

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2021

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΛΥΣΕΙΣ

Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη II (414)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τετάρτη, 26 Μαΐου 2021

08:00 – 10:30

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε δεκαέξι (16) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις

1. Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο. Σε περίπτωση που θα χρειαστεί περισσότερος χώρος για τις απαντήσεις, να χρησιμοποιηθεί ο συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων στις σελίδες 15 και 16.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Η λύση του δοκιμίου να γίνει με τη χρήση πέννας χρώματος μπλε.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
5. Δίνεται τυπολόγιο σε ξεχωριστό φύλλο.

ΜΕΡΟΣ Α': - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

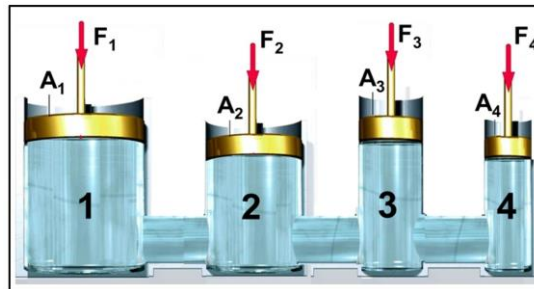
1. Στο σχήμα 1 φαίνεται ένα υδραυλικό σύστημα. Τα έμβολα έχουν σταθεροποιηθεί στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Αν η σχέση μεταξύ των διατομών των εμβόλων είναι $A_1 > A_2 > A_3 > A_4$, τότε η ορθή σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα 1, 2, 3 και 4 είναι:

(α) $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$

(β) $F_1 > F_2 > F_3 > F_4$

(γ) $F_1 < F_2 < F_3 < F_4$

(δ) $F_1 < F_4 < F_3 < F_2$



Σχήμα 1

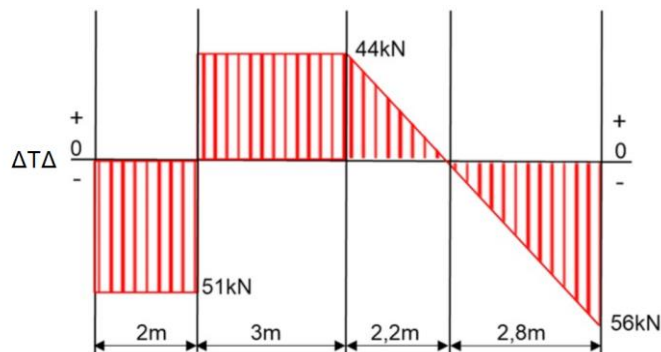
2. Στο σχήμα 2 δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων δοκού μήκους 10 m. Το ομοιόμορφο καταναμημένο φορτίο q που καταπονεί τη δοκό είναι:

(α) $q = 10 \text{ kN/m}$

(β) $q = 20 \text{ kN/m}$

(γ) $q = 30 \text{ kN/m}$

(δ) $q = 40 \text{ kN/m}$



Σχήμα 2

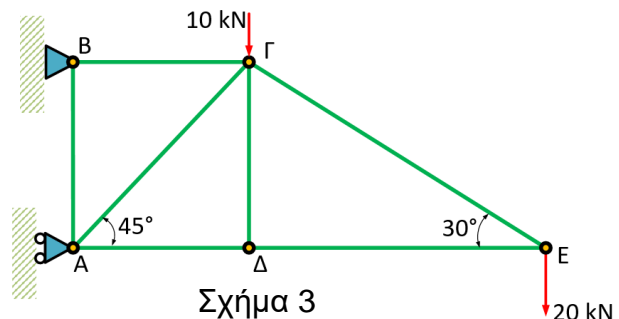
3. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 3, το μέγεθος της δύναμης F_{EG} και η καταπόνηση της ράβδου EG , είναι αντίστοιχα:

(α) $F_{EG} = 17,32 \text{ kN}$ (Θλίψη)

(β) $F_{EG} = 17,32 \text{ kN}$ (Εφελκυσμός)

(γ) $F_{EG} = 10 \text{ kN}$ (Θλίψη)

(δ) $F_{EG} = 10 \text{ kN}$ (Εφελκυσμός)

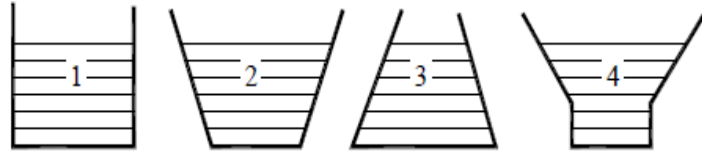


Σχήμα 3

Λόγω τυπογραφικής αβλεψίας το συγκεκριμένο εξεταστικό ερώτημα θα βαθμολογηθεί με μονάδες 0 (μηδέν).

