

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**  
**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**  
**ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (I) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

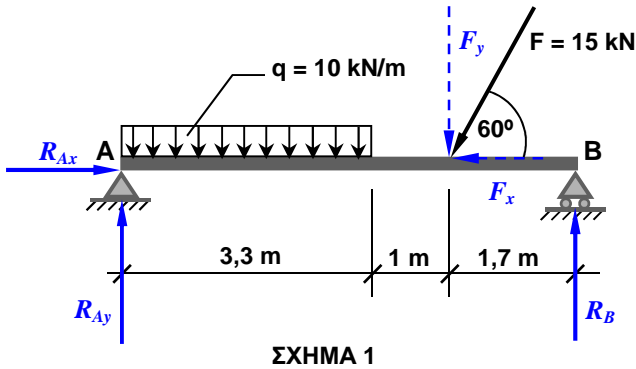
**ΜΑΘΗΜΑ** : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (106)  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ** : ΤΡΙΤΗ, 23 ΜΑΪΟΥ 2017  
**ΩΡΑ** : 8:00 – 10:30

**ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

## ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από δώδεκα (12) ερωτήσεις

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

1. Για την αμφιέρειστη δοκό του **Σχήματος 1**, να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και να τις σχεδιάσετε στο σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 1

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ kN}$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu 60^\circ = 15 \cdot 0,866 = 12,99 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} - F_x = 0 \quad R_{Ax} - 7,5 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ax} = 7,5 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος: } \Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} + R_B - 10 \cdot 3,3 - 12,99 = 0$$

$$27,61 + 18,38 - 33 - 12,99 = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$10 \cdot 3,3 \cdot 1,65 + 12,99 \cdot 4,3 - R_B \cdot 6 = 0$$

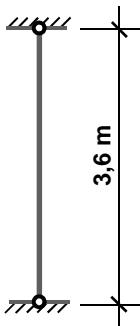
$$6R_B = 110,307 \rightarrow R_B = \underline{18,38 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 6 - 10 \cdot 3,3 \cdot 4,35 - 12,99 \cdot 1,7 = 0$$

$$6R_{Ay} = 165,633 \rightarrow R_{Ay} = \underline{27,61 \text{ kN}}$$

2. Να υπολογίσετε την λυγιρότητα της ράβδου του **Σχήματος 2**. Η ράβδος έχει ορθογωνική διατομή **8 x 10 cm**.



ΣΧΗΜΑ 2

*Ελεύθερο μήκος λογισμού*

$$\ell = L = 3,6 \text{ m} = 360 \text{ cm}$$

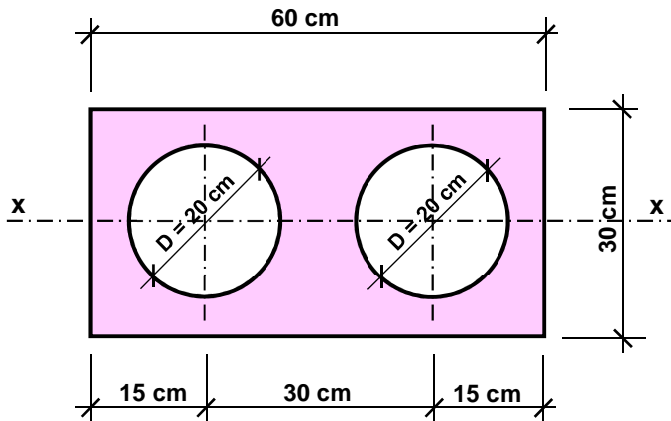
*Ακτίνα αδράνειας*

$$i_{ελ.} = \frac{8}{\sqrt{12}} = 2,31 \text{ cm}$$

*Λυγιρότητα*

$$\lambda = \frac{\ell}{i_{ελ.}} = \frac{360 \text{ cm}}{2,31 \text{ cm}} = \underline{155,84}$$

3. Να υπολογίσετε την ροπή αδράνειας, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα  $x - x$  της σύνθετης διατομής, που φαίνεται στο **Σχήμα 3**.



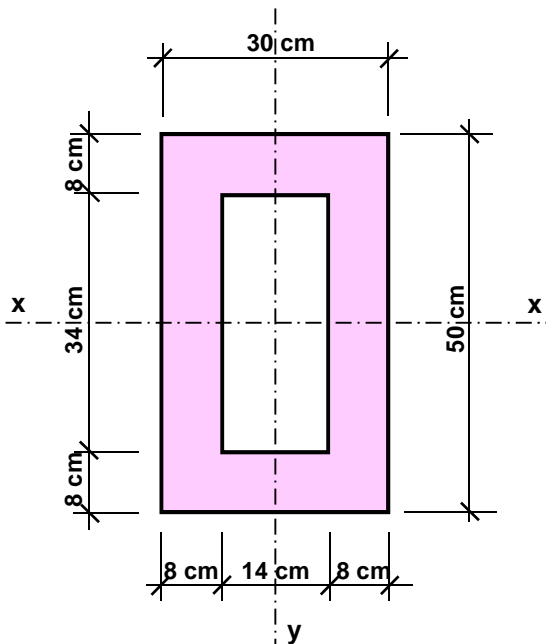
ΣΧΗΜΑ 3

*Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής*

$$I_{x-x} = \frac{60 \cdot 30^3}{12} - 2 \cdot \frac{3,14 \cdot 20^4}{64}$$

$$I_{x-x} = 135000 - 15700 = \underline{\underline{119300 \text{ cm}^4}}$$

4. Να υπολογίσετε την ροπή αντίστασης και την ακτίνα αδράνειας, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα  $x - x$ , της σύνθετης διατομής του **Σχήματος 4**.



