kN}, \text{ } R_B=0,6 \cdot 64,95=38,97 \text{ kN}$$

$$\text{Έλεγχος: } \Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} + R_B - 64,95 = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_B = 64,95 \text{ kN}$$

Δεύτερη λύση

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 5 - F_{Iy} \cdot 3 = 0 \Rightarrow R_B \cdot 5 - 64,95 \cdot 3 = 0$$

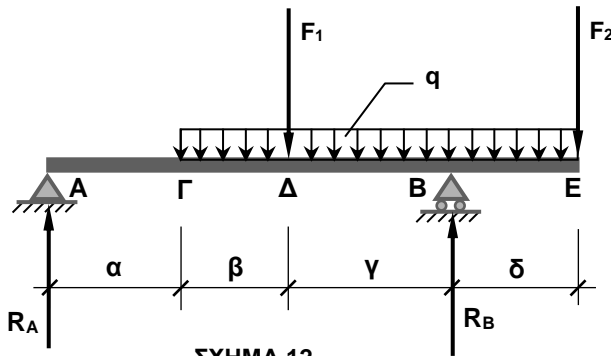
$$\Rightarrow R_B \cdot 5 = 194,85 \Rightarrow \underline{R_B = 38,97 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 5 + F_{Ix} \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_A \cdot 5 = 64,95 \cdot 2$$

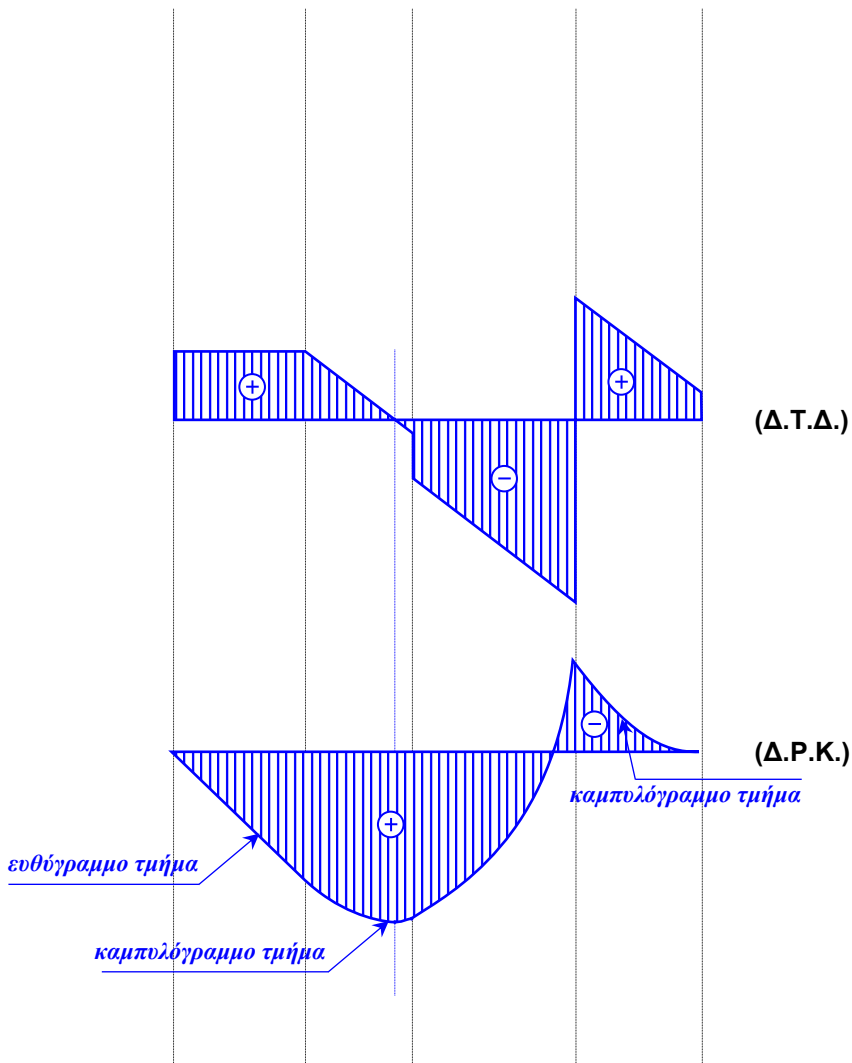
$$\Rightarrow R_A \cdot 5 = 129,9 \Rightarrow \underline{R_A = 25,98 \text{ kN}}$$

12. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 12**. Να σχεδιάσετε μια πιθανή μορφή των διαγραμμάτων των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**) και των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**) της δοκού.

Δίνεται ότι η M_{max} βρίσκεται μεταξύ των χαρακτηριστικών σημείων Γ και Δ.



ΣΧΗΜΑ 12



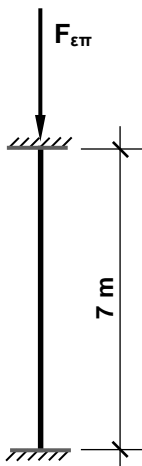
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις

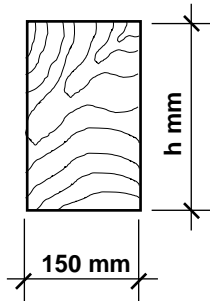
Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Να υπολογίσετε το ύψος h της ορθογωνικής διατομής ενός αμφίπακτου στύλου με πραγματικό μήκος $L=7m$, που μεταφέρει με ασφάλεια αξονικό φορτίο $F_{επ}=162kN$, όπως φαίνεται στα Σχήματα 13 α και 13 β.

Δίνονται: μέτρο ελαστικότητας $E = 10 \text{ kN/mm}^2$
συντελεστής ασφάλειας $\gamma = 3,5$



ΣΧΗΜΑ 13 α



ΣΧΗΜΑ 13 β

Ελεύθερο μήκος λογισμού $\ell = 0,5 \cdot 7 = 3,5 \text{ m} = 3500 \text{ mm}$

Ελάχιστη ροπή αδράνειας

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{h \cdot 150^3}{12} = 281250 \cdot h$$

Επιτρεπόμενο φορτίο λογισμού

$$F_{επ} = \frac{F_{κρ}}{\gamma} \Rightarrow F_{κρ} = 3,5 \cdot 162 \text{ kN} = 567 \text{ kN}$$

Κρίσιμο φορτίο λογισμού

$$F_{κρ} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ}}{\ell^2} = \frac{3,14^2 \cdot 10 \cdot 281250 \cdot h}{3500^2} = 567 \text{ kN} \Rightarrow$$

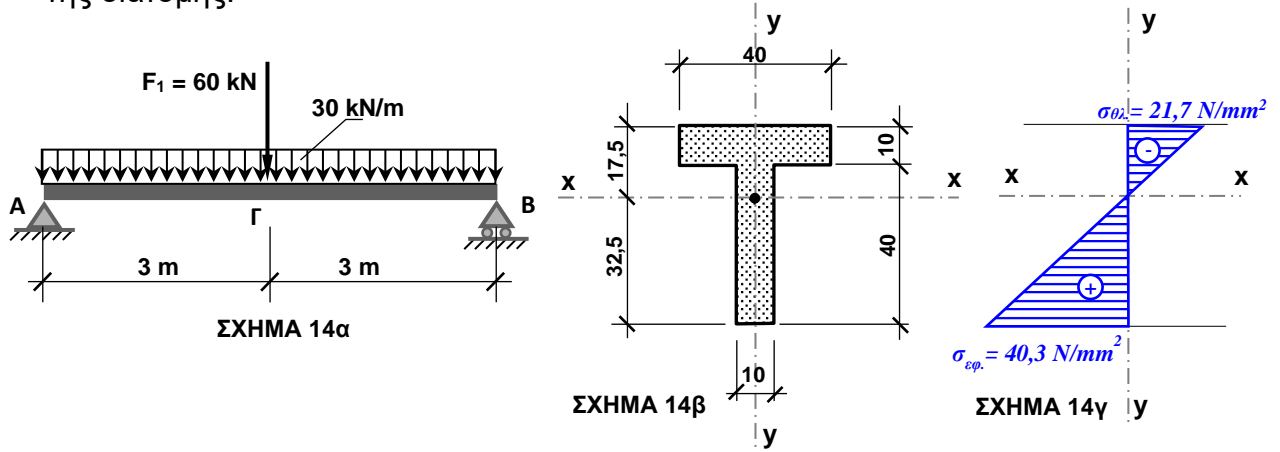
$$h = 250,5 \text{ mm} \text{ \& } I_y = 7171875 \text{ mm}^4$$