4. Στο σχήμα 4 φαίνονται τέσσερα (4) δοχεία τα οποία περιέχουν υγρό διαφορετικής πυκνότητας ρ_1, ρ_2, ρ_3 και ρ_4 . Το ύψος του υγρού στα τέσσερα (4) δοχεία είναι το ίδιο. Αν $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$, η ορθή σχέση μεταξύ των πιέσεων που ασκούνται στον πυθμένα των δοχείων είναι:

- (α) **$P_1 > P_2 > P_3 > P_4$**
 (β) $P_1 < P_2 < P_3 < P_4$
 (γ) $P_1 < P_3 < P_2 < P_4$
 (δ) $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$



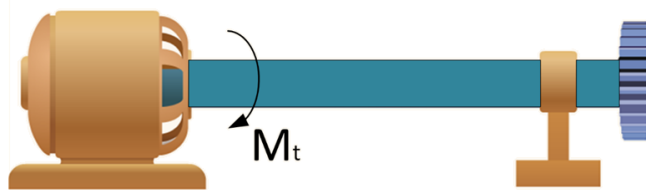
Σχήμα 4

5. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα ω . Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια E_k :

- (α) μένει η ίδια
 (β) διπλασιάζεται
 (γ) **τετραπλασιάζεται**
 (δ) οκταπλασιάζεται.

6. Στο σχήμα 5 φαίνεται άξονας ηλεκτροκινητήρα, στον οποίο μεταφέρεται ροπή στρέψης $M_t = 80 \text{ Nm}$ με στροφές $n = 1500 \text{ rpm}$. Δίδεται $\pi = 3,14$. Η ισχύς P του ηλεκτροκινητήρα είναι:

- (α) $P = 8,5 \text{ kW}$
 (β) $P = 10,3 \text{ kW}$
 (γ) **$P = 12,56 \text{ kW}$**
 (δ) $P = 14,4 \text{ kW}$



Σχήμα 5

7. Ένας άξονας με τα περιστρεφόμενα μέρη του, έχει ροπή αδράνειας $I=55,4 \text{ kgm}^2$. Να υπολογίσετε τη ροπή M_t που απαιτείται, για να επιταχυνθεί ο άξονας και να περιστραφεί με στροφές $n = 1800 \text{ rpm}$, σε χρόνο $t = 4 \text{ s}$ από τη στιγμή της εκκίνησής του.

$$n_1 = 0$$

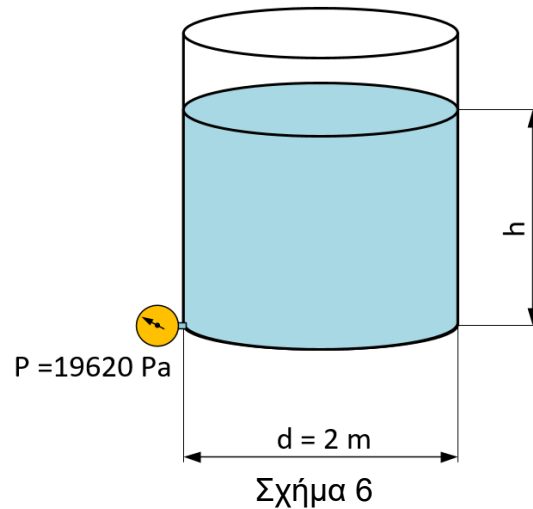
$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1800}{60} = 188,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2}{t} = \frac{188,4}{4} = 47,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$M_t = I \cdot \alpha = 55,4 \cdot 47,1 = 2609,34 \text{ Nm}$$

8. Στο σχήμα 6 φαίνεται μια κυλινδρική δεξαμενή, η οποία έχει διάμετρο $d = 2 \text{ m}$ και είναι γεμάτη με νερό σε ύψος h . Αν η μανομετρική πίεση στο βυθό της δεξαμενής είναι 19620 Pa , να υπολογίσετε τη μάζα του νερού που περιέχεται στη δεξαμενή. Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.