ΣΧΗΜΑ 4

*Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής*

$$I_{x-x} = \frac{30 \cdot 50^3}{12} - \frac{14 \cdot 34^3}{12}$$

$$I_{x-x} = 312500 - 45854,67 = \underline{\underline{266645,33 \text{ cm}^4}}$$

*Εμβαδόν σύνθετης διατομής*

$$A = 30 \cdot 50 - 14 \cdot 34 = 1024 \text{ cm}^2$$

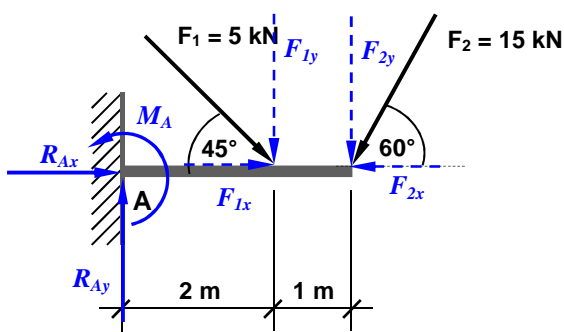
*Ροπή αντίστασης σύνθετης διατομής*

$$W_{x-x} = \frac{I_{x-x}}{y} = \frac{266645,33}{25} = \underline{\underline{10665,81 \text{ cm}^3}}$$

*Ακτίνα αδράνειας σύνθετης διατομής*

$$i_{x-x} = \sqrt{\frac{I_{x-x}}{A}} = \sqrt{\frac{266645,33}{1024}} = \underline{\underline{16,14 \text{ cm}}}$$

5. Για την δοκό πρόβολο του **Σχήματος 5**, να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στην στήριξη και να τις σχεδιάσετε στο σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 5

$$F_{1x} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 5 \cdot 0,707 = 3,54 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \eta\mu 45^\circ = 5 \cdot 0,707 = 3,54 \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ kN}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \eta\mu 60^\circ = 15 \cdot 0,866 = 12,99 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{Ax} + F_{1x} - F_{2x} = 0 \quad R_{Ax} + 3,54 - 7,5 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ax} = 3,96 \text{ kN}}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_{Ay} - F_{1y} - F_{2y} = 0 \quad R_{Ay} - 3,54 - 12,99 = 0 \rightarrow \underline{R_{Ay} = 16,53 \text{ kN}}$$

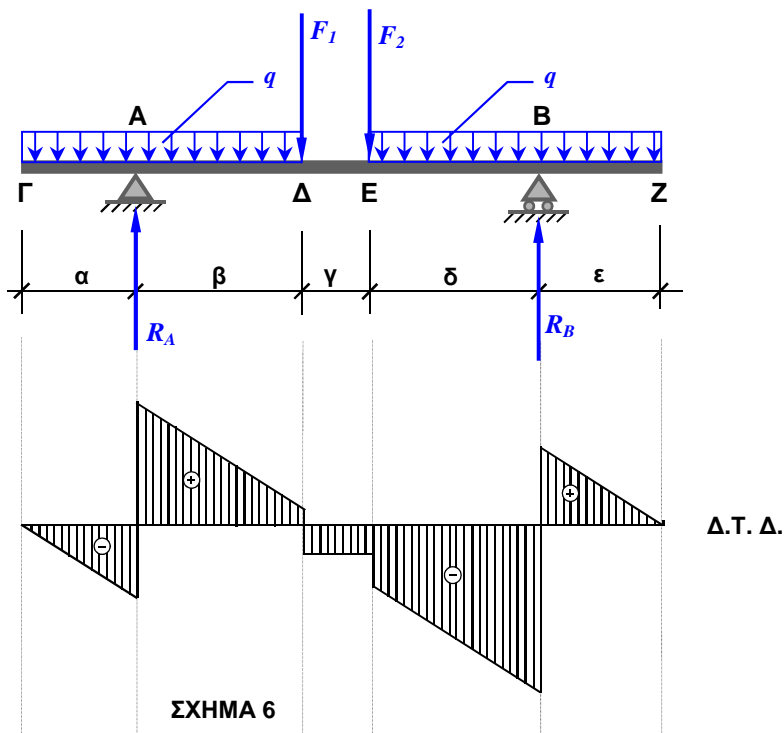
$$\Sigma M_A = 0$$

$$-M_A + F_{1y} \cdot 2 + F_{2y} \cdot 3 = 0$$

$$-M_A + 3,54 \cdot 2 + 12,99 \cdot 3 = 0$$

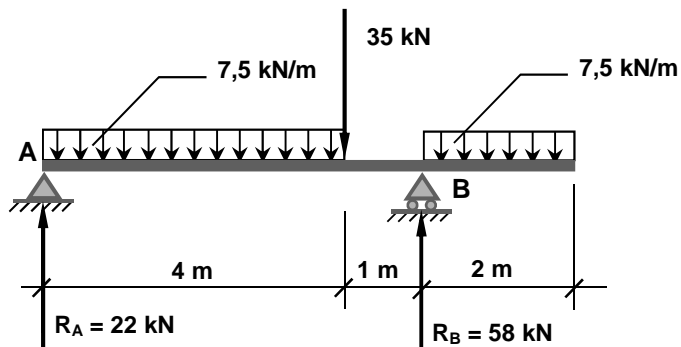
$$\underline{M_A = 46,05 \text{ kNm}}$$

6. Στο **Σχήμα 6** δίνονται η αμφιπρόεχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**). Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν την δοκό έτσι, ώστε να ανταποκρίνονται στο **Δ.Τ.Δ.**



