

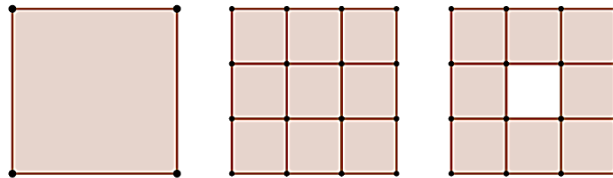
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Το χαλί του Sierpinski

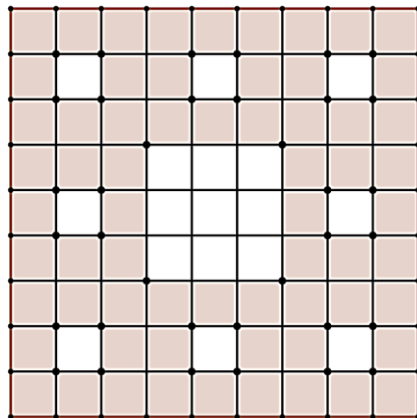
Παίρνουμε ένα τετράγωνο πλευράς 1 και το χωρίζουμε σε 9 ίσα τετράγωνα.

Στη συνέχεια αφαιρούμε το μεσαίο τετράγωνο όπως φαίνεται στο σχήμα.

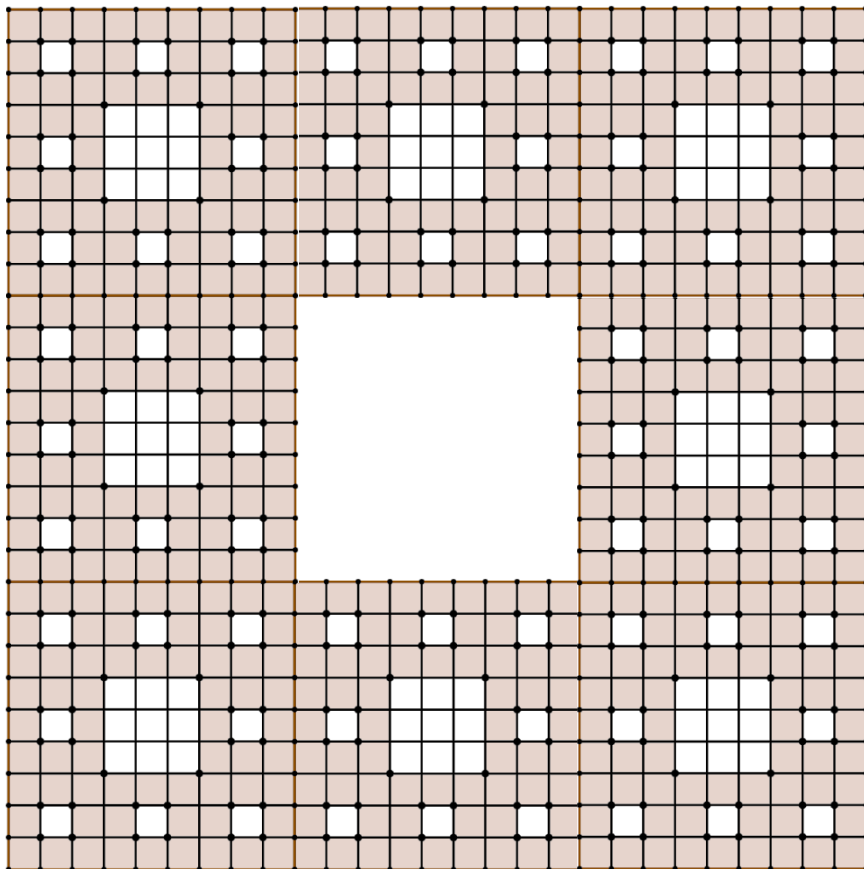
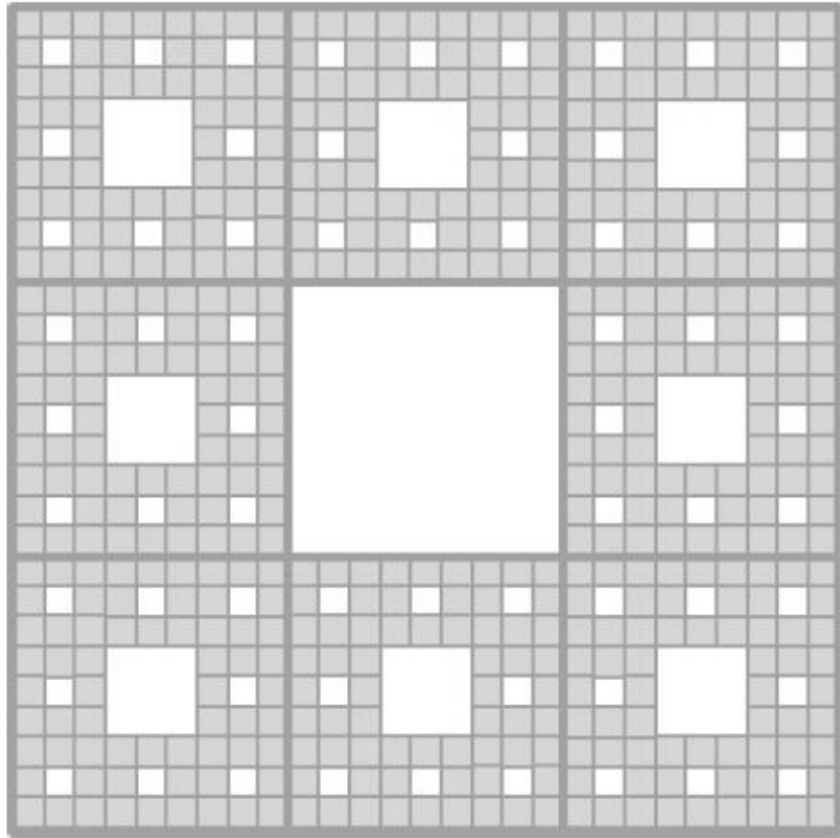
Πόσο είναι το εμβαδόν του χαλιού τώρα;