α' τρόπος

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{19620}{1000 \cdot 9,81} = 2 \text{ m}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} \cdot 2 = 6,28 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 6,28 = 6280 \text{ kg}$$

β' τρόπος

$$P = \rho \cdot g \cdot h = \frac{m}{V} \cdot g \cdot h \Rightarrow m = \frac{P \cdot V}{g \cdot h}$$

$$\Rightarrow m = \frac{P \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h}{g \cdot h} = \frac{P \cdot \pi \cdot d^2}{4 \cdot g} = \frac{19620 \cdot 3,14 \cdot 2^2}{4 \cdot 9,81}$$

$$m = 6280 \text{ kg}$$

9. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης $\sigma_{b\max}$, σε δοκό κυκλικής διατομής με διάμετρο $D = 200 \text{ mm}$, όταν η ροπή που ασκείται στη διατομή είναι $M_{b\max} = 78,5 \text{ kNm}$.

$$\frac{M_{b\max}}{I_{xx}} = \frac{\sigma_{b\max}}{y_{\max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max} \cdot y_{\max}}{I_{xx}}$$

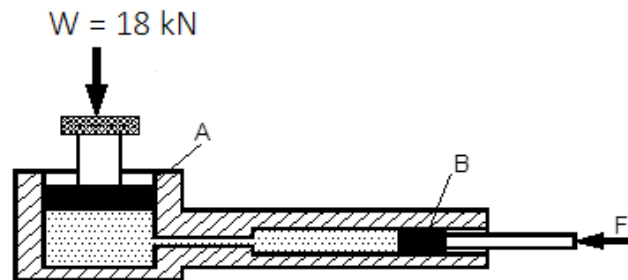
$$I_{xx} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 200^4}{64} = 78,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M_{b\max} = 78,5 \text{ kNm} = 78,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$y_{\max} = \frac{D}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ mm}$$

$$\sigma_{b\max} = \frac{78,5 \cdot 10^6 \cdot 100}{78,5 \cdot 10^6} = 100 \text{ N/mm}^2$$

10. Στο σχήμα 7 φαίνεται ένας υδραυλικός κρίκος ο οποίος χρησιμοποιείται για την ανύψωση φορτίου $W = 18 \text{ kN}$. Αν η διάμετρος των εμβόλων A και B είναι 60 mm και 20 mm αντίστοιχα, να υπολογίσετε τη δύναμη F στο έμβολο B.



Σχήμα 7

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F}{A_B} = \frac{W}{A_A} \Rightarrow F = \frac{W \cdot A_B}{A_A}$$

$$d_B = 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m}$$

$$d_A = 60 \text{ mm} = 0,06 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{\pi \cdot d_B^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,02 \text{ m})^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_A = \frac{\pi \cdot d_A^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,06 \text{ m})^2}{4} = 2,826 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F = \frac{18000 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4}}{2,826 \cdot 10^{-3}} = 2000 \text{ N}$$

11. Άτρακος με διάμετρο $D = 200 \text{ mm}$ περιστρέφεται. Αν η μέγιστη τάση διάτμησης στον άξονα είναι $\tau_{\max} = 50 \text{ N/mm}^2$, να υπολογίσετε τη ροπή M_t που μεταφέρει η άτρακος.

$$\frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{M_t}{J} = \frac{\theta \cdot G}{\ell} \Rightarrow M_t = \frac{\tau_{\max} \cdot J}{r}$$

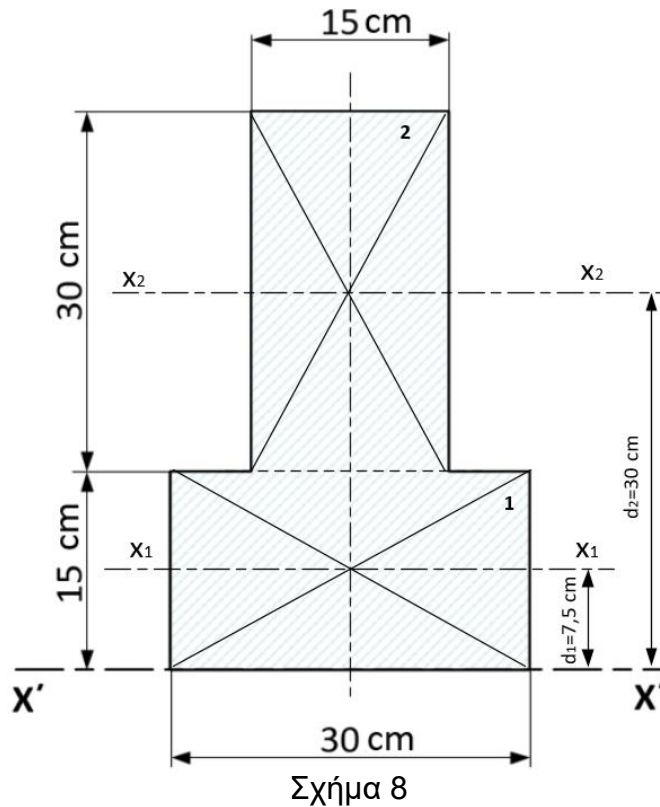
$$J = \frac{\pi \cdot D^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 200^4}{32} = 157 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$r = \frac{D}{2} = 100 \text{ mm}$$

$$M_t = \frac{50 \cdot 157 \cdot 10^6}{100} = 78,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 78,5 \text{ kNm}$$

12. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της διατομής που φαίνεται στο σχήμα 8 ως προς τον άξονα $x'-x'$, ο οποίος βρίσκεται στη βάση της διατομής.

