

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΤΡΑΜΗΝΩΝ

Β' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ
20 20 - 20 21
ΣΕΙΡΑ Α'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ...09 ... Ιουνίου 2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thdm201

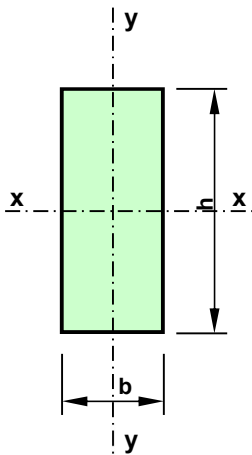
ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90' λεπτά

ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Περιλαμβάνει οχτώ (8) ερωτήσεις και κάθε ερώτηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες. Σύνολο μονάδων σαράντα (40).

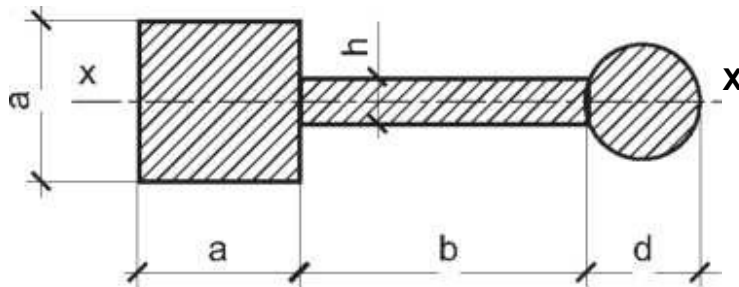
1. Να υπογραμμίσετε τη σωστή απάντηση στην πιο κάτω πρόταση :

Αν στην ορθογωνική διατομή του πιο κάτω σχήματος διπλασιάσουμε το ύψος h , τότε η ροπή αδράνειας της ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα $x-x$:



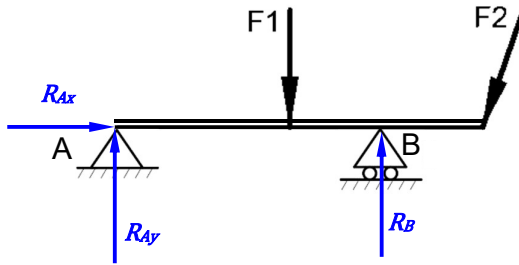
- α) Θα διπλασιαστεί .
- β) Θα τετραπλασιαστεί.
- γ) Θα οκταπλασιαστεί.
- δ) Θα εννιπλασιαστεί

2. Να γράψετε την εξίσωση για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας (I_{x-x}) της σύνθετης διατομής του πιο κάτω σχήματος , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $x-x$.

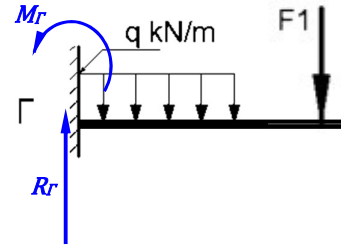


$$I_{x-x} = \frac{a^4}{12} + \frac{bh^3}{12} + \frac{\pi d^4}{64}$$

3. Να ονομάσετε τα είδη των στηρίξεων (Α, Β και Γ) των πιο κάτω δοκών και να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις που θα προκύψουν σε αυτές από τα φορτία που δέχονται.



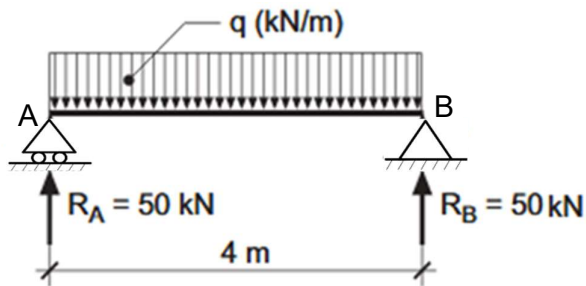
A Άρθρωση



Γ Πάκτωση

B Κύλιση

4. Να υπολογίσετε την ένταση του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου q (kN/m), που καταπονεί την αμφιέριστη δοκό του πιο κάτω σχήματος.