Παίρνουμε τα υπόλοιπα 8 τετράγωνα και χωρίζουμε το κάθε ένα σε 9 ίσα τετράγωνα. Αφαιρούμε το μεσαίο σε κάθε ομάδα των 9 τετραγώνων.



Πόσο είναι το εμβαδόν του χαλιού τώρα;



Παίρνουμε τα τετράγωνα που απέμειναν. (Πόσα είναι αυτά)

Χωρίζουμε το κάθε ένα σε 9 ίσα τετράγωνα. Αφαιρούμε το μεσαίο τετράγωνο σε κάθε ομάδα των 9 τετραγώνων.

Πόσο είναι το εμβαδόν του χαλιού τώρα;

Φανταστείτε ότι η διαδικασία συνεχίζεται άλλες τρεις φορές «αφαιρώντας το μεσαίο τετράγωνο σε κάθε ομάδα των 9 τετραγώνων». Πόσα τετράγωνα θα έχουν απομείνει; Ποιο θα είναι τώρα το εμβαδόν του χαλιού;

Απόσταση από το Σχολείο

Κάποιοι από τους μαθητές του Χ σχολείου πηγαίνουν και έρχονται από το σχολείο με τα ποδήλατά τους. Τις ημέρες που βρέχει χρησιμοποιούν λεωφορείο. Η απόσταση του σπιτιού ενός μαθητή από το σχολείο είναι d χιλιόμετρα. Να γράψετε δύο διαφορετικές εκφράσεις που να αντιπροσωπεύουν την απόσταση που ποδηλατεί ο μαθητής σε διάστημα 4 εβδομάδων, αν γνωρίζουμε ότι μόνο μία μέρα έβρεχε κάθε μία από τις 4 εβδομάδες.

Περίμετρος ορθογωνίου

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο ενός ορθογωνίου προσθέτουμε το μήκος μ και το πλάτος του π και διπλασιάζουμε το άθροισμα.

Να γράψετε μια έκφραση για την περίμετρο του ορθογωνίου.

Να χρησιμοποιήσετε την έκφραση που γράψατε για να υπολογίσετε την περίμετρο ενός ορθογωνίου με μήκος 15 cm και πλάτος 25 cm .

Η Κατερίνα στο Λονδίνο

Η Κατερίνα απολαμβάνει ένα γεύμα σε ένα εστιατόριο του Λονδίνου, όπου το Φ.Π.Α. στα εστιατόρια ανέρχεται στο 15%. Φεύγοντας αφήνει φιλοδώρημα 10% της τιμής του γεύματος πριν προστεθεί το Φ.Π.Α.. Συνολικά πληρώνει 25 στερλίνες.

Πόση ήταν η αξία του γεύματος χωρίς το φιλοδώρημα και το Φ.Π.Α.;

Ισοδύναμες εκφράσεις

Ποιες από τις παρακάτω εκφράσεις είναι ισοδύναμες; Εάν μια έκφραση δεν έχει ισοδύναμη, να γράψετε εσείς 2 ισοδύναμες εκφράσεις.

- (α) $2(x + 4)$
- (β) $8 + 2x$
- (γ) $2x + 4$
- (δ) $3(x + 4) - (4 + x)$
- (ε) $x + 4$

Περίμετρος ορθογωνίου

Οι μαθητές του κυρίου Νίκου έγραψαν εκφράσεις για την περίμετρο του ορθογωνίου με μήκος α και πλάτος β . Στο τέλος της δραστηριότητας έγραψε ο κάθε μαθητής την απάντησή του στον πίνακα, όπως φαίνεται παρακάτω:

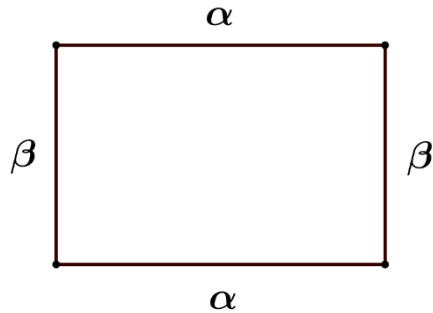
Γιάννης: $2(\alpha + \beta)$

Μαρία: $\alpha + \beta + \alpha + \beta$

Ανδρέας: $2\alpha + \beta$

Νίκη: $2\alpha + 2\beta$

Ποιες από τις παραπάνω εκφράσεις είναι σωστές και πώς σκέφτηκαν οι μαθητές αυτοί για να υπολογίσουν την περίμετρο του σχήματος;



Ισοδύναμες εκφράσεις

Να υπολογίσετε κάθε μία από τις παρακάτω εκφράσεις

$$2(4 - 3)^2$$

$$2(6 - 3)^2$$

$$2(8 - 3)^2$$

Στις παραπάνω παραστάσεις, ποια μέρη είναι πάντα τα ίδια; Ποια αλλάζουν;

Μπορούμε να γράψουμε μια έκφραση που να αναπαριστά όλες τις παραπάνω εκφράσεις αν χρησιμοποιήσουμε ένα γράμμα για το μέρος που αλλάζει. Να γράψετε μια έκφραση χρησιμοποιώντας το γράμμα x έτσι ώστε να αναπαριστά όλες τις παραπάνω εκφράσεις.