α' τρόπος



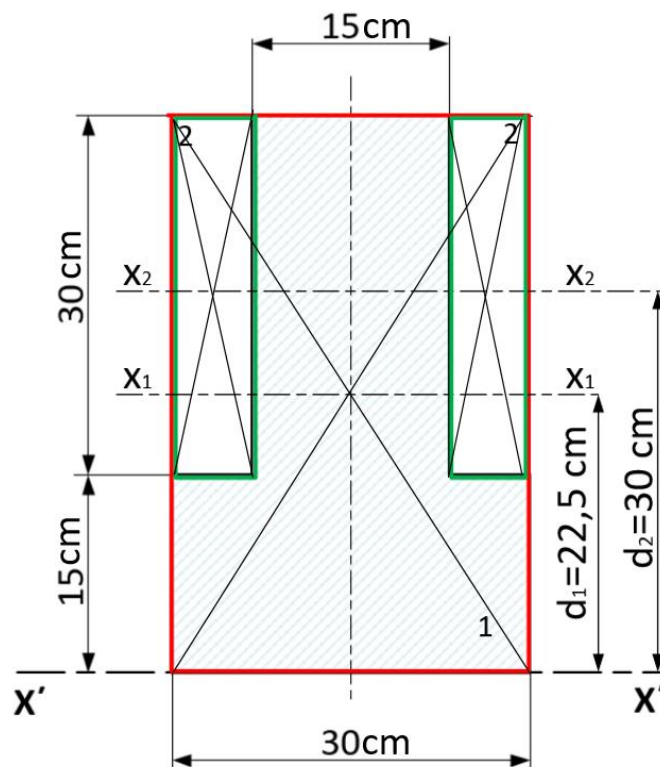
$$I_{x'x'} = I_{1x'x'} + I_{2x'x'}$$

$$I_{1x'x'} = I_{1x_1x_1} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{30 \cdot 15^3}{12} + (30 \cdot 15) \cdot 7,5^2 = 33750 \text{ cm}^4$$

$$I_{2x'x'} = I_{2x_2x_2} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{15 \cdot 30^3}{12} + (30 \cdot 15) \cdot 30^2 = 438750 \text{ cm}^4$$

$$I_{x'x'} = 33750 + 438750 = 472500 \text{ cm}^4$$

β' τρόπος



Σχήμα 8

$$I_{x'x'} = I_{1x'x'} - 2 \cdot I_{2x'x'}$$

$$I_{1x'x'} = I_{1x_1x_1} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{30 \cdot 45^3}{12} + (30 \cdot 45) \cdot 22,5^2 = 911250 \text{ cm}^4$$

$$I_{2x'x'} = I_{2x_2x_2} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{7,5 \cdot 30^3}{12} + (7,5 \cdot 30) \cdot 30^2 = 219375 \text{ cm}^4$$

$$I_{x'x'} = 911250 - 2 \cdot 219375 = 472500 \text{ cm}^4$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α'
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β'

ΜΕΡΟΣ Β': - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Μια δοκός έχει ύψος h και πλάτος $b = 12 \text{ cm}$. Αν η μέγιστη καμπτική ροπή που αναπτύσσεται στη δοκό είναι $M_{b\max} = 180 \text{ kNm}$, η επιτρεπόμενη καμπτική τάση $\sigma_{b\max} = 100 \text{ N/mm}^2$ και το μέτρο ελαστικότητας $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, να υπολογίσετε:
(α) το ύψος της δοκού h και
(β) την ακτίνα καμπυλότητας R .

