

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017**

**ΛΥΣΕΙΣ**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (Ι) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τρίτη, 23 Μαΐου 2017**

**08:00 – 10:30**

**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε δεκατέσσερις (14) σελίδες.**

**ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις**

Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο. Σε περίπτωση που θα χρειαστεί περισσότερος χώρος για τις απαντήσεις, να χρησιμοποιηθούν οι σελίδες 12, 13 και 14.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Δίνεται τυπολόγιο σε ξεχωριστό φύλλο

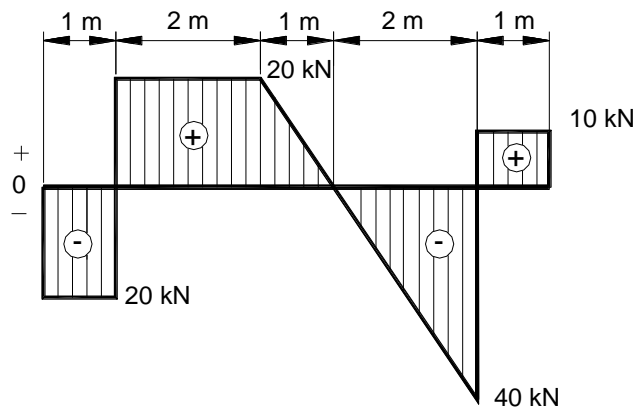
**ΜΕΡΟΣ Α: - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.**

**Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.**

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση.

1. Στο σχήμα 1 δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων δοκού μήκους 7 m. Η μέγιστη ροπή κάμψης  $M_{bmax}$  είναι:

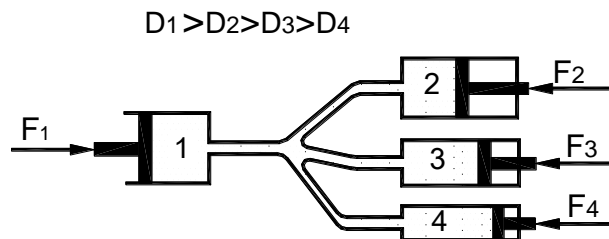
- (α)  $M_{bmax} = 10 \text{ kNm}$
- (β)  $M_{bmax} = 20 \text{ kNm}$
- (γ)  $M_{bmax} = 60 \text{ kNm}$
- (δ)  **$M_{bmax} = 30 \text{ kNm}$**



Σχήμα 1

2. Τα έμβολα υδραυλικού συστήματος έχουν σταθεροποιηθεί όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Η ορθή σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα 1, 2, 3 και 4 είναι:

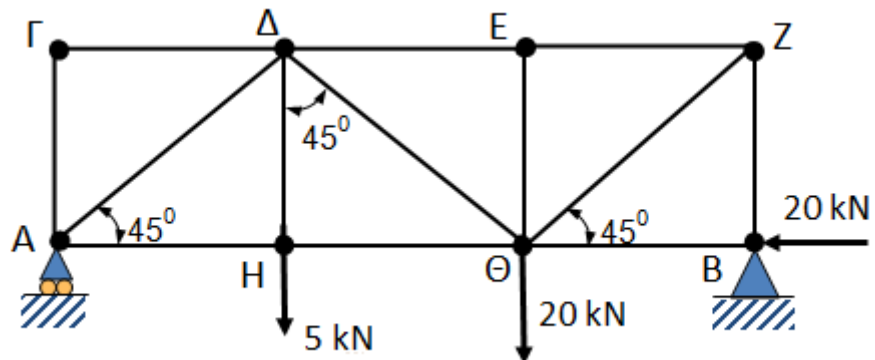
- (α)  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$
- (β)  **$F_1 > F_2 > F_3 > F_4$**
- (γ)  $F_1 < F_2 < F_3 < F_4$
- (δ)  $F_1 < F_4 < F_3 < F_2$



Σχήμα 2

3. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 3 οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:

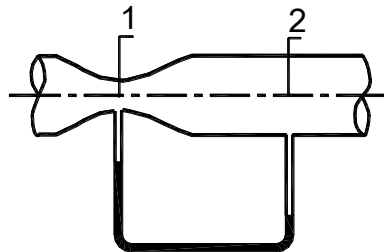
- (α) **ΑΓ, ΓΔ και ΕΘ**
- (β) ΑΔ, ΓΔ και ΕΘ
- (γ) ΒΖ, ΓΔ και ΒΘ
- (δ) ΑΓ, ΗΔ και ΗΘ



Σχήμα 3

4. Στο σχήμα 4 φαίνεται τμήμα αγωγού μέσα στον οποίο ρέει νερό.  
Για τις θέσεις 1 και 2 ισχύει:

- (α) η παροχή στην θέση 1 είναι μικρότερη από την παροχή στην θέση 2
- (β) η παροχή στην θέση 1 είναι μεγαλύτερη από την παροχή στην θέση 2
- (γ) η ταχύτητα του νερού στην θέση 1 είναι μικρότερη από την ταχύτητα στην θέση 2
- (δ) η στατική πίεση στην θέση 1 είναι μικρότερη από εκείνη στην θέση 2**

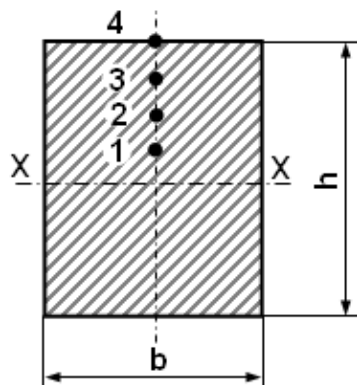


Σχήμα 4

5. Πάνω σε σφόνδυλο ασκείται σταθερή στρεπτική ροπή. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής του, το μέγεθος το οποίο παραμένει σταθερό είναι:

- (α) η γωνιακή του επιτάχυνση**
- (β) η κινητική του ενέργεια
- (γ) η ισχύς του
- (δ) η γωνιακή του ταχύτητα

6. Η ορθή σχέση μεταξύ των τάσεων  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  και  $\sigma_4$ , στα σημεία 1,2,3 και 4 αντίστοιχα, σε δοκό με ορθογωνική διατομή πλάτους  $b$  και ύψους  $h$  (σχήμα 5), που καταπονείται σε κάμψη είναι:



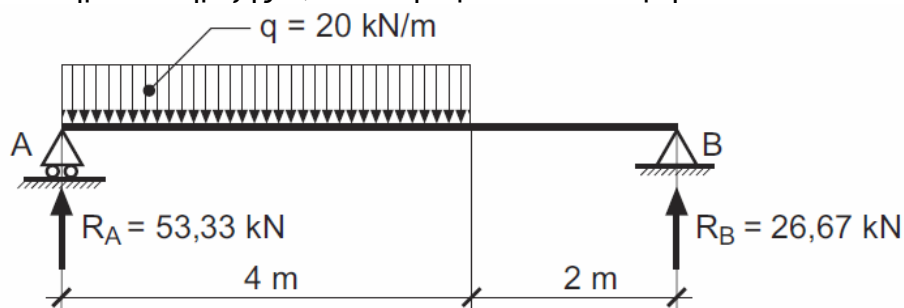
Σχήμα 5

- (α)  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4$
- (β)  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > \sigma_4$
- (γ)  $\sigma_4 > \sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$**
- (δ)  $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_4 < \sigma_1$

7. Στο σχήμα 6 δίνεται δοκός με τις αντιδράσεις στα σημεία στήριξης A και B. Να υπολογίσετε την απόσταση  $X$  επί της δοκού από το σημείο στήριξης A, όπου η τέμνουσα δύναμη  $T\Delta = 0$ .

$$T\Delta_x = 53,33 - 20x = 0$$

$$x = \frac{53,33}{20} = 2,67 \text{ m}$$



Σχήμα 6

8. Βάνα με διάμετρο  $d = 3 \text{ cm}$ , γεμίζει με νερό κυκλική δεξαμενή διαμέτρου  $D = 2 \text{ m}$  και ύψους  $h = 3 \text{ m}$ , σε χρόνο  $t = 4 \text{ ώρες}$ . Να υπολογίσετε:

- (α) την παροχή  $Q$  της βάνας και  
 (β) την ταχύτητα εκροής  $v$ , του νερού από την βάνα

(α)