Ποια τιμή του x έχει ως αποτέλεσμα της έκφρασης που γράψατε τον αριθμό 50;

Ισοδύναμες εκφράσεις 2

Μια αριθμητική έκφραση όπως η $5 + (8 + 2)^2$ έχει μόνο μία τιμή. Ποια είναι αυτή;

Δίνεται η έκφραση $5 + (x + 2)^2$. Να βρείτε μερικές τιμές που μπορεί να πάρει. Πόσες διαφορετικές τιμές μπορεί να πάρει η αλγεβρική έκφραση $5 + (x + 2)^2$; Ποια είναι η διαφορά της έκφρασης $2x$ όταν είναι μόνη της και όταν βρίσκεται σε μια ισότητα όπως $2x = 10$.

Εξηγώντας εξισώσεις

Σκεφτείτε τι σημαίνουν οι παρακάτω εξισώσεις και βρείτε τη λύση τους.

Να γράψετε μια πρόταση όπου να εξηγείτε γιατί η λύση σας είναι σωστή.

$$x + 6 = 10$$

$$1000 - y = 400$$

$$100 = a + 99$$

$$0,99 = 1 - m$$

$$3\beta = 300$$

$$\frac{1}{2}x = 8$$

$$10 = 0,1y$$

$$1 = 50a$$

Φρουτοσαλάτα

Μια φρουτοσαλάτα αποτελείται από βατόμουρα, φράουλες, σταφύλια και κεράσια. Η φρουτοσαλάτα έχει συνολικά 280 κομμάτια φρούτων. Οι φράουλες είναι διπλάσιες από τα βατόμουρα, τα σταφύλια τριπλάσια από τα κεράσια και τα κεράσια είναι 4 φορές περισσότερα από τις φράουλες. Πόσα κεράσια υπάρχουν στη φρουτοσαλάτα;

Πρωινή βόλτα

Η Μαρία βγάζει το σκύλο της βόλτα δύο φορές την ημέρα. Η απογευματινή βόλτα διαρκεί δύο φορές περισσότερο από την πρωινή. Στο τέλος της εβδομάδας είπε στη μητέρα της ότι συνολικά όλη την εβδομάδα περπάτησε 30 Km. Πόση απόσταση περπατούσε στην πρωινή βόλτα της;

Θαλασσινές περιπέτειες 1

Μια εταιρεία ενοικιάζει σε τουρίστες βάρκες για ολόήμερες θαλασσινές εξορμήσεις. Κάθε βάρκα χωράει το πολύ 8 άτομα.

Επιπλέον κάθε βάρκα μπορεί να κουβαλά μέχρι 720 κιλά βάρους για λόγους ασφαλείας.

Αναπαριστούμε με το γράμμα α το σύνολο των ατόμων. Να γράψετε μια ανίσωση για να περιγράψετε τον αριθμό των ατόμων που χωράνε στη βάρκα.

Να αναπαραστήσετε σε μια γραμμή όλες τις πιθανές λύσεις.

Αναπαριστούμε με το γράμμα β το συνολικό βάρος των ανθρώπων που θέλουν να νοικιάσουν τη βάρκα. Να γράψετε μια ανίσωση που να περιγράφει το συνολικό βάρος που επιτρέπεται στη βάρκα.

Να αναπαραστήσετε σε μια γραμμή όλες τις πιθανές λύσεις.

Πάντα, μερικές φορές ή ποτέ;

Για κάθε μία από τις παρακάτω εξισώσεις να εξετάσετε αν ισχύει για όλες τις τιμές του x , για μία ή για καμία. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(α) $(3 + 5)\alpha = 5\alpha + 3\alpha$

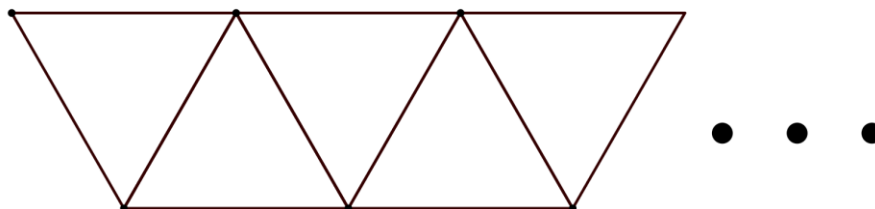
(β) $2\alpha + 1 = 2\alpha + 3$

(γ) $5\alpha + 3 = 3\alpha + 5$

Τριγωνικά τραπέζια

Σε μια αίθουσα υπάρχουν τριγωνικά τραπέζια. Σε κάθε πλευρά του τραπέζιού υπάρχει αρκετός χώρος για να καθίσει ένας μαθητής.