14. Αμφιέρειστη δοκός φορτίζεται με συμμετρικό φορτίο όπως φαίνεται στο **Σχήμα 14α** και έχει διατομή **T** όπως φαίνεται στο **Σχήμα 14β**.

α) Να υπολογίσετε τις μέγιστες τάσεις θλίψης και εφελκυσμού, σε N/mm^2 , που θα αναπτυχθούν στη δοκό.

β) Να σχεδιάσετε στο **Σχήμα 14γ** το διάγραμμα κατανομής των τάσεων.

Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε **cm**. Δίνεται η θέση του κεντροβαρικού άξονα x-x της διατομής.



Λόγω συμμετρίας

$$R_A = R_B = \frac{60 + 30 \cdot 6}{2} = \underline{120 \text{ kN}}$$

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης στο μέσο

$$M_{max} = 120 \cdot 3 - 30 \cdot 3 \cdot 1,5 = 360 - 135 = \underline{225 \text{ kNm}}$$

$$I_{x1} = \frac{b \cdot h^3}{12} + A \cdot d_y^2 = \frac{40 \cdot 10^3}{12} + (40 \cdot 10) \cdot (17,5 - 5)^2 = 65833,3 \text{ cm}^4$$

$$I_{x2} = \frac{b \cdot h^3}{12} + A \cdot d_y^2 = \frac{10 \cdot 40^3}{12} + (10 \cdot 40) \cdot (32,5 - 20)^2 = 115833,3 \text{ cm}^4$$

$$I = I_{x1} + I_{x2} = 181666,7 \text{ cm}^4$$

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \Rightarrow$$

Θλιπτική τάση (πάνω)

$$\sigma_{\theta\lambda} = \frac{225 \cdot 100}{181666,7} \cdot 17,5 = 2,17 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2,17 \frac{1000 \text{ N}}{100 \text{ mm}^2} = 21,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

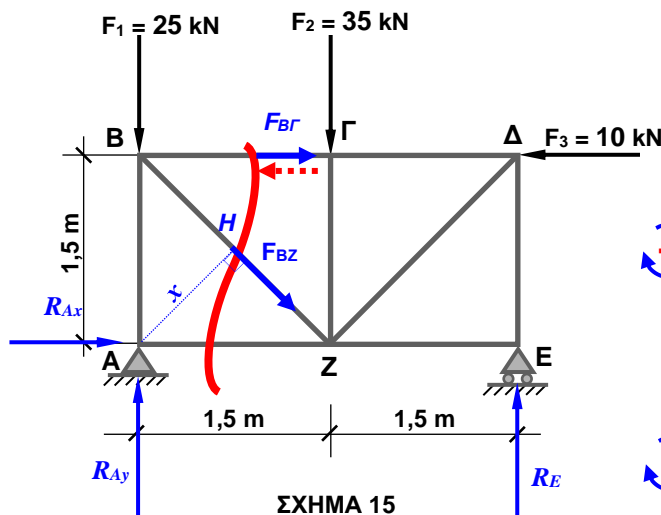
Εφελκυστική τάση (κάτω)

$$\sigma_{\varepsilon\phi} = \frac{225 \cdot 100}{181666,7} \cdot 32,5 = 4,03 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4,03 \frac{1000 \text{ N}}{100 \text{ mm}^2} = 40,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

15. Δίνεται δικτύωμα με διαστάσεις και φορτία όπως φαίνεται στο **Σχήμα 15**.

- Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **E**.
- Να υπολογίσετε το μέγεθος και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης στις ράβδους **BΓ** και **BZ** με τη μέθοδο των τομών.
- Να υπολογίσετε το μέγεθος και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης στις ράβδους **EZ** και **ΕΔ** με τη μέθοδο ανάλυσης – ισορροπίας των κόμβων.

Δίνονται: $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0,707$



α) Υπολογισμός αντίδρασης R_{Ax}

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = \underline{10 \text{ kN}}$$

Υπολογισμός αντίδρασης R_E

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 &\Rightarrow 35 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 - R_E \cdot 3 = 0 \\ &\Rightarrow 3R_E = 52,5 - 15 = 37,5 \Rightarrow R_E = 12,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

Υπολογισμός αντίδρασης R_{Ay}

$$\begin{aligned} \Sigma M_E = 0 &\Rightarrow -25 \cdot 3 - 35 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 + R_{Ay} \cdot 3 = 0 \\ &\Rightarrow 3R_{Ay} = 75 + 52,5 + 15 = 142,5 \Rightarrow R_{Ay} = 47,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{Έλεγχος } 47,5 + 12,5 = 60 = 25 + 35 \text{ (} F_1 + F_2 \text{)}$$

β) Τομή ράβδων **BΓ**, **BZ** και **AZ**

$$\begin{aligned} \Sigma M_Z = 0 &\Rightarrow R_{Ay} \cdot 1,5 - F_1 \cdot 1,5 + F_{B\Gamma} \cdot 1,5 = 0 \Rightarrow R_{Ay} - F_1 + F_{B\Gamma} = 0 \\ &\Rightarrow F_{B\Gamma} = -R_{Ay} + F_1 = -47,5 + 25 = \underline{-22,5 \text{ kN}} \Rightarrow F_{B\Gamma} = \underline{22,5 \text{ kN}} \text{ θλιπτική} \end{aligned}$$

Υπολογισμός $AH=x$ από τρίγωνο AHZ με γωνία $\widehat{HAZ} = 45^\circ$

$$x = 1,5 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 1,06 \text{ m}$$

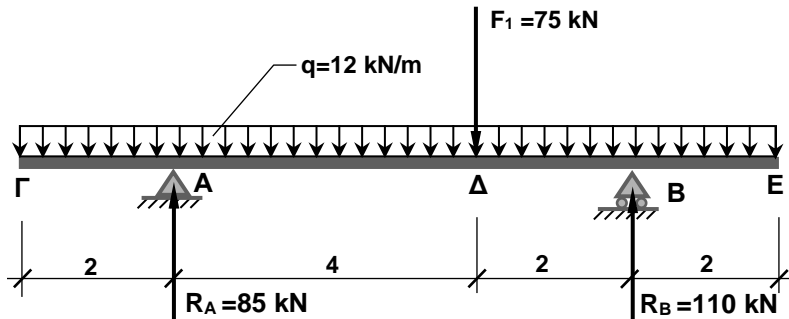
$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 &\Rightarrow -F_{B\Gamma} \cdot 1,5 + F_{BZ} \cdot x = 0 \Rightarrow F_{BZ} = \frac{F_{B\Gamma} \cdot 1,5}{x} = \frac{22,5 \cdot 1,5}{1,06} = \underline{31,84 \text{ kN}} \\ &\Rightarrow F_{BZ} = \underline{31,84 \text{ kN}} \text{ εφελκυστική} \end{aligned}$$