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{9,42}{4 \cdot 60 \cdot 60} = 6,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \cdot 3 = 9,42 \text{ m}^3$$

(β)

$$Q = A \cdot v \rightarrow v = \frac{Q}{A} = \frac{6,54 \cdot 10^{-4}}{7,068 \cdot 10^{-4}} = 0,93 \text{ m/s}$$

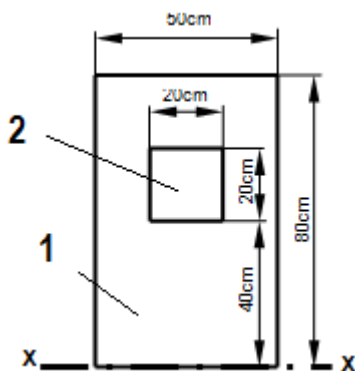
$$A = \frac{\pi \cdot 0,03^2}{4} = 7,068 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

9. Χαλύβδινο τεμάχιο μάζας  $m = 10 \text{ kg}$ , ειδικής θερμότητας  $c = 450 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  και αρχικής θερμοκρασίας  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , θερμαίνεται μέσα σε κλίβανο. Να υπολογίσετε την τελική θερμοκρασία του τεμαχίου, αν το ποσό της θερμότητας το οποίο απορρόφησε κατά την διάρκεια της θέρμανσής του  $Q = 2610 \text{ kJ}$ .

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c} = \frac{2610 \cdot 10^3}{10 \cdot 450} = 580 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta = t_2 - t_1 \rightarrow t_2 = \Delta\theta + t_1 = 580 + 20 = 600 \text{ }^\circ\text{C}$$

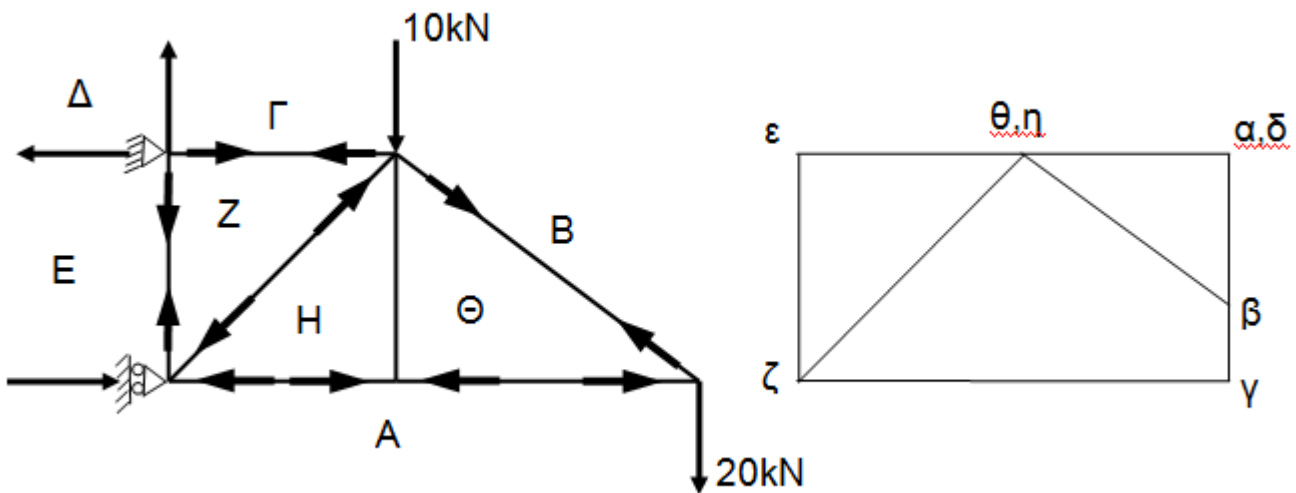
10. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της διατομής που φαίνεται στο σχήμα 7 ως προς τον άξονα  $X - X$  που βρίσκεται στην βάση της διατομής.



$$I_{XX} = I_1 + A_1 \cdot d_1^2 - I_2 - A_2 \cdot d_2^2$$

$$I_{XX} = \frac{50 \cdot 80^3}{12} + 50 \cdot 80 \cdot 40^2 - \frac{20 \cdot 20^3}{12} - 20 \cdot 20 \cdot 50^2 = 7,52 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

11. Στο επίπεδο δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 8 δρουν δυο εξωτερικές δυνάμεις  $F_1=10\text{ kN}$  και  $F_2=20\text{ kN}$ . Από το δικτύωμα και το διάγραμμα Cremona να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησης σε όλες τις ράβδους του δικτυώματος.