ΣΧΗΜΑ 6

7. Να υπολογίσετε την τέμνουσα δύναμη δεξιά του σημείου **B** ( $Q_B^{\delta\epsilon\zeta}$ ), για την δοκό που σας δίνεται στο **Σχήμα 7**.



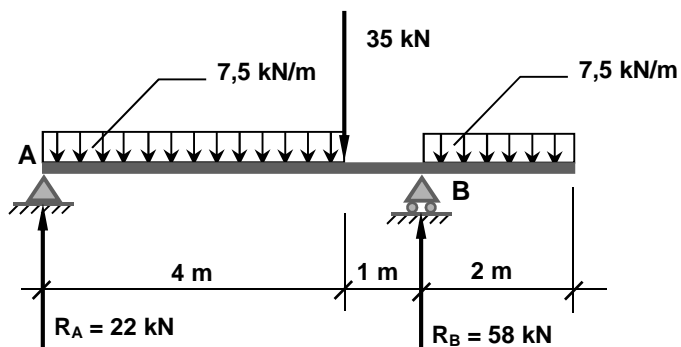
ΣΧΗΜΑ 7

*Τέμνουσα δύναμη δεξιά του σημείου B*

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = R_A - 7,5 \cdot 4 - 35 + R_B$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = 22 - 7,5 \cdot 4 - 35 + 58 = \underline{15 \text{ kN}}$$

8. Να υπολογίσετε την ροπή κάμψης στο σημείο **B** ( $M_B$ ), για την δοκό που σας δίνεται στο **Σχήμα 8**.



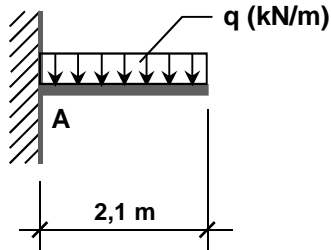
ΣΧΗΜΑ 8

*Ροπή κάμψης στο σημείο B*

$$M_B = R_A \cdot 5 - 7,5 \cdot 4 \cdot 3 - 35 \cdot 1$$

$$M_B = 22 \cdot 5 - 7,5 \cdot 4 \cdot 3 - 35 \cdot 1 = \underline{-15 \text{ kNm}}$$

9. Δοκός πρόβολου μήκους  $\ell = 2,1 \text{ m}$  και ορθογωνικής διατομής  $130 \times 200 \text{ mm}$  φορτίζεται σε όλο το μήκος της με συνεχές ομοιόμορφα καταναμεμένο φορτίο  $q$ , όπως φαίνεται στο **Σχήμα 9**. Αν η επιτρεπόμενη τάση του υλικού της δοκού είναι  $\sigma_{\text{επ.}} = 8 \text{ N/mm}^2$ , να υπολογίσετε το φορτίο  $q \text{ (kN/m)}$  που μπορεί να δεχθεί η δοκός.



ΣΧΗΜΑ 9

*Ροπή αντίστασης*

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{130 \cdot 200^2}{6} = 866666,67 \text{ mm}^3$$

*Μέγιστη ροπή κάμψης*

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} \rightarrow M_{\max} = \sigma \cdot W$$

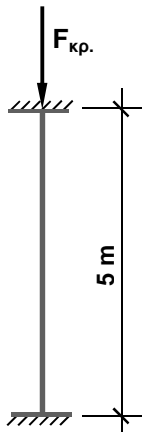
$$M_{\max} = 8 \cdot 866666,67 = 6933333,36 \text{ Nmm} = 6,933 \text{ kNm}$$

*Μέγεθος ομοιόμορφα καταναμεμένου φορτίου q*

$$M_{\max} = q \cdot \ell \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$6,933 = q \cdot 2,1 \cdot 1,05 \rightarrow \underline{q = 3,14 \text{ kN/m}}$$

10. Ράβδος ορθογωνικής διατομής  $7,5 \times 10 \text{ cm}$ , πακτωμένη και στα δύο άκρα της έχει μήκος  $5 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο **Σχήμα 10**. Αν το μέτρο ελαστικότητας του υλικού είναι  $190 \text{ kN/mm}^2$ , να υπολογίσετε το μέγιστο (κρίσιμο) φορτίο που μπορεί να μεταφέρει χωρίς να εκδηλωθεί σε αυτή λυγισμός.