Τα τραπέζια μπορούν να τοποθετηθούν σε μια σειρά όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- (α) Πόσα παιδιά μπορούν να καθίσουν γύρω από ένα τραπέζι; Πόσοι γύρω από μια σειρά 2 τραπέζιων; Γύρω από μια σειρά τριών τραπέζιων;
- (β) Να βρείτε μια αλγεβρική έκφραση η οποία να περιγράφει τον αριθμό των παιδιών που μπορούν να καθίσουν σε μια σειρά που αποτελείται από n τραπέζια. Να εξηγήσετε τον τρόπο που βρήκατε την αλγεβρική έκφραση.
- (γ) Εάν μπορούμε να φτιάξουμε μια σειρά από 125 τραπέζια, πόσοι μαθητές μπορούν να καθίσουν;
- (δ) Εάν στην τάξη υπάρχουν 26 μαθητές, πόσα τραπέζια θα χρειαστούμε για να τους βάλουμε να καθίσουν σε μια σειρά τραπέζιων;

Αντιστοίχιση εξισώσεων

Να εξετάσετε ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αντιστοιχεί σε κάθε μία από τις καταστάσεις που περιγράφονται.

$x + 2 = 10$	$x = 10 + 2$	$2 \cdot 10 = x$
$x + 10 = 2$	$10x = 2$	$2x = 10$

- (α) Ο Γιάννης έριξε 2 λίτρα νερό σε ένα δοχείο. Αν το δοχείο έχει τώρα 10 λίτρα νερού, πόσα λίτρα υπήρχαν στο δοχείο αρχικά;
- (β) Η Μαρία έτρεξε μια απόσταση 10 χιλιομέτρων, η οποία είναι διπλάσια από την απόσταση που έτρεξε η Ελένη. Πόση απόσταση έτρεξε η Ελένη;

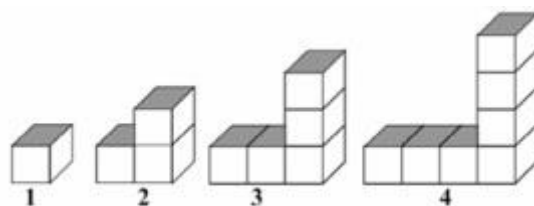
Μοτίβα 1

Στο παρακάτω μοτίβο να υπολογίσετε τον αριθμό των τετραγώνων και τον αριθμό των σπέρτων που θα χρησιμοποιήσουμε στο 20^ο βήμα.



Μοτίβα 2

Στο παρακάτω μοτίβο να υπολογίσετε τον αριθμό των κύβων που θα χρησιμοποιήσουμε στο 20^ο βήμα.



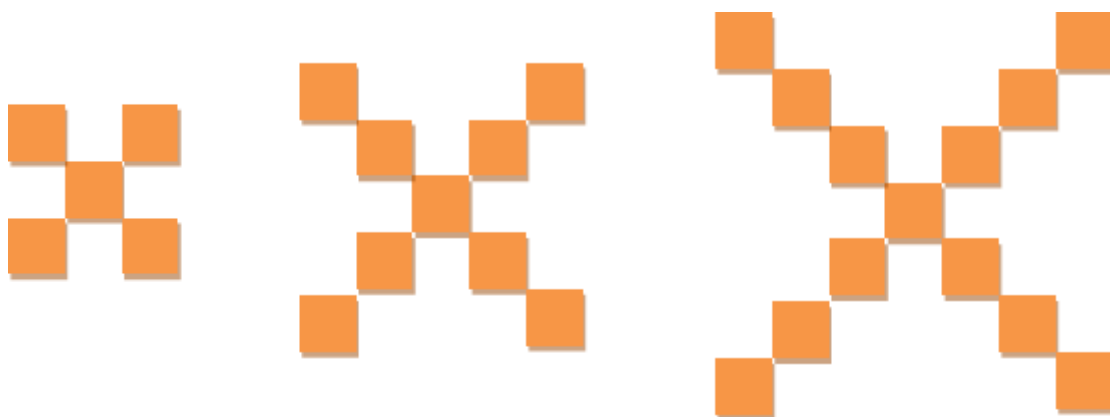
Μοτίβα 3

Στο παρακάτω μοτίβο να υπολογίσετε τον αριθμό των τετραγώνων που θα χρησιμοποιήσουμε στο 20^ο βήμα.



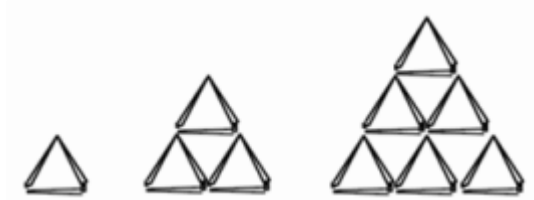
Μοτίβα 4

Στο παρακάτω μοτίβο να υπολογίσετε τον αριθμό των τετραγώνων που θα χρησιμοποιήσουμε στο 20^ο βήμα.