(α)

$$\frac{M_{b\max}}{I_{xx}} = \frac{\sigma_{b\max}}{y_{\max}} \Rightarrow \frac{M_{b\max}}{\sigma_{b\max}} = \frac{I_{xx}}{y_{\max}} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{6M_{b\max}}{b \cdot \sigma_{b\max}}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 180 \cdot 10^6}{120 \cdot 100}} = 300 \text{ mm}$$

(β) α' τρόπος

$$I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{120 \cdot 300^3}{12} = 2,7 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\frac{M_{b\max}}{I_{xx}} = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E \cdot I_{xx}}{M_{b\max}} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2,7 \cdot 10^8}{180 \cdot 10^6} = 300000 \text{ mm} \Rightarrow R = 300 \text{ m}$$

β' τρόπος

$$y_{\max} = \frac{h}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ mm}$$

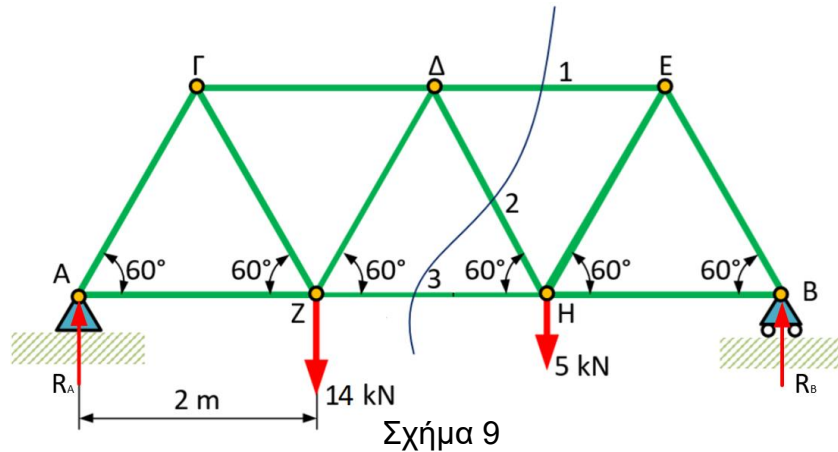
$$\frac{\sigma_{b\max}}{y_{\max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E \cdot y_{\max}}{\sigma_{b\max}} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 150}{100} = 300000 \text{ mm} \Rightarrow R = 300 \text{ m}$$

14. Για το δικτύωμα με διαστάσεις και φορτία που φαίνεται στο σχήμα 9, να υπολογίσετε:

(α) τις αντιδράσεις στις στηρίξεις A και B,

(β) τις δυνάμεις στις ράβδους ΕΔ, ΗΔ και ΗΖ, με τη μέθοδο των τομών και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησης τους.

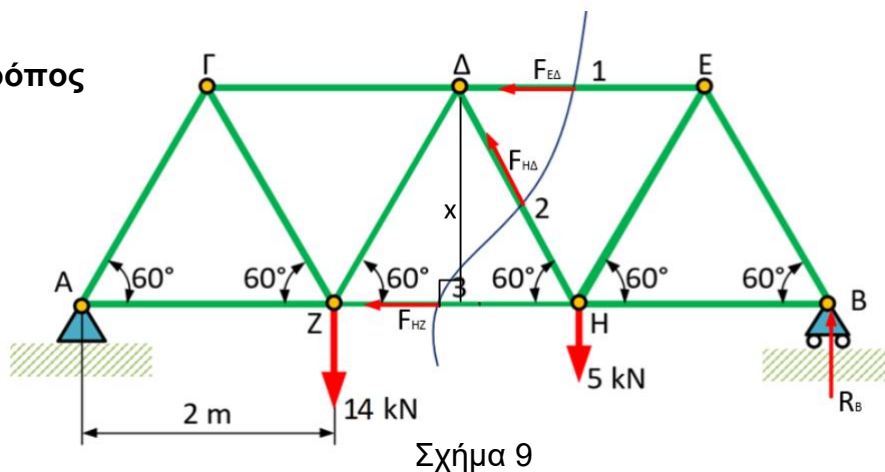
(α)



$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 14 \cdot 2 + 5 \cdot 4 - R_B \cdot 6 = 0 \Rightarrow R_B = 8 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_A \cdot 6 - 14 \cdot 4 - 5 \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_A = 11 \text{ kN}$$