ΣΧΗΜΑ 10

*Ελεύθερο μήκος λογισμού*

$$\ell = 0,5 \cdot L = 0,5 \cdot 5 = 2,5 \text{ m} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

*Ροπή αδράνειας*

$$I_{\text{ελ.}} = \frac{10 \cdot 7,5^3}{12} = 351,56 \text{ cm}^4$$

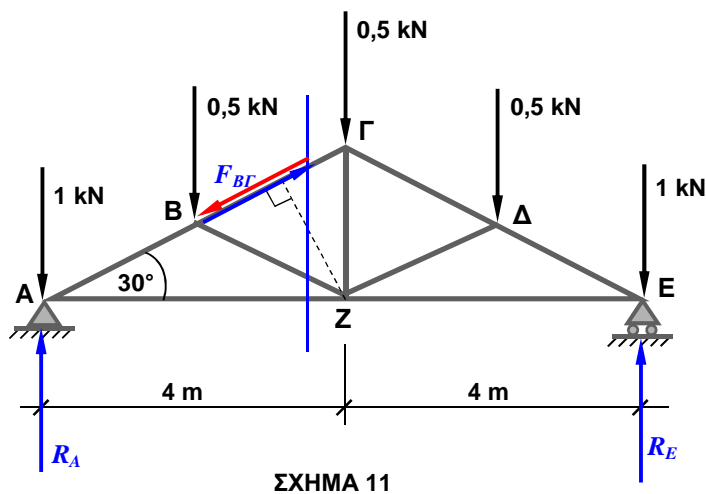
*Κρίσιμο φορτίο λογισμού*

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 E I_{\text{ελ.}}}{\ell^2}$$

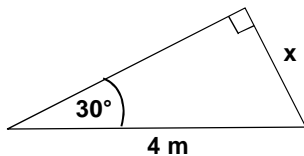
$$F_{\text{κρ.}} = \frac{3,14^2 \cdot 190 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 351,56 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{(2,5 \cdot 10^3 \text{ mm})^2}$$

$$F_{\text{κρ.}} 1053737,25 \text{ N} = \underline{1053,74 \text{ kN}}$$

11. Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος καταπόνησης που αναπτύσσεται στην ράβδο **ΒΓ** του δικτυώματος του **Σχήματος 11**, με την **μέθοδο των τομών**.



ΣΧΗΜΑ 11



$$\eta\mu 30^\circ = \frac{x}{4}$$

$$\rightarrow x = 2 \text{ m}$$

*Λόγω συμμετρίας*

$$R_A = R_E = \frac{1 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 1}{2}$$

$$R_A = R_E = 1,75 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_Z = 0$$

$$R_A \cdot 4 - 1 \cdot 4 - 0,5 \cdot 2 + F_{B\Gamma} \cdot 2 = 0$$

$$1,75 \cdot 4 - 1 \cdot 4 - 0,5 \cdot 2 + F_{B\Gamma} \cdot 2 = 0$$

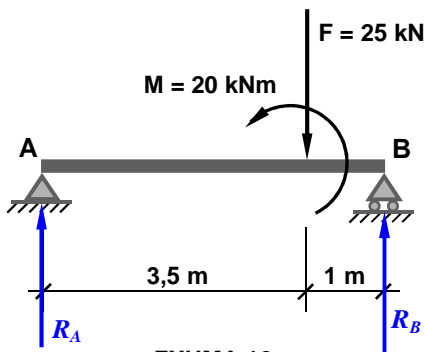
$$2F_{B\Gamma} = -2$$

$$F_{B\Gamma} = -1 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \underline{F_{B\Gamma} = 1 \text{ kN}}$$

$\rightarrow$  θλιβόμενη ράβδος

12. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις που αναπτύσσονται στις στηρίξεις της δοκού του **Σχήματος 12**.



ΣΧΗΜΑ 12

$$\Sigma M_A = 0$$

$$25 \cdot 3,5 - 20 - R_B \cdot 4,5 = 0$$

$$4,5R_B = 67,5 \rightarrow R_B = \underline{15 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 4,5 - 20 - 25 \cdot 1 = 0$$

$$4,5R_A = 45 \rightarrow R_A = \underline{10 \text{ kN}}$$

$$\text{Έλεγχος: } \Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B - 25 = 0$$

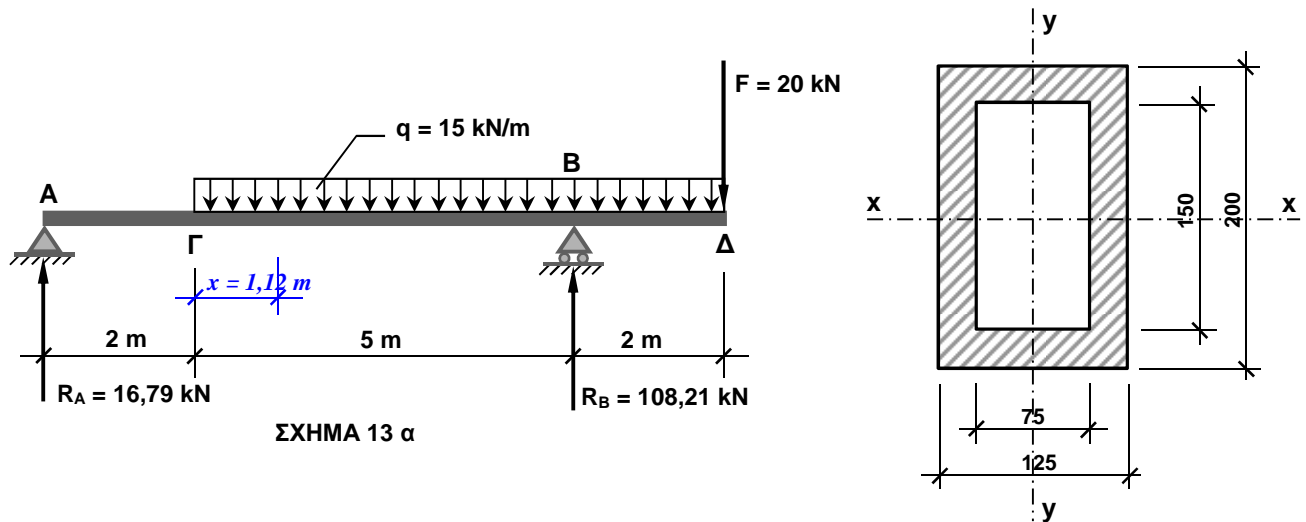
$$10 + 15 - 25 = 0$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

## ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Να υπολογίσετε, σε  $\text{N/mm}^2$ , την μέγιστη τάση θλίψης και εφελκυσμού που θα αναπτυχθεί στην προέχουσα δοκό που φορτίζεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 13 α και έχει διατομή όπως φαίνεται στο Σχήμα 13 β. Οι διαστάσεις της διατομής δίνονται σε mm.



Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$Q(x) = 0 \rightarrow R_A - q \cdot x = 0$$

$$16,79 - 15 \cdot x = 0 \rightarrow x = 1,12 \text{ m}$$

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης

$$M_{max} = 16,79 \cdot (2 + 1,12) - 15 \cdot 1,12 \cdot 0,56 = 42,98 \text{ kNm}$$

Μέγιστη αρνητική ροπή κάμψης

$$M_B = 16,79 \cdot 7 - 15 \cdot 5 \cdot 2,5 = -69,97 \text{ kNm} \approx -70 \text{ kNm}$$

Ροπή αδράνειας

$$I_{x-x} = \frac{125 \cdot 200^3}{12} - \frac{75 \cdot 150^3}{12} = 83333333,33 - 21093750 = 62239583,33 \text{ mm}^4$$

Μέγιστη τάση θλίψης

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{70 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 100 \text{ mm}}{62,239583 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} = \underline{112,47 \text{ N/mm}^2} \quad (\text{κάτω})$$

Μέγιστη τάση εφελκυσμού

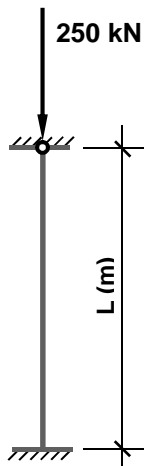
$$\sigma_{μεγ.} = \frac{70 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 100 \text{ mm}}{62,239583 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} = \underline{112,47 \text{ N/mm}^2} \quad (\text{πάνω})$$

$$\sigma_{θλ.} \equiv \sigma_{εφ.}$$

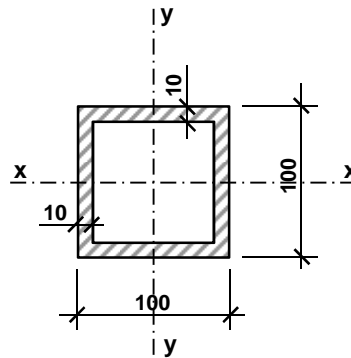


14. Να υπολογίσετε το πραγματικό μήκος χαλύβδινου στύλου που στηρίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 14 α** και έχει τετραγωνική κοίλη διατομή όπως το **Σχήμα 14 β**. Ο στύλος μεταφέρει με ασφάλεια αξονικό φορτίο **250 kN**. Οι διαστάσεις της διατομής δίνονται σε mm.

Μέτρο ελαστικότητας  $E = 200 \text{ kN/mm}^2$   
 Συντελεστής ασφάλειας  $\gamma = 3$



ΣΧΗΜΑ 14 α



ΣΧΗΜΑ 14 β

*Κρίσιμο φορτίο λογισμού*

$$F_{επ.} = \frac{F_{κρ.}}{\gamma} \rightarrow F_{κρ.} = F_{επ.} \cdot \gamma = 250 \cdot 3 = 750 \text{ kN} = 750 \cdot 10^3 \text{ N}$$

*Ροπή αδράνειας*

$$I_{x-x} = \frac{100 \cdot 100^3}{12} - \frac{80 \cdot 80^3}{12} = 8333333,33 - 3413333,33 = 4920000 \text{ mm}^4$$

*Ελεύθερο μήκος λογισμού*

$$F_{κρ.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{\ell^2} \rightarrow \ell^2 = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{F_{κρ.}}$$

$$\ell^2 = \frac{3,14^2 \cdot 200 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 4,920 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{750 \cdot 10^3 \text{ N}} = 12935795,2 \text{ mm}^2$$

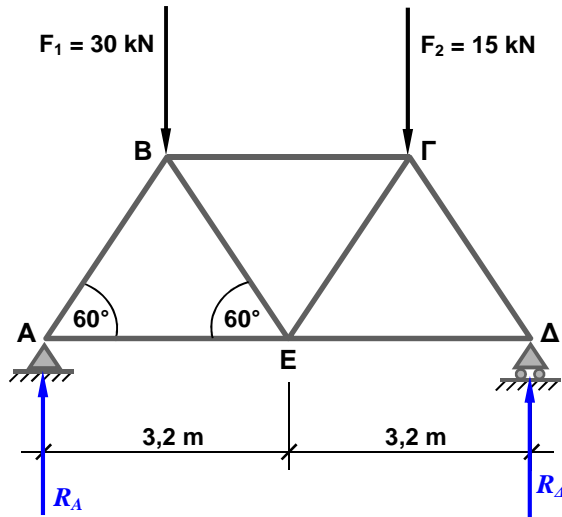
$$\rightarrow \ell = \sqrt{12935795,2} = 3596,64 \text{ mm} = 3,597 \text{ m}$$