γ) Κόμβος **E**

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ZE} = \underline{0}$$

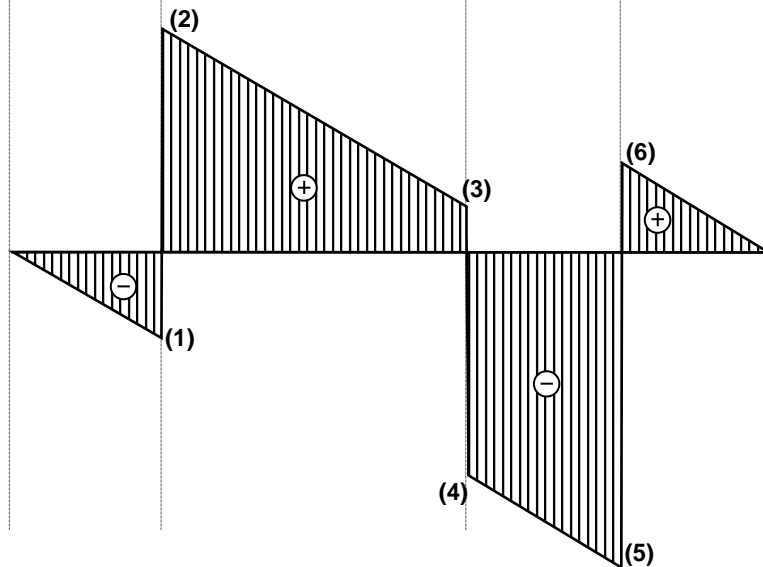
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{EA} = R_E \Rightarrow F_{EA} = \underline{12,5 \text{ kN}}$$

16. Δίνεται αμφιπροέχουσα δοκός η οποία φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 16**, καθώς και το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεών της. Να υπολογίσετε τις τιμές των τεμνουσών δυνάμεων στα σημεία (1), (2), (3), (4), (5) και (6).



ΣΧΗΜΑ 16

Δ.Τ.Δ.



$$Q_{(1)} = -12 \cdot 2 = -24 \text{ kN}$$

$$Q_{(2)} = Q_{(1)} + 85 = -24 + 85 = 61 \text{ kN}$$

$$Q_{(3)} = Q_{(2)} - 12 \cdot 4 = 61 - 48 = 13 \text{ kN}$$

$$Q_{(4)} = Q_{(3)} - 75 = 13 - 75 = -62 \text{ kN}$$

$$Q_{(5)} = Q_{(4)} - 12 \cdot 2 = -62 - 24 = -86 \text{ kN}$$

$$Q_{(6)} = Q_{(5)} + 110 = -86 + 110 = 24 \text{ kN}$$

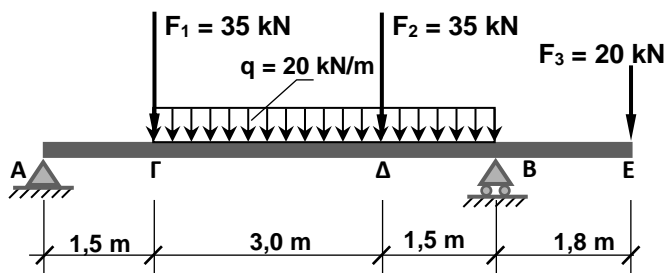
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β´
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ´

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από μία (1) ερώτηση

Η ερώτηση βαθμολογείται με είκοσι (20) μονάδες.

17. Μονοπροέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 17**.

- Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
- Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **Ε**.
- Να υπολογίσετε την απόσταση **x** από το σημείο στήριξης **A**, όπου αναπτύσσεται η μέγιστη θετική ροπή κάμψης **M_{max}**.
- Να υπολογίσετε το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M_{max}**.
- Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων **Q (Δ.Τ.Δ.)** και των ροπών κάμψης **M (Δ.Ρ.Κ.)** και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **Ε**, καθώς και το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M_{max}**.