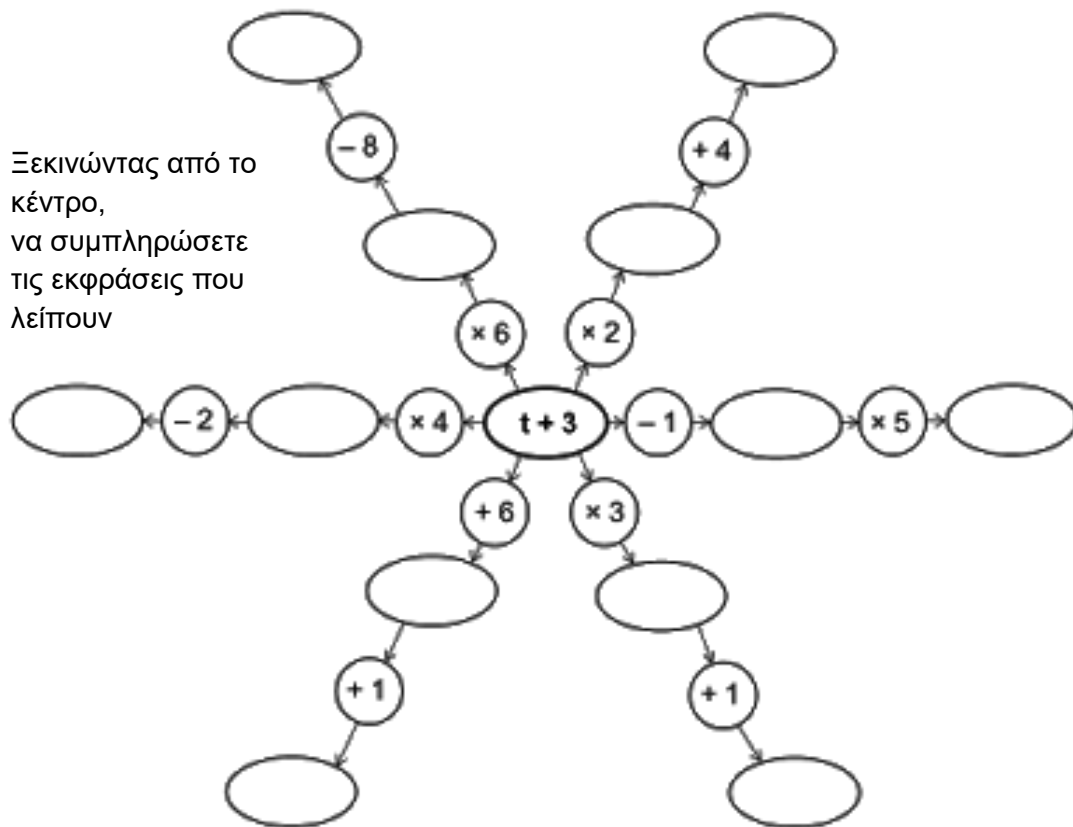


Μοτίβα 5

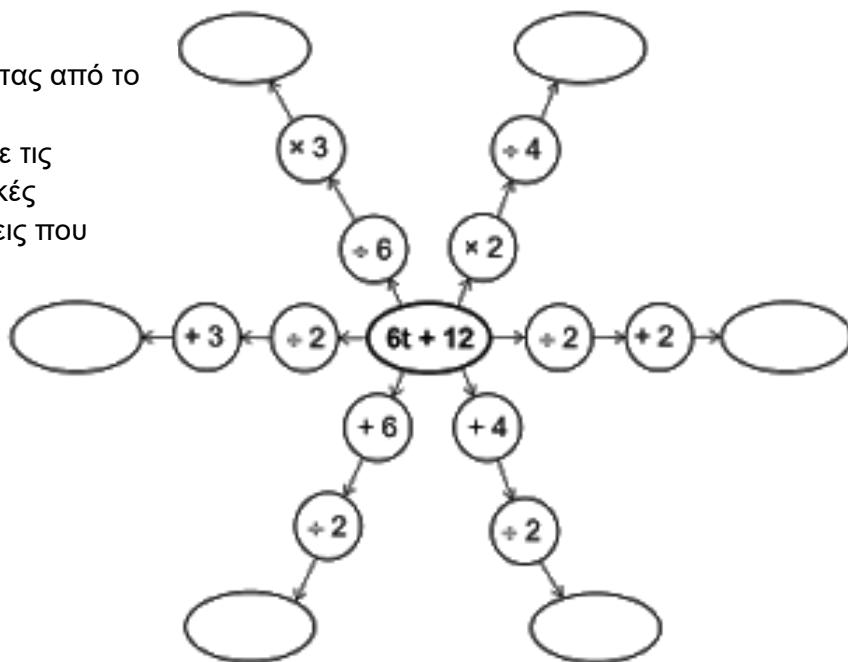
Στο παρακάτω μοτίβο να υπολογίσετε τον αριθμό των τριγώνων που θα δημιουργηθούν και τον αριθμό των σπέρτων που θα χρησιμοποιήσουμε στο 20^ο βήμα.