*Πραγματικό μήκος ράβδου*

$$L = \frac{\ell}{0,7} = \frac{3,597}{0,7} = \underline{\underline{5,138 \text{ m}}}$$

15. Δίνεται δικτύωμα με διαστάσεις και φορτία όπως φαίνεται στο **Σχήμα 15**.

- (α) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **Δ**.
- (β) Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος της καταπόνησης στις ράβδους **AB**, **AE**, **ΒΓ** και **BE** με τη μέθοδο της **ανάλυσης – ισοροπίας των κόμβων**.



ΣΧΗΜΑ 15

*Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$30 \cdot 1,6 + 15 \cdot 4,8 - R_{\Delta} \cdot 6,4 = 0$$

$$120 - 6,4R_{\Delta} = 0$$

$$\underline{R_{\Delta} = 18,75 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_{\Delta} = 0$$

$$R_A \cdot 6,4 - 30 \cdot 4,8 - 15 \cdot 1,6 = 0$$

$$6,4R_A - 168 = 0$$

$$\underline{R_A = 26,25 \text{ kN}}$$

*Έλεγχος:*

$$\Sigma F_y = 0$$

$$26,25 + 18,75 - 30 - 15 = 0$$

*Υπολογισμός εσωτερικών δυνάμεων*

Κόμβος A

$$\Sigma F_y = 0 \quad R_A - F_{AB} \cdot \eta\mu 60^\circ = 0$$

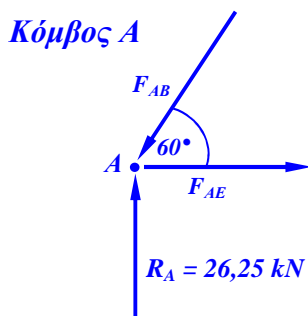
$$26,25 - F_{AB} \cdot 0,866 = 0$$

$$\rightarrow \underline{F_{AB} = 30,31 \text{ kN}} \text{ (θλιβόμενη)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad -F_{AB} \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ + F_{AE} = 0$$

$$-30,31 \cdot 0,5 + F_{AE} = 0$$

$$\rightarrow \underline{F_{AE} = 15,16 \text{ kN}} \text{ (εφελκυστική)}$$



Κόμβος B

$$\Sigma F_y = 0 \quad F_{AB} \cdot \eta\mu 60^\circ - F_1 + F_{BE} \cdot \eta\mu 60^\circ = 0$$

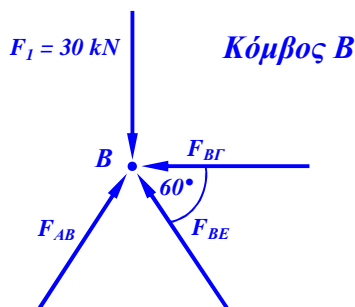
$$30,31 \cdot 0,866 - 30 + F_{BE} \cdot 0,866 = 0$$

$$\rightarrow \underline{F_{BE} = 4,33 \text{ kN}} \text{ (θλιβόμενη)}$$

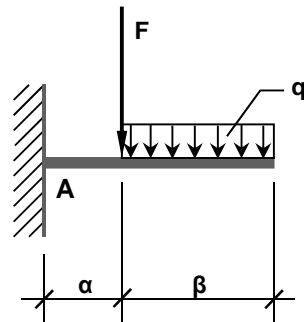
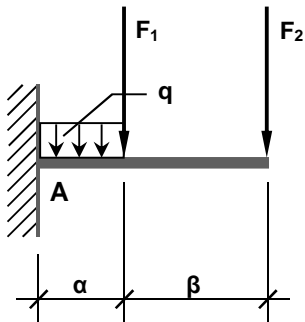
$$\Sigma F_x = 0 \quad F_{AB} \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ - F_{B\Gamma} - F_{BE} \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0$$

$$30,31 \cdot 0,5 - F_{B\Gamma} - 4,33 \cdot 0,5 = 0$$

$$\rightarrow \underline{F_{B\Gamma} = 12,99 \text{ kN}} \text{ (θλιβόμενη)}$$

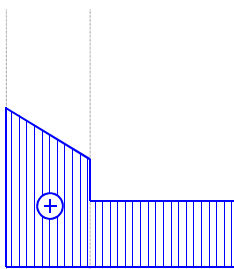


16. Για τις πιο κάτω δοκούς προβόλους του **Σχήματος 16**, να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**) και των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**) χωρίς να τις λύσετε. Στα διαγράμματα των ροπών κάμψης να σημειώσετε τα ευθύγραμμα και τα καμπυλόγραμμα τμήματα των σχημάτων.