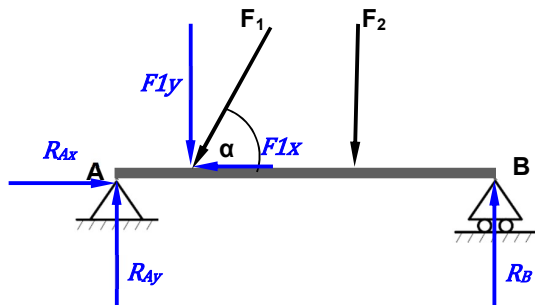


$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow R_A + R_B - q \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$50 + 50 - q \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$q = \underline{25 \text{ kN/m}}$$

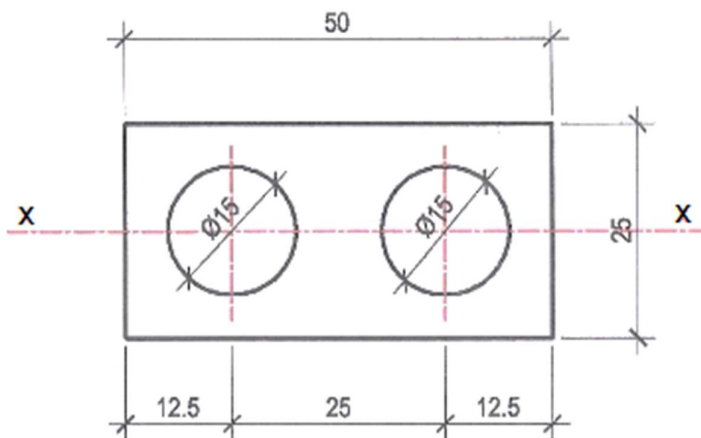
5. Για την αμφιέρειστη δοκό που φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις A και B και να γράψετε την εξίσωση ισορροπίας στην οριζόντια κατεύθυνση ($\Sigma F_x = 0$).



Η εξίσωση ισορροπίας στην οριζόντια κατεύθυνση

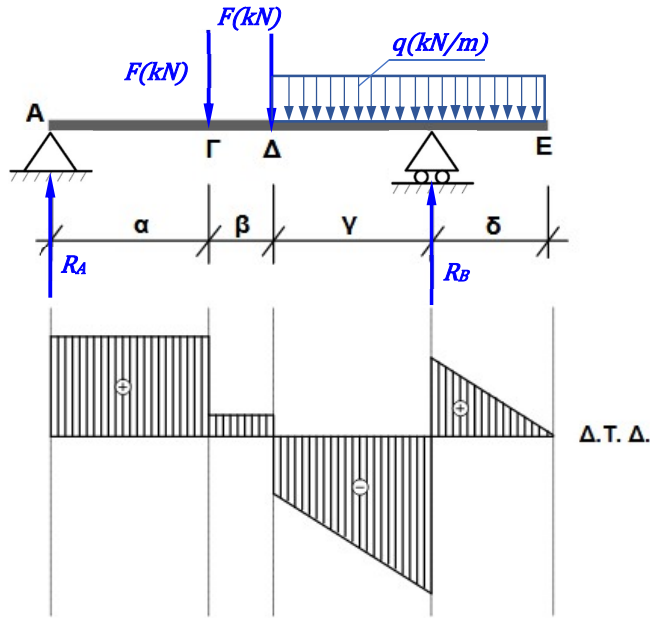
$$R_{Ax} - F_{1x} = 0 \Leftrightarrow \underline{R_{Ax} - F1 \cdot \cos\alpha = 0}$$

6. Να υπολογίσετε τη Ροπή αδράνειας της σύνθετης διατομής του πιο κάτω σχήματος, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x. Οι διαστάσεις είναι σε cm.



$$I_{x-x} = \frac{50 \cdot 25^3}{12} - 2 \left(\frac{\pi \cdot 15^4}{64} \right) \Rightarrow I_{x-x} = \underline{60134 \text{ cm}^4}$$