(β) α' τρόπος



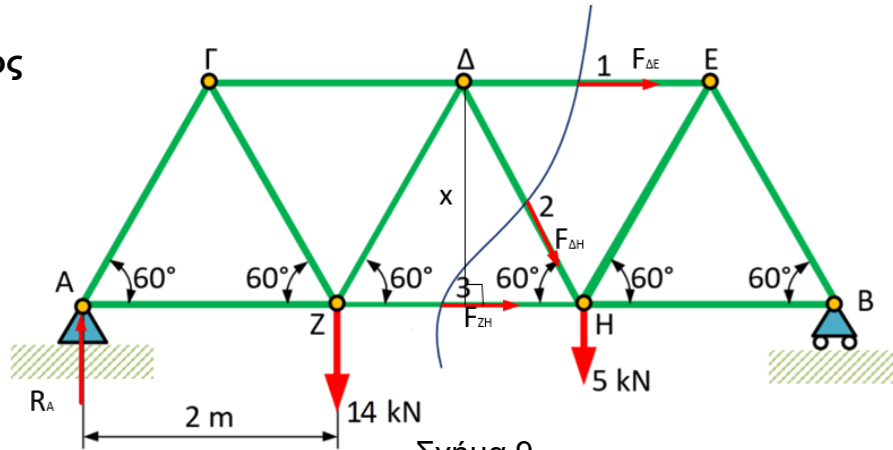
$$x = 2 \cdot \eta\mu 60 = 1,732 \text{ m}$$

$$\Sigma M_{\Delta} = 0 \Rightarrow F_{HZ} \cdot x + 5 \cdot 1 - 8 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_{HZ} = \frac{24 - 5}{x} = \frac{19}{1,732} = 10,97 \text{ kN (ΕΦΕΛΚ.)}$$

$$\Sigma M_H = 0 \Rightarrow -F_{E\Delta} \cdot x - 8 \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_{E\Delta} = -\frac{16}{x} = -\frac{16}{1,732} = -9,237 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{H\Delta} \cdot \eta\mu 60 - 5 + 8 = 0 \Rightarrow F_{H\Delta} = -\frac{3}{\eta\mu 60} = -3,464 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

β' τρόπος



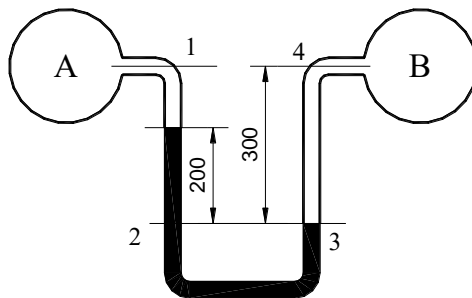
Σχήμα 9

$$\Sigma M_{\Delta} = 0 \Rightarrow -F_{ZH} \cdot x - 14 \cdot 1 + 11 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_{ZH} = \frac{33 - 14}{x} = \frac{19}{1,732} = 10,97 \text{ kN (ΕΦΕΛΚ.)}$$

$$\Sigma M_H = 0 \Rightarrow F_{\Delta E} \cdot x - 14 \cdot 2 + 11 \cdot 4 = 0 \Rightarrow F_{\Delta E} = \frac{28 - 44}{x} = -\frac{16}{1,732} = -9,237 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -F_{\Delta H} \cdot \eta\mu 60 - 14 + 11 = 0 \Rightarrow F_{\Delta H} = \frac{11 - 14}{\eta\mu 60} = -3,464 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

15. Στο σχήμα 10 φαίνονται οι αγωγοί A και B που μεταφέρουν το ίδιο υγρό πυκνότητας $\rho_v = 800 \text{ kg/m}^3$. Αν η πυκνότητα του μανομετρικού υγρού είναι $\rho_\mu = 13600 \text{ kg/m}^3$, να υπολογίσετε τη διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο αγωγών.



Σχήμα 10

$$P_2 = P_3$$

$$P_2 = P_A + \rho_v \cdot g \cdot 0,1 + \rho_\mu \cdot g \cdot 0,2$$

$$P_3 = P_B + \rho_v \cdot g \cdot 0,3$$

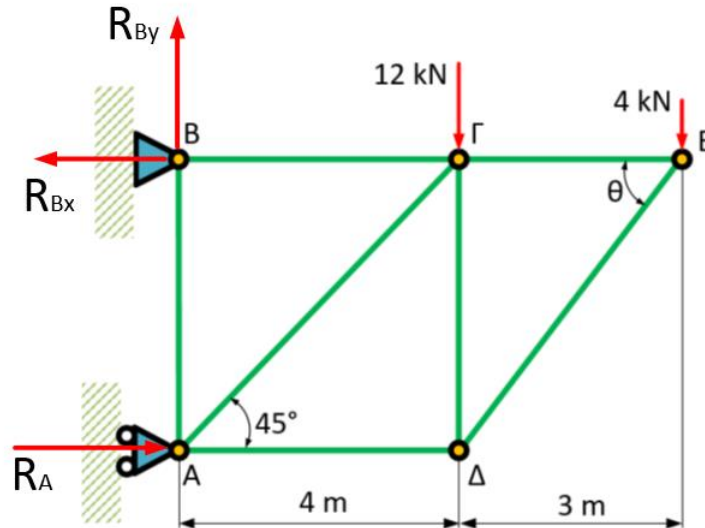
$$P_A + \rho_v \cdot g \cdot 0,1 + \rho_\mu \cdot g \cdot 0,2 = P_B + \rho_v \cdot g \cdot 0,3$$

$$P_B - P_A = \rho_\mu \cdot g \cdot 0,2 - \rho_v \cdot g \cdot 0,2 = g \cdot 0,2 \cdot (\rho_\mu - \rho_v)$$

$$P_B - P_A = 9,81 \cdot 0,2 \cdot (13600 - 800) = 25113,6 \text{ Pa}$$

16. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 11, ζητούνται:

- (α) να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στα στηρίγματα A και B, και
 (β) με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του κόμβου E, (ράβδοι ΕΓ και ΕΔ) και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.



Σχήμα 11

(α)

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 12 \cdot 4 + 4 \cdot 7 - R_A \cdot 4 = 0 \Rightarrow R_A = 19 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{By} - 12 - 4 = 0 \Rightarrow R_{By} = 16 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Bx} - R_A = 0 \Rightarrow R_{Bx} = 19 \text{ kN}$$

(β)

$$E\Delta^2 = E\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow E\Delta = 5 \text{ m}$$

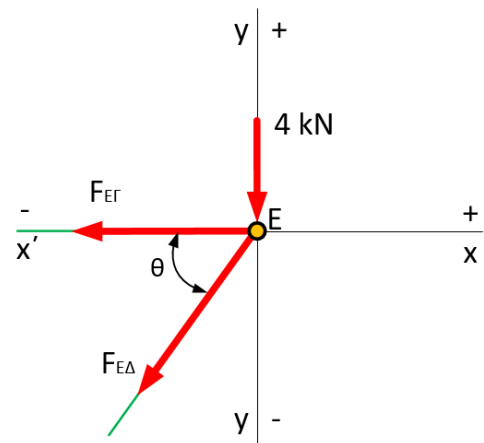
$$\eta\mu\theta = \frac{\Gamma\Delta}{E\Delta} = \frac{4}{5} = 0,8, \quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{E\Gamma}{E\Delta} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -4 - F_{E\Delta} \cdot \eta\mu\theta = 0$$

$$\Rightarrow F_{E\Delta} = -\frac{4}{\eta\mu\theta} = -\frac{4}{0,8} = -5 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{E\Gamma} - F_{E\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 0$$

$$\Rightarrow F_{E\Gamma} = -F_{E\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = -(-5) \cdot 0,6 = 3 \text{ kN (ΕΦΕΛΚ.)}$$



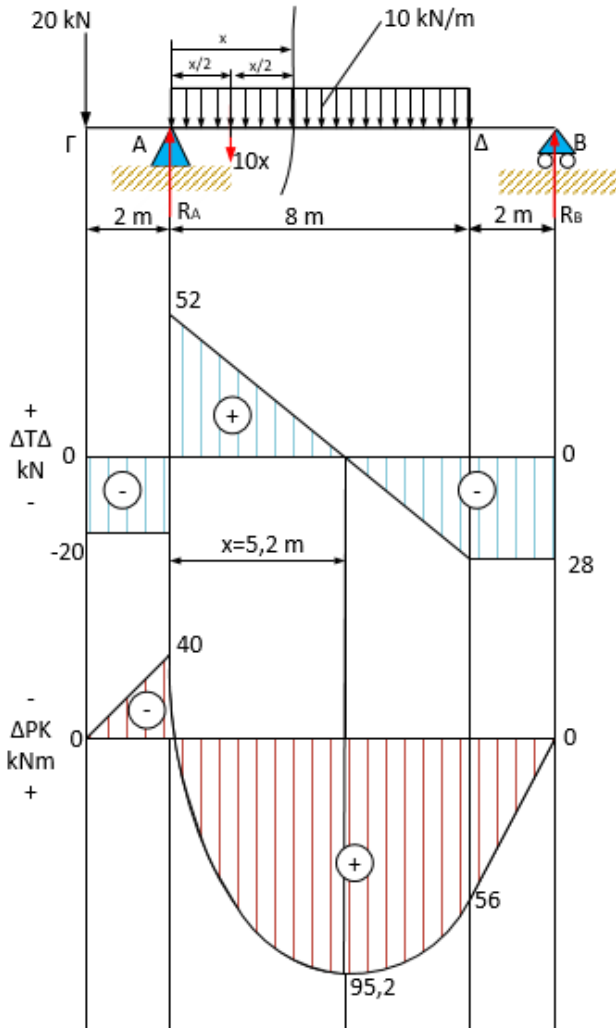
**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
 ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

ΜΕΡΟΣ Γ': - Δύο (2) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

17. Για τη δοκό που φαίνεται στο σχήμα 12, να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις R_A και R_B
- (β) τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το Δ.Τ.Δ
- (γ) τις ροπές κάμψης και να σχεδιάσετε το Δ.Ρ.Κ
- (δ) τη μέγιστη τάση κάμψης.