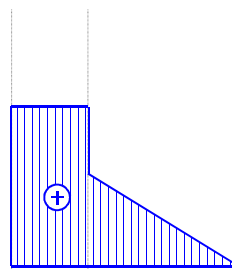


ΣΧΗΜΑ 16

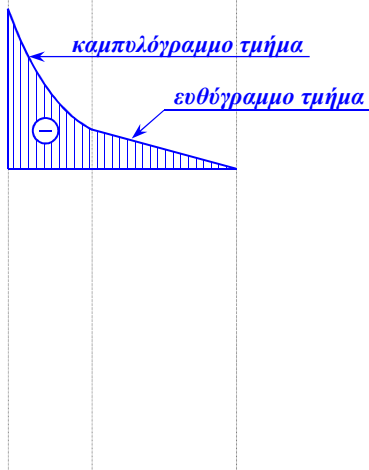
(Δ.Τ.Δ.)



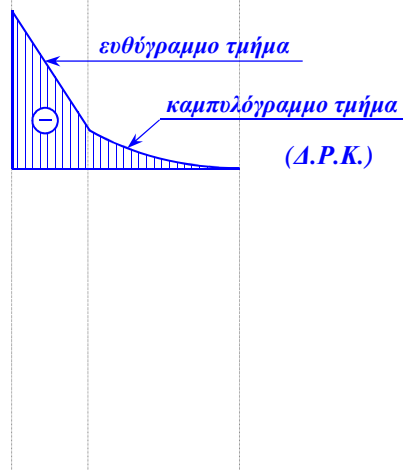
(Δ.Τ.Δ.)



(Δ.Ρ.Κ.)



(Δ.Ρ.Κ.)



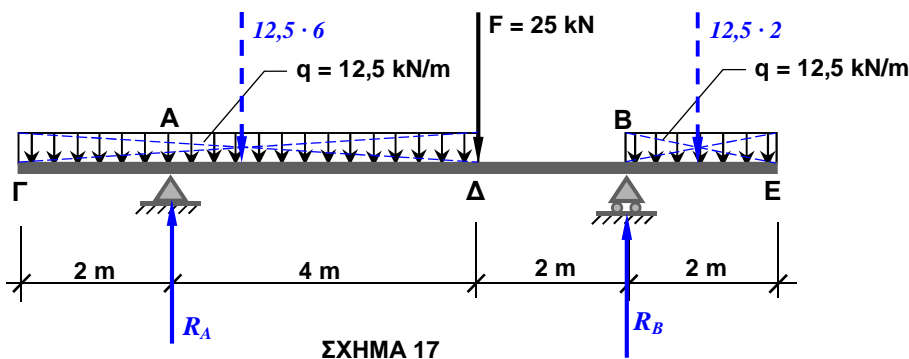
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄

### ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από μία (1) ερώτηση

Η ερώτηση βαθμολογείται με είκοσι (20) μονάδες.

17. Αμφιπροέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 17**.

- (α) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
- (β) Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **Ε**.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση **x** από το σημείο στήριξης **A**, όπου αναπτύσσεται η μέγιστη θετική ροπή κάμψης **M<sub>max</sub>**.
- (δ) Να υπολογίσετε το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M<sub>max</sub>**.
- (ε) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων **Q** και των ροπών κάμψης **M** και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ**, **Δ** και **Ε**, καθώς και το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M<sub>max</sub>**.



*Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$12,5 \cdot 6 \cdot 1 + 25 \cdot 4 - R_B \cdot 6 + 12,5 \cdot 2 \cdot 7 = 0$$

$$75 + 100 - 6R_B + 175 = 0$$

$$6R_B = 350$$

$$\underline{R_B = 58,33 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 6 - 12,5 \cdot 6 \cdot 5 - 25 \cdot 2 + 12,5 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$6R_A - 375 - 50 + 25 = 0$$

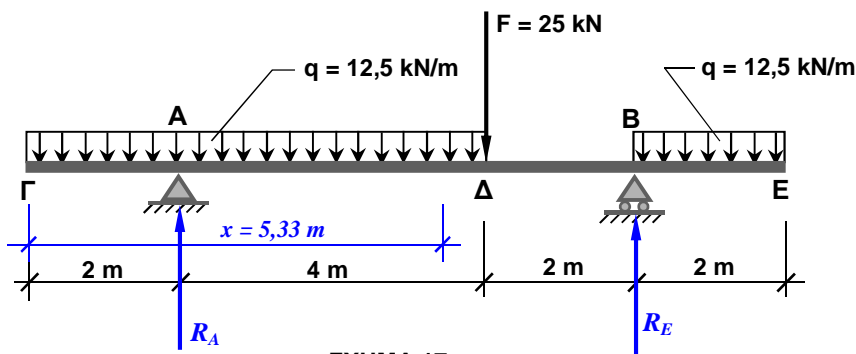
$$6R_A = 400$$

$$\underline{R_A = 66,67 \text{ kN}}$$

*Έλεγχος*

$$\Sigma F_y = 0$$

$$66,67 + 58,33 - 12,5 \cdot 6 - 25 - 12,5 \cdot 2 = 0$$



ΣΧΗΜΑ 17

**Τέμνουσες δυνάμεις**

$$Q_{\Gamma} = 0$$

$$Q_A^{ap.} = -12,5 \cdot 2 = -25 \text{ kN}$$

$$Q_A^{\delta\epsilon\zeta.} = -12,5 \cdot 2 + 66,67 = 41,67 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{ap.} = 41,67 - 12,5 \cdot 4 = -8,33 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta.} = -8,33 - 25 = -33,33 \text{ kN}$$