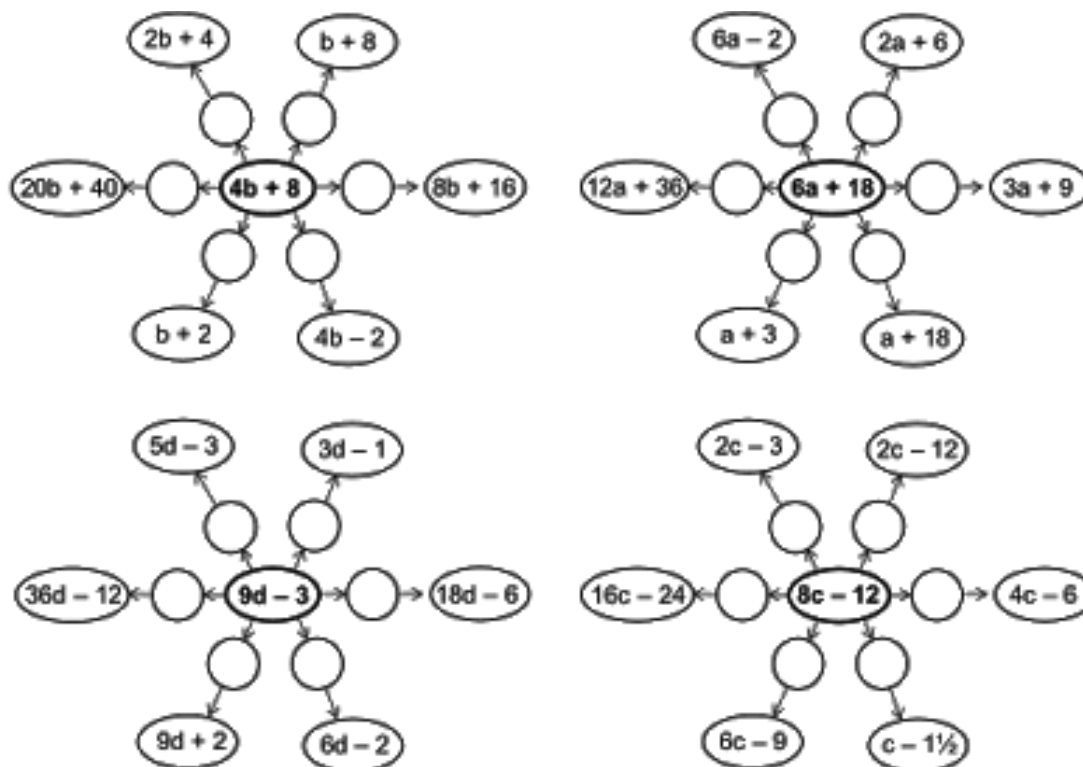
Πράξεις αλγεβρικών παραστάσεων



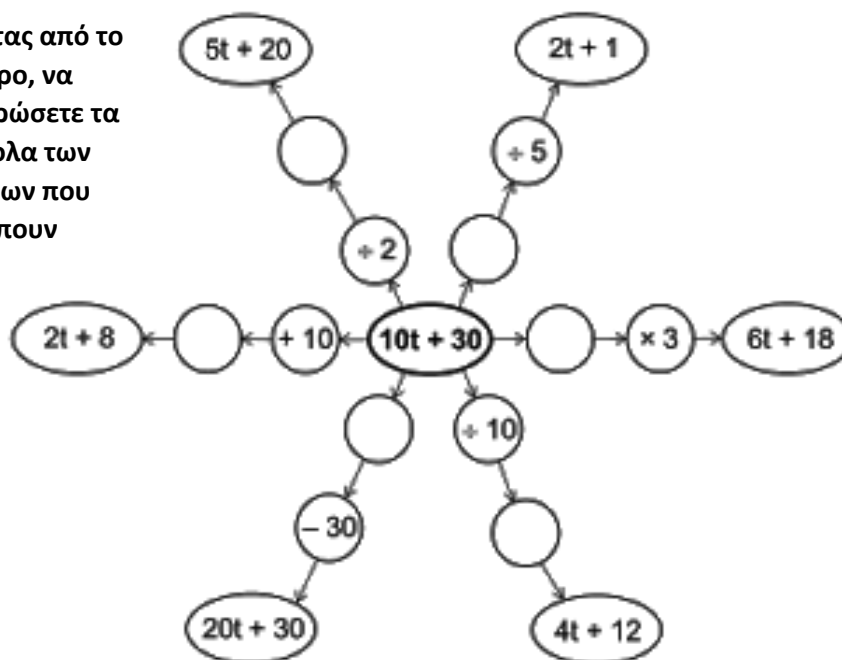
Ξεκινώντας από το κέντρο, να βρείτε τις αλγεβρικές εκφράσεις που λείπουν



Ξεκινώντας από το κέντρο, να συμπληρώσετε τα σύμβολα των πράξεων που λείπουν



Ξεκινώντας από το κέντρο, να συμπληρώσετε τα σύμβολα των πράξεων που λείπουν



Puzzles γινομένων αλγεβρικών παραστάσεων

παράδειγμα

$2n + 1$	5	$10n + 5$
2	$2n - 1$	$4n - 2$
$4n + 2$	$10n - 5$	

(1)

		$6n - 3$
		$2n + 4$
$4n - 2$	$3n + 6$	

(2)

		$15n + 5$
		$4n + 2$
$10n + 5$	$6n + 2$	

(3)

		$10n - 4$
		$12n + 9$
$15n - 6$	$8n + 6$	

(4)

		$6n + 9$
		$20n - 5$
$12n - 3$	$10n + 15$	

(5)

		$12n + 6$
		$10n - 5$
$12n - 6$	$10n + 5$	

(6)

		$12n + 16$
		$10n + 15$
$15n + 20$	$8n + 12$	

(7)

		$6n + 12$
		$10n - 25$
$10n + 20$	$6n - 15$	

(8)

		$12n - 8$
		$12n + 6$
$18n - 12$	$8n + 4$	

(9)

		$9n + 18$
		$8n + 24$
$6n + 18$	$12n + 24$	

(10)

		$10n - 30$
		$6n + 12$
$6n - 18$	$10n + 20$	

(11)