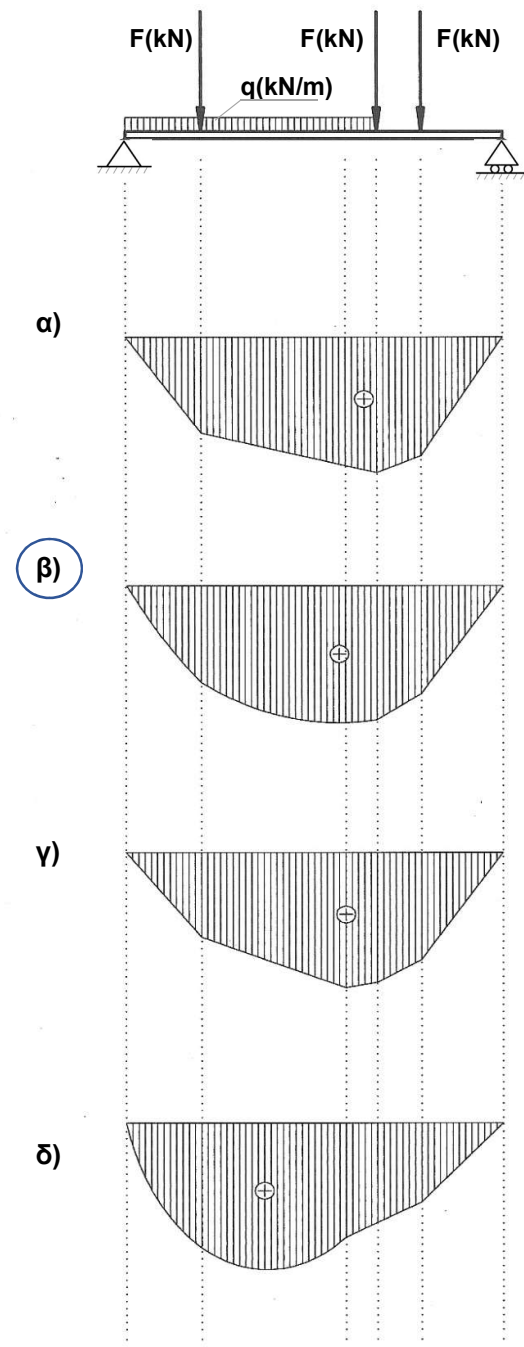
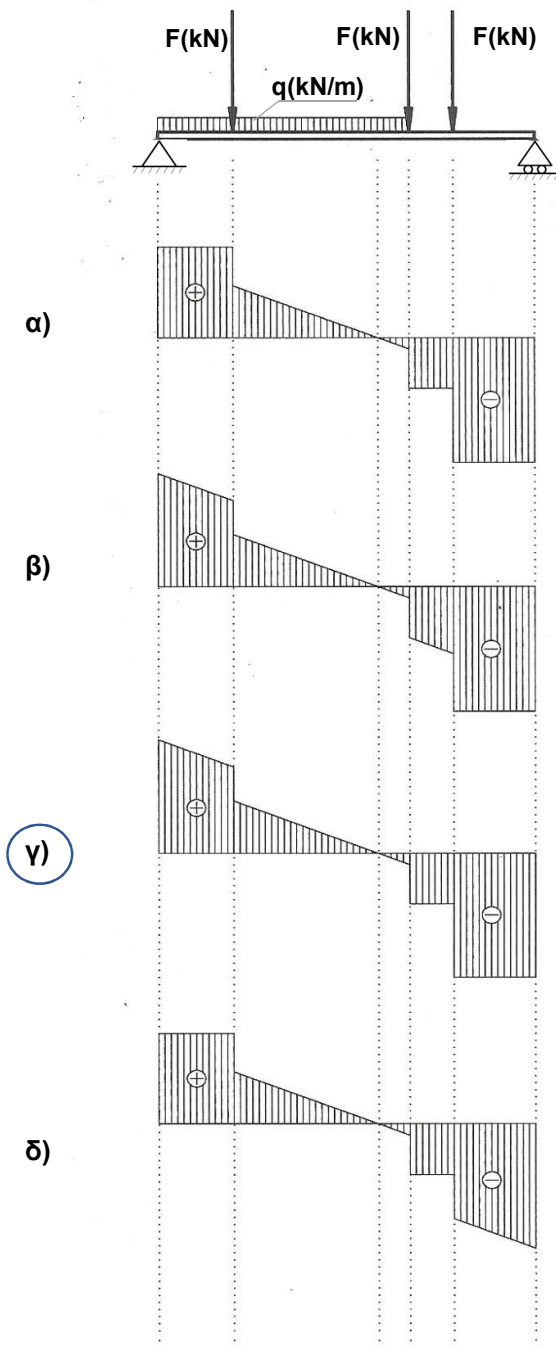
7. Δίνεται η προέχουσα δοκός και το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων (ΔΤΔ). Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις Α και Β καθώς και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο **Δ.Τ.Δ.**