ΣΧΗΜΑ 17

Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\Sigma M_A = 0 \quad \curvearrowright +$$

$$20 \cdot 4,5 \cdot (1,5 + 4,5/2) + 35 \cdot 1,5 + 35 \cdot 4,5 + 20 \cdot 7,8 - R_B \cdot 6 = 0 \Rightarrow$$

$$337,5 + 52,25 + 157,5 + 156 = 6R_B \Rightarrow 6R_B = 703,50 \Rightarrow R_B = \frac{703,50}{6} \Rightarrow \underline{R_B = 117,25 \text{ kN}}$$

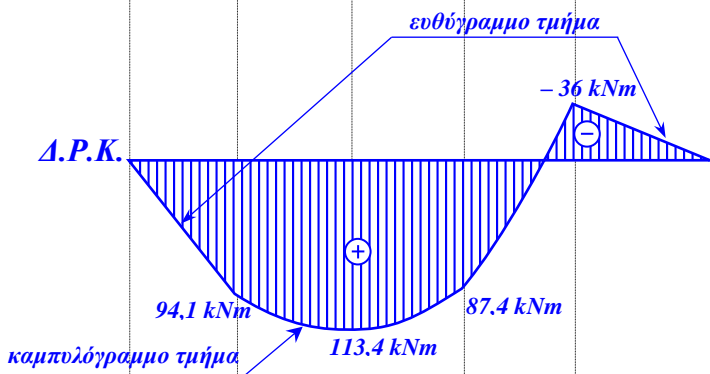
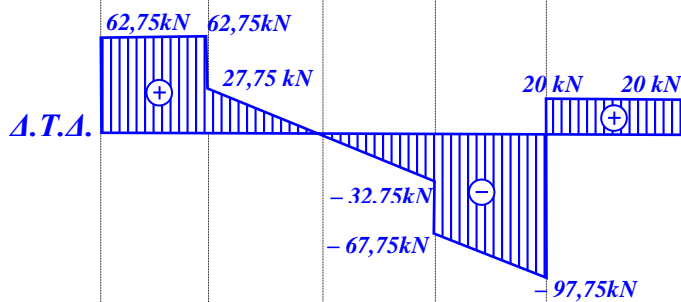
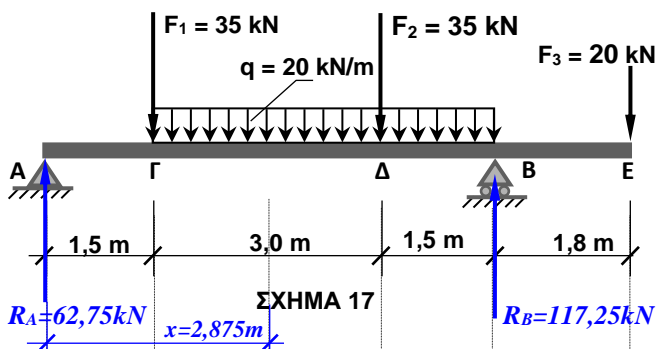
$$\Sigma M_B = 0 \quad \curvearrowright +$$

$$R_A \cdot 6 - 20 \cdot 4,5 \cdot 2,25 - 35 \cdot 4,5 - 35 \cdot 1,5 + 20 \cdot 1,8 = 0 \Rightarrow$$

$$6R_A = 202,5 + 157,5 + 52,25 - 36 \Rightarrow 6R_A = 376,50 \Rightarrow R_A = \frac{376,50}{6} \Rightarrow \underline{R_A = 62,75 \text{ kN}}$$

Έλεγχος $R_A + R_B = 62,75 + 117,25 = 180 \text{ kN}$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 180 - (35 + 35 + 20 + 20 \cdot 4,5) = 0$$