Σχήμα 12

(α) ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -20 \cdot 2 + 80 \cdot 4 - R_B \cdot 10 = 0$$

$$\Rightarrow R_B = 28 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -20 \cdot 12 + R_A \cdot 10 - 80 \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow R_A = 72 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = -20 + 72 - 80 + 28 = 0$$

(β) ΤΕΜΝΟΥΣΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

$$T_{\Delta(\Gamma-A)} = -20 \text{ kN}$$

ΤΜΗΜΑ ΑΔ $0 \leq x \leq 8$

$$T_{\Delta_x} = -20 + 72 - q \cdot x = 52 - 10 \cdot x$$

$$x = 0 \Rightarrow T_{\Delta} = 52 \text{ kN}$$

$$x = 8 \Rightarrow T_{\Delta} = 52 - 10 \cdot 8 = -28 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta} = 0 \Rightarrow 52 - 10 \cdot x = 0 \Rightarrow x = 5,2 \text{ m}$$

$$T_{\Delta(\Delta-B)} = -20 + 72 - 80 = -28 \text{ kN}$$

(γ) ΡΟΠΕΣ ΚΑΜΨΗΣ

$$PK_A = -20 \cdot 2 = -40 \text{ kNm}$$

ΤΜΗΜΑ ΑΔ $0 \leq x \leq 8$

$$PK_x = -20 \cdot (x+2) + 72 \cdot x - 10x \cdot \frac{x}{2}$$

$$PK_x = -5x^2 + 52x - 40$$

$$x = 0 \Rightarrow PK = -40 \text{ kNm}$$

$$x = 8 \Rightarrow PK = -5 \cdot 8^2 + 52 \cdot 8 - 40 = 56 \text{ kNm}$$

$$x = 5,2 \Rightarrow PK = -5 \cdot 5,2^2 + 52 \cdot 5,2 - 40 = 95,2 \text{ kNm}$$

(δ) ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΑΣΗ ΚΑΜΨΗΣ

$$\frac{\sigma_{b \max}}{y_{\max}} = \frac{M_{b \max}}{I_{xx}} \Rightarrow \sigma_{b \max} = \frac{M_{b \max} \cdot y_{\max}}{I_{xx}}$$

$$M_{b \max} = 95,2 \text{ kNm} = 95,2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}, \quad y_{\max} = \frac{h}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ mm}$$

$$I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{120 \cdot 200^3}{12} = 80 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{95,2 \cdot 10^6 \cdot 100}{80 \cdot 10^6} = 119 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

18. Σε ελαφρό άξονα τοποθετείται χαλύβδινος δίσκος μάζας $m = 50 \text{ kg}$ και διαμέτρου $d = 400 \text{ mm}$. Να υπολογίσετε:

(α) τη ροπή αδράνειας του δίσκου I

(β) τη ροπή στρέψης M_t που χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτόν για να επιταχυνθεί και περιστραφεί από στροφές $n_1 = 60 \text{ rpm}$ σε στροφές $n_2 = 300 \text{ rpm}$ σε χρόνο $t = 4 \text{ s}$, αν η ροπή στρέψης λόγω τριβής είναι $M_{\text{tr}} = 2 \text{ Nm}$

(γ) το χρόνο t , που χρειάζεται για να σταματήσουν να περιστρέφονται ο άξονας και ο δίσκος, όταν η ροπή στρέψης M_t σταματήσει να ενεργεί.

(α)

$$I = m \cdot \frac{d^2}{8} = 50 \cdot \frac{0,4^2}{8} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

(β)

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{\text{tr}} = I \cdot \alpha$$

$$M_t = M_{\text{tr}} + I \cdot \alpha$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 60}{60} = 6,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 300}{60} = 31,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{31,4 - 6,28}{4} = 6,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$M_t = M_{\text{tr}} + I \cdot \alpha = 2 + 1 \cdot 6,28 = 8,28 \text{ Nm}$$

(γ)

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{\text{tr}} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_{\text{tr}}}{I} = \frac{2}{1} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\omega_2 = 0$$

$$\omega_1 = 31,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_1}{\alpha} = \frac{31,4}{2} = 15,7 \text{ s}$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