8. Στα πιο κάτω σχήματα δίνονται τέσσερα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων (αριστερά) και τέσσερα διαγράμματα ροπών κάμψης (δεξιά). Να επιλέξετε από τα πιο κάτω διαγράμματα εκείνα που αντιστοιχούν στα συγκεκριμένα φορτία της δοκού, κυκλώνοντας στην πρώτη στήλη το σωστό διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων και στη δεύτερη στήλη το σωστό διάγραμμα των ροπών κάμψης.

Διαγράμματα Τεμνουσών Δυνάμεων

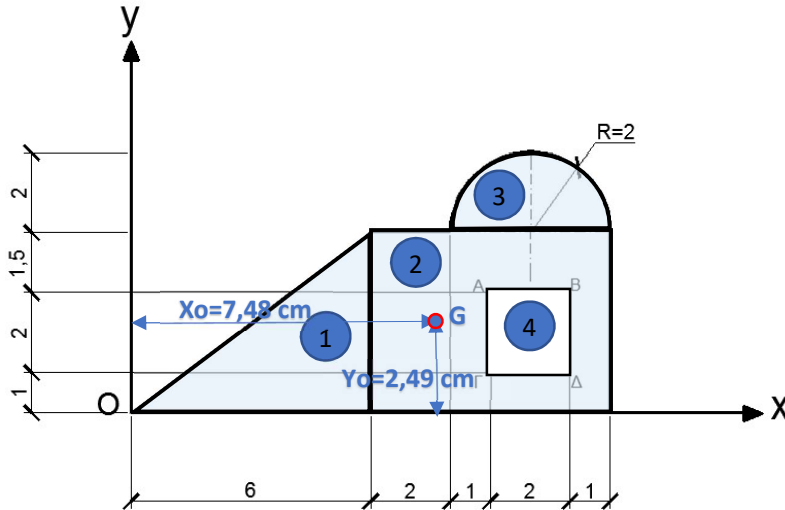
Διαγράμματα Ροπών Κάμψης



ΜΕΡΟΣ Β΄: Περιλαμβάνει τέσσερις (4) ερωτήσεις και κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες. Σύνολο μονάδων σαράντα (40).

9. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες X_0 και Y_0 και να προσδιορίσετε στο σχέδιο τη θέση του κέντρου επιφάνειας της διατομής του πιο κάτω σχήματος που έχει κενό τετράγωνο ΑΒΓΔ (οι διαστάσεις είναι σε εκατοστόμετρα cm).

Η άσκηση μπορεί να λυθεί και χωρίς την χρήση του πιο κάτω πίνακα .



Για κέντρο βάρους του ημικυκλίου: $Y_{\eta\mu} = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 2}{3\pi} = 0,85 \text{ cm}$

Για κέντρο βάρους του τριγώνου: $X_{\tau\rho} = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4 \text{ cm}$

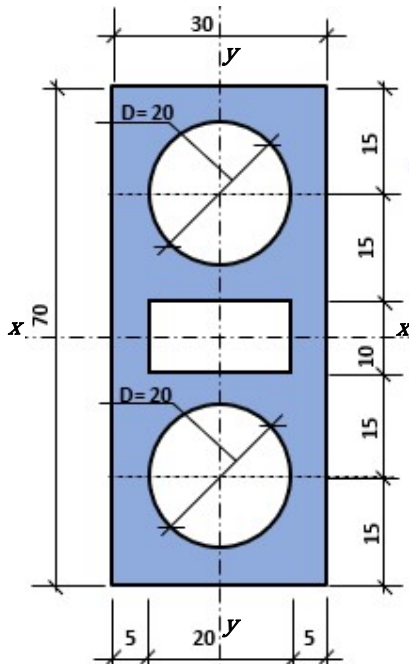
$$Y_{\tau\rho} = 4.5 \cdot \frac{1}{3} = 1,5 \text{ cm}$$