$$Q_B^{ap.} = Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta.} = -33,33 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta.} = -33,33 + 58,33 = 25 \text{ kN}$$

$$Q_E = 25 - 12,5 \cdot 2 = 0$$

**Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης**

$$Q(x) = 0$$

$$\rightarrow 66,67 - 12,5 \cdot x = 0$$

$$12,5 x = 66,67$$

$$x = 5,33 \text{ m}$$

**Ροπές κάμψης**

$$M_{\Gamma} = 0$$

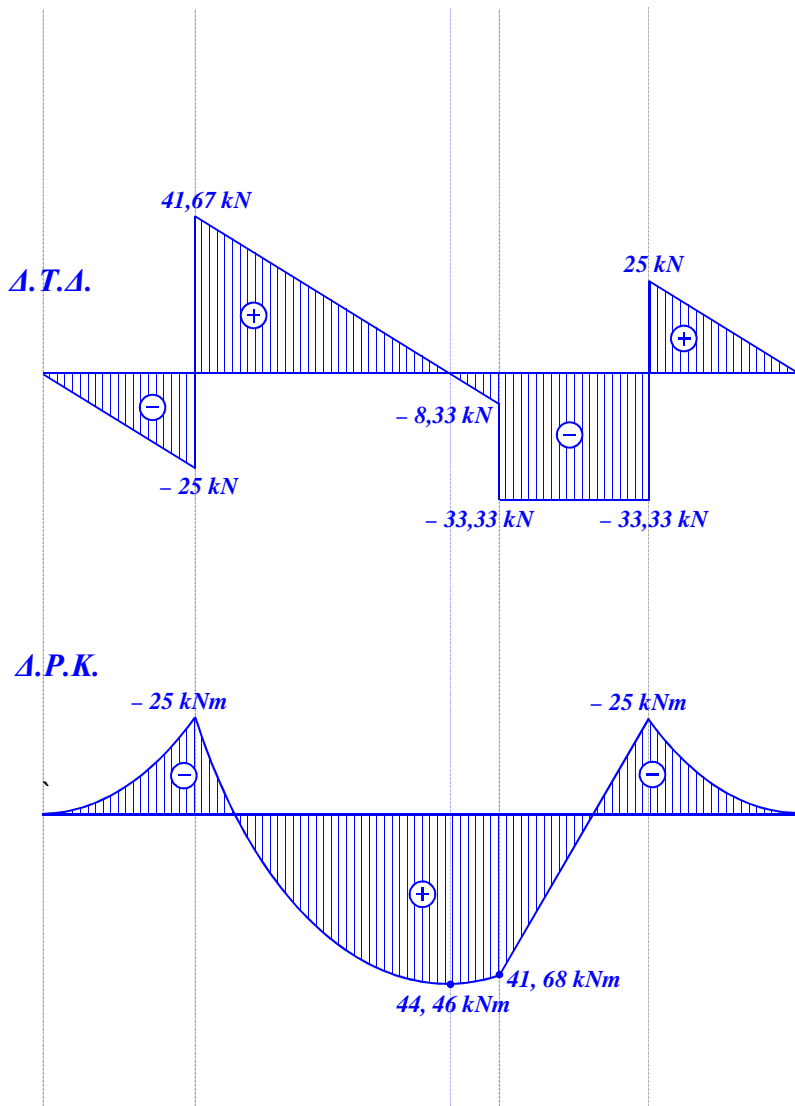
$$M_A = -12,5 \cdot 2 \cdot 1 = -25 \text{ kNm}$$

$$M_{\Delta} = 66,67 \cdot 4 - 12,5 \cdot 6 \cdot 3 = 41,68 \text{ kNm}$$

$$M_B = 66,67 \cdot 6 - 12,5 \cdot 6 \cdot 5 - 25 \cdot 2 = -24,98 \approx -25 \text{ kNm}$$

**Μέγιστη θετική ροπή κάμψης**

$$M_{max.} = 66,67 \cdot (5,33 - 2) - 12,5 \cdot 5,33 \cdot 2,665 = 44,46 \text{ kNm}$$







## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

<i>Συνθήκες ισορροπίας</i>	$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M = 0$
<i>Ροπές αδράνειας</i>	$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$
<i>Θεώρημα Στάινερ</i>	$I_{x-x} = I_x + Ad_y^2 \quad I_{y-y} = I_y + Ad_x^2$
<i>Ακτίνα αδράνειας</i>	$i_x = \sqrt{\frac{I_{x-x}}{A}} \quad i_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$ $i_x = i_y = 0,25 D \quad i_x = i_y = 0,25 \sqrt{D^2 + d^2}$
<i>Ροπές αντίστασης</i>	$W_x = \frac{I_{x-x}}{y} \quad W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} \quad W_x = W_y = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D}$
<i>Απλή κάμψη</i>	$\sigma = \frac{M}{I} y \quad \sigma = \frac{M}{W}$
<i>Λογισμός</i>	$F_{κρ.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{ελ.}}{\ell^2} \quad \lambda = \frac{\ell}{i_{ελ}} \quad F_{επ.} = \frac{F_{κρ.}}{\gamma}$