		$8n + 20$
		$18n - 36$
$12n - 24$	$12n + 30$	

2 απαντήσεις

2 απαντήσεις

παράδειγμα

$2n + 3$	4	$8n + 12$
3	$n + 5$	$3n + 15$
$6n + 9$	$4n + 20$	

(1)

		$12n + 8$
		$10n + 5$
$15n + 10$	$8n + 4$	

(2)

		$8n + 6$
		$8n + 20$
$16n + 12$	$4n + 10$	

(3)

		$10n + 15$
		$12n + 8$
$8n + 12$	$15n + 10$	

(4)

		$30n + 6$
		$6n + 12$
$15n + 3$	$12n + 24$	

(5)

		$15n + 18$
		$16n + 16$
$20n + 24$	$12n + 12$	

(6)

		$12n - 8$
		$10n + 25$
$8n + 20$	$15n - 10$	

(7)

		$24n + 12$
		$24n + 48$
$36n + 18$	$16n + 32$	

(8)

		$60n - 40$
		$32n - 16$
$48n - 32$	$40n - 20$	

(9)

		$36n - 12$
		$36n - 12$
$54n - 18$	$24n - 8$	

2 απαντήσεις

(10)

		$48n - 24$
		$48n - 24$
$96n - 48$	$24n - 12$	

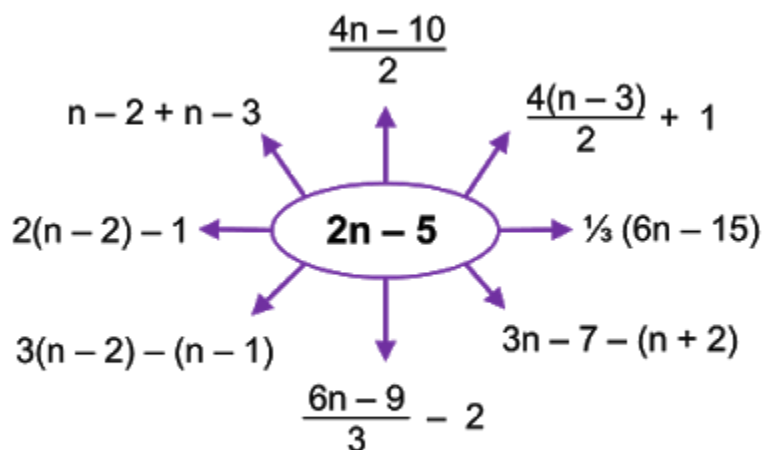
2 απαντήσεις

(11)

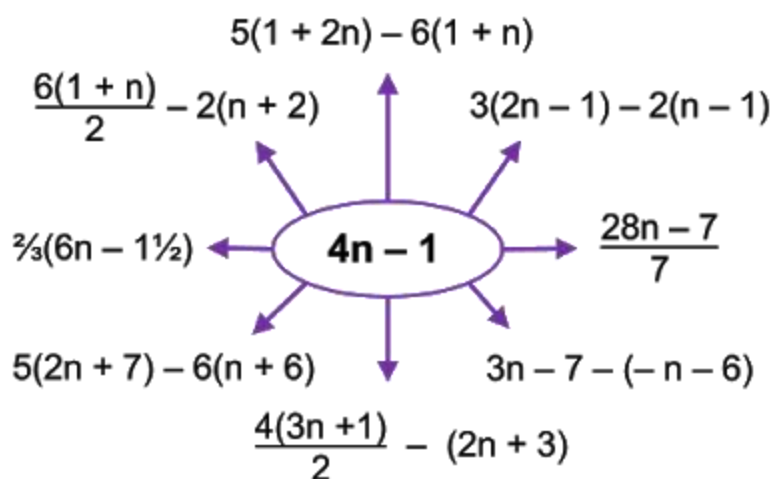
		$36n - 24$
		$24n - 32$
$72n - 48$	$12n - 16$	