Σχήμα	Εμβαδόν α_i	Απόσταση x_i	Απόσταση y_i	$\alpha_i \cdot x_i$	$\alpha_i \cdot y_i$
1	13,5	4	1,5	54	20,25
2	27	9	2,25	243	60,75
3	6,28	10	5,35	62,8	33,6
(-)4	-4	10	2	-40	-8
Σύνολο	A= 42,78			$\Sigma \alpha_i \cdot x_i = 319,80$	$\Sigma \alpha_i \cdot y_i = 106,60$

$$X_0 = \frac{\Sigma \alpha_i \cdot x_i}{A} = \frac{319,8}{42,78} = 7,48 \Rightarrow X_0 = \underline{7,48 \text{ cm}}$$

$$Y_0 = \frac{\Sigma \alpha_i \cdot y_i}{A} = \frac{106,6}{42,78} = 2,49 \Rightarrow Y_0 = \underline{2,49 \text{ cm}}$$

10. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας I_{x-x} , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $x-x$ της σύνθετης διατομής του πιο κάτω σχήματος. Οι διαστάσεις είναι σε cm.

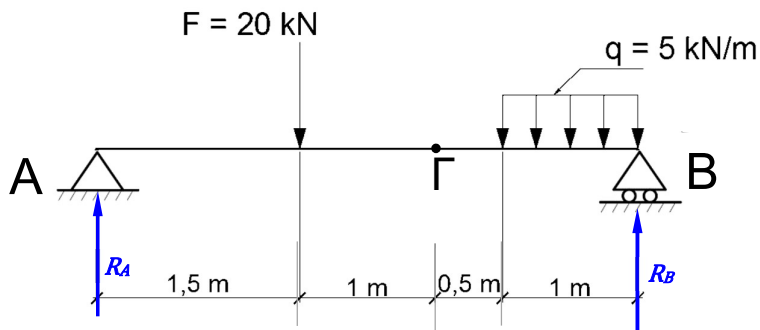


$$I_{x-x} = \frac{30 \cdot 70^3}{12} - \frac{20 \cdot 10^3}{12} - 2 \left(\frac{\pi \cdot 20^4}{64} + \pi \cdot 10^2 \cdot 20^2 \right) =$$

$$= 857500 - 1667 - 2 \cdot 133518 = 588797 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow I_{x-x} = \underline{588797 \text{ cm}^4}$$

11. Να υπολογίσετε τη ροπή κάμψης M (kN.m) που αναπτύσσεται στο σημείο Γ της αμφιεριστής δοκού του πιο κάτω σχήματος αφού πρώτα υπολογίσετε και σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.



Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\sum M_A^+ = 0 \Rightarrow 20 \cdot 1,5 + 5 \cdot 3,5 - 4 \cdot R_B = 0 \Rightarrow R_B = \underline{11,875 \text{ kN}}$$

$$\sum M_B^+ = 0 \Rightarrow R_A \cdot 4 - 20 \cdot 2,5 - 5 \cdot 0,5 = 0 \Rightarrow R_A = \underline{13,125 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος: } R_A + R_B = 25 \Leftrightarrow 13,125 + 11,875 = 25 \Rightarrow \underline{25 \text{ kN} = 25 \text{ kN}}$$