Τέμνουσες δυνάμεις

$$Q_A^{\alpha\rho} = 0$$

$$Q_A^{\delta\varepsilon\xi} = 62,75\text{kN}$$

$$Q_\Gamma^{\alpha\rho} = Q_A^{\delta\varepsilon\xi} = 62,75\text{kN}$$

$$Q_\Gamma^{\delta\varepsilon\xi} = Q_\Gamma^{\alpha\rho} - 35 = 27,75\text{kN}$$

$$Q_\Delta^{\alpha\rho} = Q_\Gamma^{\delta\varepsilon\xi} - 20 \cdot 3 = -32,75\text{kN}$$

$$Q_\Delta^{\delta\varepsilon\xi} = Q_\Delta^{\alpha\rho} - 35 = -67,75\text{kN}$$

$$Q_B^{\alpha\rho} = Q_\Delta^{\delta\varepsilon\xi} - 20 \cdot 1,5 = -97,75\text{kN}$$

$$Q_B^{\delta\varepsilon\xi} = Q_B^{\alpha\rho} + 117,25 = 20\text{kN}$$

$$Q_E^{\alpha\rho} = Q_B^{\delta\varepsilon\xi} = 20\text{kN}$$

$$Q_E^{\delta\varepsilon\xi} = Q_E^{\alpha\rho} - 20 = 0\text{kN}$$

Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$Q(x) = 0 \Rightarrow 62,75 - 35 - 20 \cdot (x - 1,5) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27,75 = 20 \cdot (x - 1,5) \Rightarrow x = \frac{27,75}{20} + 1,5 \Rightarrow \underline{x = 2,875\text{m}}$$

Ροπές κάμψης

$$M_A = 0$$

$$M_\Gamma = R_A \cdot 1,5 = 62,75 \cdot 1,5 = \underline{94,125\text{kNm}}$$

$$M_\Delta = R_A \cdot 4,5 - F_1 \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 62,75 \cdot 4,5 - 35 \cdot 3 - 20 \cdot 3 \cdot 1,5 = \underline{87,375\text{kNm}}$$

$$M_B = R_A \cdot 6 - F_1 \cdot 4,5 - F_2 \cdot 1,5 - q \cdot 4,5 \cdot 2,25 = 62,75 \cdot 6 - 35 \cdot 4,5 - 35 \cdot 1,5 - 20 \cdot 4,5 \cdot 2,25 = \underline{-36\text{kNm}}$$

$$\text{ή } M_B = -20 \cdot 1,8 = \underline{-36\text{kNm}} \text{ (ροπή δεξιά δυνάμεων)}$$

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης

$$M_{\max} = R_A \cdot 2,875 - F_1 \cdot 1,375 - q \cdot 1,375 \cdot (1,375/2) = 62,75 \cdot 2,875 - 35 \cdot 1,375 - 20 \cdot 1,375 \cdot (1,375/2) = \underline{113,375\text{kNm}}$$

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

<i>Συνθήκες ισορροπίας</i>	$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma M = 0$
<i>Ροπές αδράνειας</i>	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$	$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$
<i>Θεώρημα Στάινερ</i>	$I_{x'} = I_x + A \cdot d_y^2$	$I_{y'} = I_y + A \cdot d_x^2$	
<i>Ακτίνα αδράνειας</i>	$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$	$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$	
	$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$	$i_y = \frac{b}{\sqrt{12}}$	
	$i_x = i_y = 0,25 \cdot D$	$i_x = i_y = 0,25 \cdot \sqrt{D^2 + d^2}$	
<i>Ροπές αντίστασης</i>	$W_x = \frac{I_x}{y}$	$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$	
	$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot D^3}{32}$	$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$	
<i>Απλή κάμψη</i>	$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y$	$\sigma = \frac{M}{W}$	
<i>Λογισμός</i>	$F_{\kappa\rho} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\epsilon\lambda}}{\ell^2}$	$\lambda = \frac{\ell}{i_{\epsilon\lambda}}$	$F_{\epsilon\pi} = \frac{F_{\kappa\rho}}{\gamma}$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