2 απαντήσεις

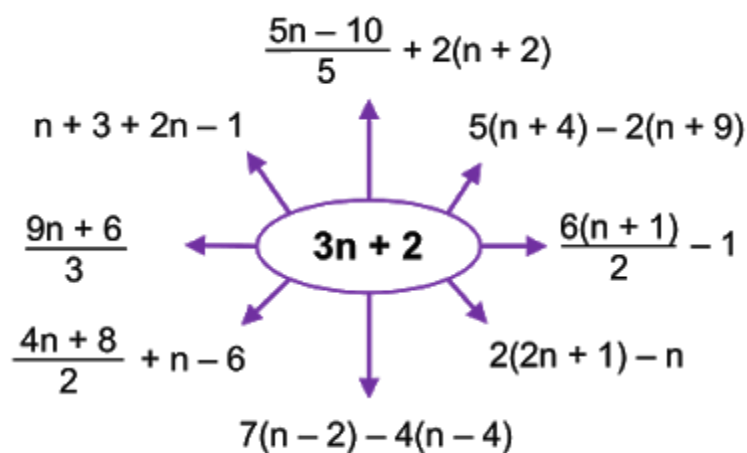
Μια λάθος έκφραση



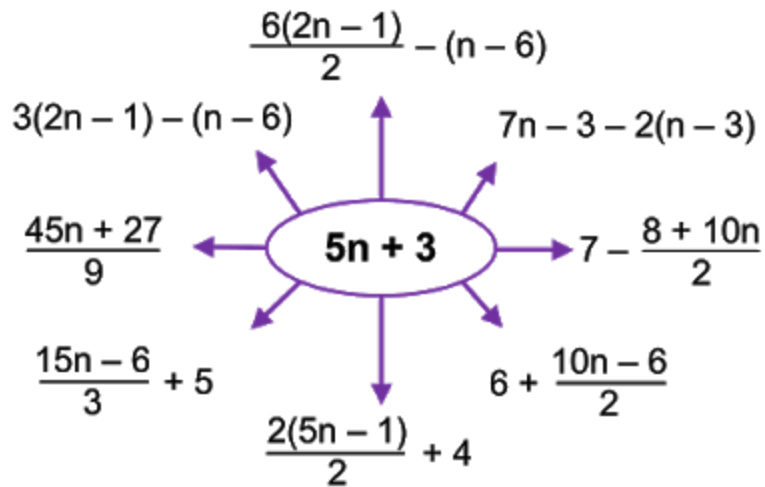
Ποια έκφραση **δεν** είναι ίση με $2n-5$;



Ποια έκφραση **δεν** είναι ίση με $4n-1$;



Ποια έκφραση **δεν** είναι ίση με $3n+2$;



Ποια έκφραση **δεν** είναι ίση με $5n+3$;

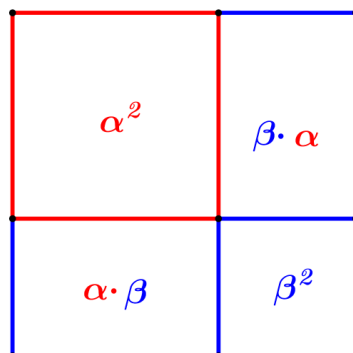
$(a + \beta)$ στο τετράγωνο

Ένας μαθητής λέει: «Σκέφτομαι δυο αριθμούς, τους υψώνω στο τετράγωνο και μετά τους προσθέτω. Αλλά καλύτερα όχι, πρώτα θα τους προσθέσω και το αποτέλεσμα τους θα το υψώσω στο τετράγωνο».

Πιστεύετε ότι ο μαθητής θα βρει και τις δυο φορές το ίδιο αποτέλεσμα;

Ποια είναι η διαφορά μεταξύ των

$(\alpha + \beta)^2$ και $\alpha^2 + \beta^2$;



23^2	
$(20 + 3)^2$	$(\alpha + \beta)^2$
$20^2 + 2 \times 20 \times 3 + 3^2$	$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
$400 + 40 \times 3 + 9$	
529	

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:



$$(100 + n)(100 + n)$$

$$100 \cdot 100 + 100 \cdot n + 100 \cdot n + n \cdot n$$

$$10000 + 100n + 100n + n^2$$

$$10000 + 200n + n^2$$

$(100 + \text{κάτι})^2$	
1. $(103)^2 =$	2. $(109)^2 =$
3. $(108)^2 =$	4. $(107)^2 =$
5. $(101)^2 =$	6. $(104)^2 =$
7. $\quad = 11236$	8. $\quad = 12100$
9. $\quad = 11025$	10. $\quad = 10404$

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$(10 \cdot \alpha + \text{κάτι})^2$	
1. $(52)^2 =$	2. $(55)^2 =$
3. $(33)^2 =$	4. $(35)^2 =$
5. $(41)^2 =$	6. $(15)^2 =$
7. $\quad = 1849$	8. $\quad = 4225$
9. $\quad = 1024$	10. $\quad = 7225$

(κάτι+0,5) στο τετράγωνο

$$(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})$$

$$x \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

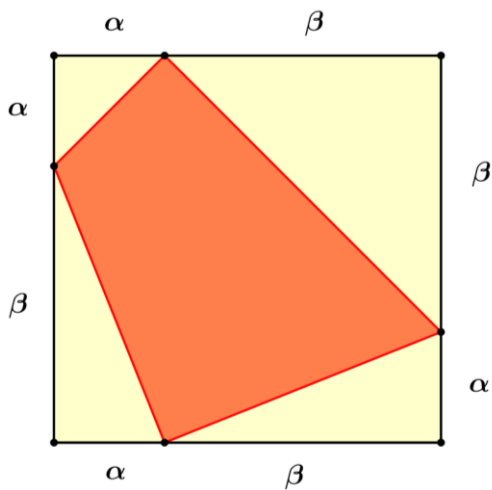
$$x^2 + x + 0.25$$

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$(\alpha + 0,5)^2 = \alpha^2 + \alpha + 0,25$	
1. $(3 + 0,5)^2 =$	2. $(10,5)^2 =$
3. $(7 + 0,5)^2 =$	4. $(4,5)^2 =$
5. $(2,5)^2 =$	6. $(9,5)^2 =$
7. $(20,5)^2 =$	8. $(1,5)^2 =$
9. $\quad = 42,25$	10. $\quad = 380,25$
11. $\quad = 72,25$	12. $\quad = 240,25$

Τετράπλευρο μέσα σε τετράγωνο

Να αποδείξετε αλγεβρικά και γεωμετρικά ότι το εμβαδόν του κόκκινου τετραπλεύρου είναι το μισό του κίτρινου τετραγώνου.



Να δείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο κόκκινων τετραπλεύρων ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου. Γεωμετρικά και αλγεβρικά.