Λύση α

$$\sum M_\Gamma^+ = R_A \cdot 2,5 - 20 \cdot 1 =$$

$$13,125 \cdot 2,5 - 20 = 12,8 \Rightarrow$$

$$\sum M_\Gamma = \underline{12,8 \text{ kNm}}$$

Λύση β

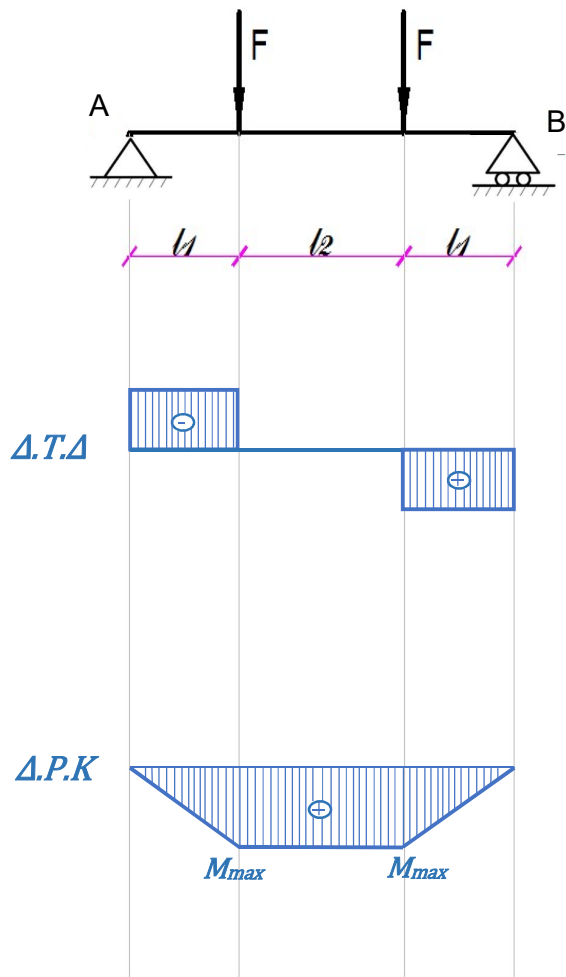
$$\sum M_\Gamma^+ = -(5 \cdot 1 \cdot 1 - R_B \cdot 1,5) =$$

$$-(5 \cdot 1 \cdot 1 - 11,875 \cdot 1,5) \Rightarrow$$

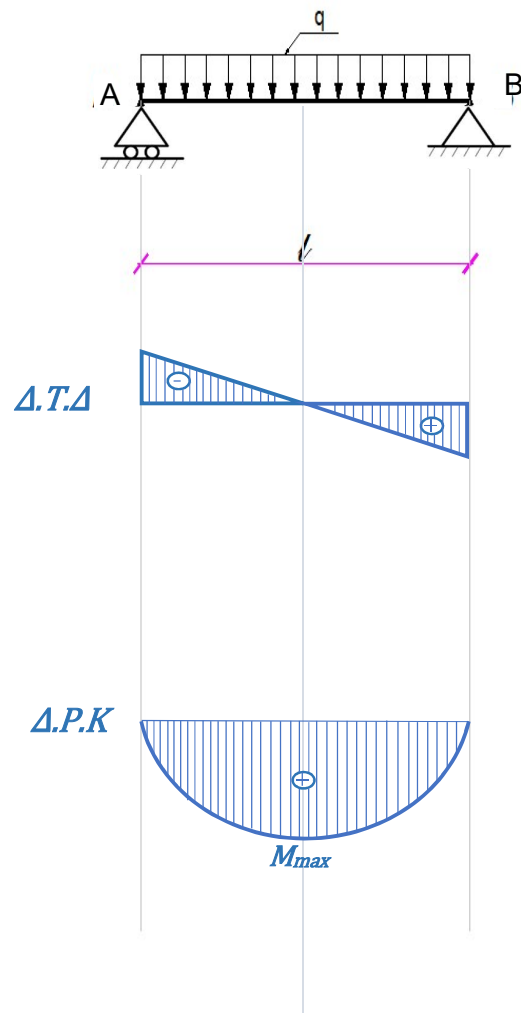
$$\sum M_\Gamma = \underline{12,8 \text{ kNm}}$$

12. Να σχεδιάσετε τη μορφή που θα έχουν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων ($\Delta.T.\Delta.$) και τα διαγράμματα ροπών κάμψης ($\Delta.P.K.$) αμφιέριστης δοκού AB, όταν φορτίζεται:
- (α) Με συγκεντρωμένα φορτία F (**Σχήμα α**) και
- (β) Με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q (**Σχήμα β**)

Σχήμα α



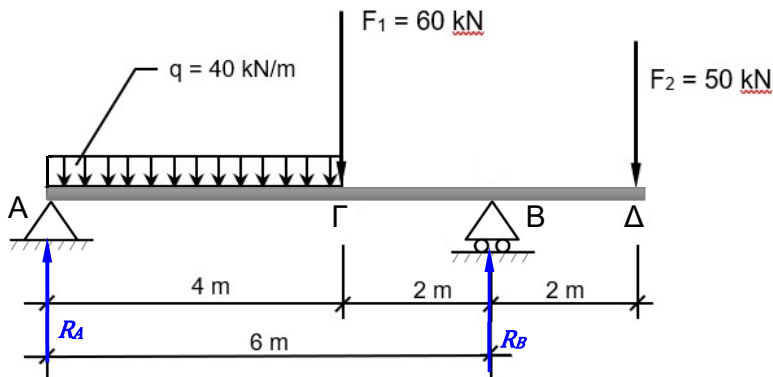
Σχήμα β



ΜΕΡΟΣ Γ΄: Περιλαμβάνει μία (1) άσκηση η οποία βαθμολογείται με είκοσι (20) μονάδες.

13. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα:

- (α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B** επαληθεύοντας την κατακόρυφη ισορροπία.
- (β) Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A, B, Γ** και **Δ**.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου μηδενισμού της τέμνουσας δύναμης **Q**, από τη στήριξη **A**.
- (δ) Να υπολογίσετε το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M_{max}**.
- (ε) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων **Δ.Τ.Δ.** και ροπών κάμψης **Δ.Ρ.Κ.**, σε κλίμακα δική σας επιλογής στο χώρο σχεδίασης διαγραμμάτων (σελίδα 11)



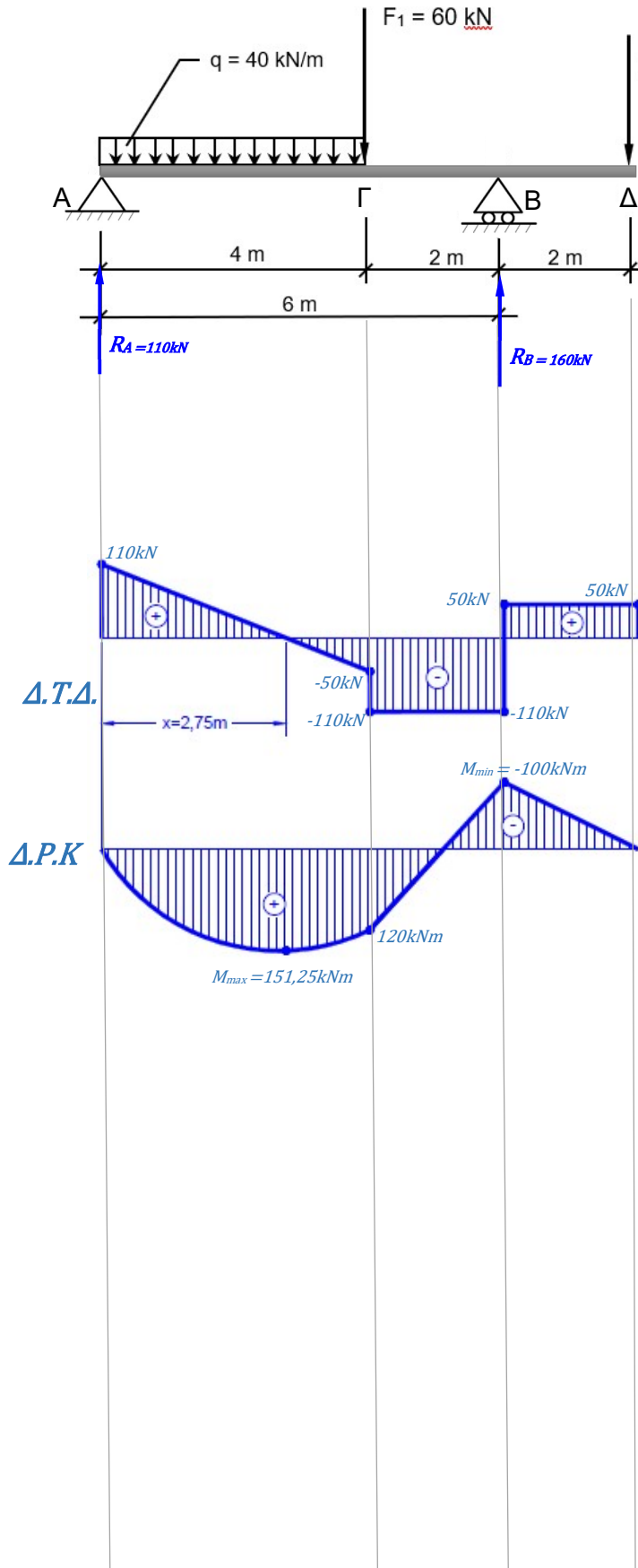
Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\sum M_A^+ = 0 \Rightarrow 40 \cdot 4 \cdot 2 + 60 \cdot 4 - R_B \cdot 6 + 50 \cdot 8 = 0 \Rightarrow R_B = \underline{160 \text{ kN}}$$

$$\sum M_B^+ = 0 \Rightarrow R_A \cdot 6 - 40 \cdot 4 \cdot 4 - 60 \cdot 2 + 50 \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_A = \underline{110 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος: } R_A + R_B = 270 \Rightarrow 110 + 160 = 270 \Rightarrow \underline{270 \text{ kN} = 270 \text{ kN}}$$

Σχεδίαση Διαγραμμάτων



Υπολογισμός τεμνουσών δυνάμεων

$$Q_A = R_A = 110 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\alpha\rho} = Q_A - 4 \cdot 40 = -50 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\delta\varepsilon\xi} = Q_{\Gamma}^{\alpha\rho} - 60 = -110 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\alpha\rho} = Q_{\Gamma}^{\delta\varepsilon\xi} = -110 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\varepsilon\xi} = Q_{\Gamma}^{\delta\varepsilon\xi} + R_B = 50 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\alpha\rho} = Q_B^{\delta\varepsilon\xi} = 50 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\varepsilon\xi} = Q_B^{\delta\varepsilon\xi} - 50 = 0 \text{ kN}$$

Σημείο μηδενισμού Q_x

$$Q_x = R_A - 40 \cdot x = 0 \Rightarrow$$

$$x = 2,75 \text{ m. (Δεξιά από A σημείο)}$$

Υπολογισμός ροπών κάμψης

$$M_A^{x=0} = 0$$

$$M_{max}^{x=2,75} = R_A \cdot 2,75 - 40 \cdot \frac{2,75^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{max}^{x=2,75} = 151,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\Gamma}^{x=4} = R_A \cdot 4 - 40 \cdot \frac{4^2}{2} = 120 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

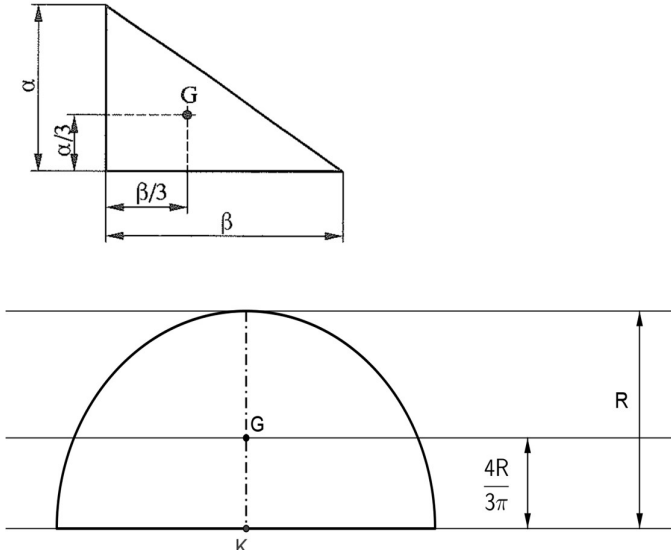
$$M_B^{x=6} = R_A \cdot 6 - 40 \cdot \frac{4^2}{2} - 60 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_B^{x=6} = -100 \text{ kN} \cdot \text{m} (M_{min})$$

$$M_{\Delta}^{x=8} = R_A \cdot 8 - 40 \cdot 4 \cdot 6 - 60 \cdot 4 + R_B \cdot 2$$

$$\Rightarrow M_{\Delta}^{x=8} = 0$$

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Συνθήκες ισοροπίας	$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M = 0 \quad M = F \cdot \alpha$
Ροπή αδράνειας I_x	$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad , \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$
Θεώρημα Στάινερ	$I_{x-x} = I_x + Ad_y^2$ $I_{y-y} = I_y + Ad_x^2$
Κέντρο επιφάνειας	$x_o = \frac{\Sigma a_i x_i}{A} \quad , \quad y_o = \frac{\Sigma a_i y_i}{A}$ 

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