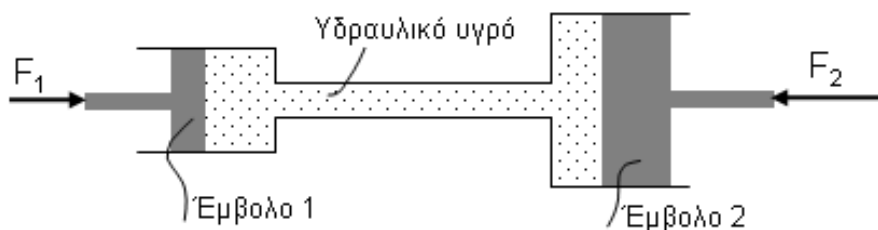


Εφελκούμενες: ΒΘ, ΖΓ, ΕΖ  
 Θλιβόμενες: ΑΘ, ΑΗ, ΗΖ  
 Δεν καταπονούνται: ΗΘ

Σχήμα 8

12. Στο σχήμα 9 φαίνεται μέρος ενός υδραυλικού συστήματος, μιας μηχανολογικής κατασκευής. Αν το εμβαδόν διατομής του εμβόλου 1 είναι  $A_1=150\text{ mm}^2$ , και το εμβαδό διατομής του εμβόλου 2 είναι  $A_2=600\text{ mm}^2$ , να υπολογίσετε:

- (α) την δύναμη  $F_1$  που πρέπει να ασκηθεί στο έμβολο 1 έτσι ώστε το έμβολο 2 να ασκήσει δύναμη 2500 N και  
 (β) την πίεση  $P$  του υδραυλικού υγρού μέσα στο σύστημα



Σχήμα 9

α)

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow F_1 = \frac{F_2 \cdot A_1}{A_2} = \frac{2500 \cdot 150}{600} = 625\text{ N}$$

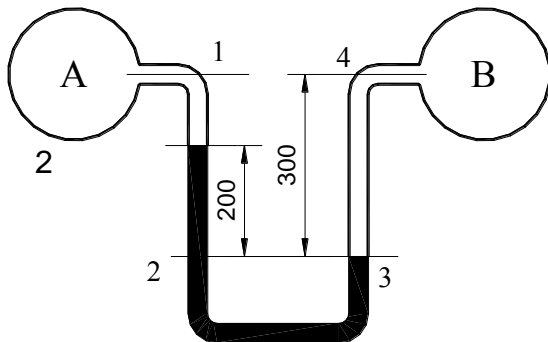
(β)

$$P = \frac{F_2}{A_2} = \frac{2500}{600 \cdot 10^{-6}} = 41,7 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

**ΜΕΡΟΣ Β: - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.**

**Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.**

13. Οι αγωγοί Α και Β που φαίνονται στο σχήμα 10 μεταφέρουν το ίδιο υγρό πυκνότητας  $\rho_v=800 \text{ kg/m}^3$ . Αν η πυκνότητα του μανομετρικού υγρού είναι  $\rho_\mu = 13600 \text{ kg/m}^3$ , να υπολογίσετε τη διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο αγωγών:



$$P_2 = P_3$$

$$\rho_\mu \cdot g \cdot 0,2 + \rho_v \cdot g \cdot 0,1 + P_A = \rho_v \cdot g \cdot 0,3 + P_B$$

$$P_B - P_A = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,2 + 800 \cdot 9,81 \cdot 0,1 - 800 \cdot 9,81 \cdot 0,3$$

$$P_B - P_A = 25113,6 \text{ Pa}$$

14. Άξονας με διάμετρο 120 mm, περιστρέφεται με ταχύτητα  $n = 60 \text{ rpm}$ . Αν η μέγιστη τάση διάτμησης που αναπτύσσεται στον άξονα  $\tau_{\max} = 40 \text{ N/mm}^2$ , να υπολογίσετε:

- (α) την πολική ροπή αδράνειας του άξονα
- (β) την μέγιστη ροπή στρέψης
- (γ) την ισχύ που μεταφέρει ο άξονας

(α)

$$J = \frac{\pi \cdot D^4}{32} = \frac{\pi \cdot 120^4}{32} = 20,36 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

(β)

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau}{r} \rightarrow M_t = \frac{\tau \cdot J}{r} = \frac{40 \cdot 20,36 \cdot 10^6}{60} = 13,57 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

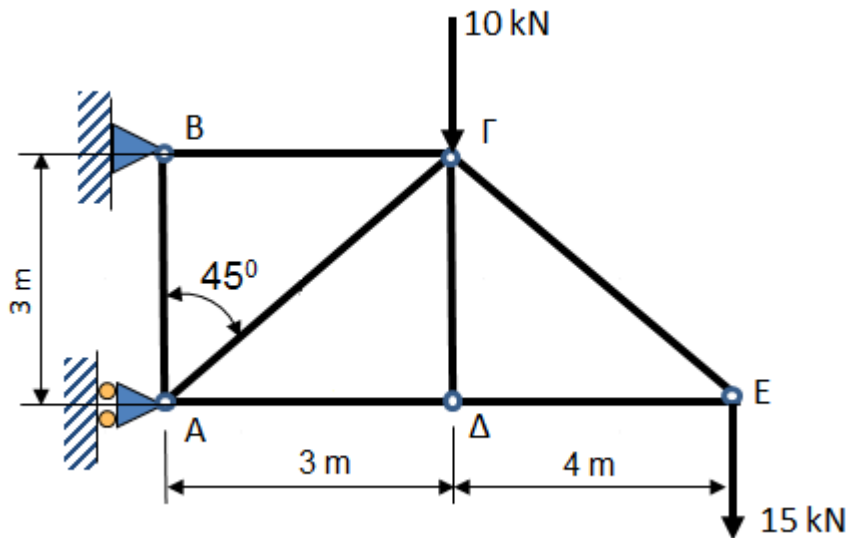
$$M_t = 13,57 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

(γ)

$$P = M_t \cdot \omega = 13,57 \cdot 10^3 \cdot 6,28 = 85,26 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 60}{60} = 6,28 \text{ rad/s}$$

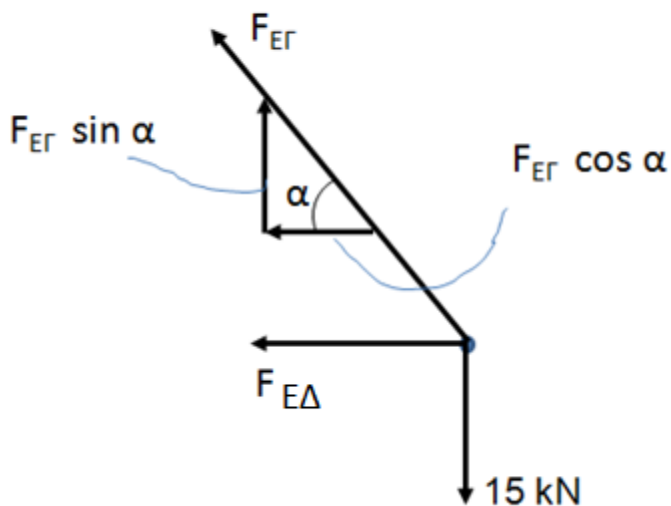
15. Για το δικτύωμα, που φαίνεται στο σχήμα 11, να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του δικτυώματος των κόμβων Γ, Δ και Ε, και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.



Σχήμα 11

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow \alpha = 36,87^\circ$$

ΚΟΜΒΟΣ Ε



$$\Sigma F_y = 0$$

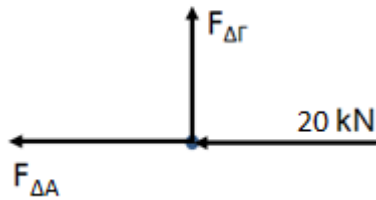
$$-15 + F_{E\Gamma} \cdot \sin 36,87^\circ = 0 \rightarrow F_{E\Gamma} = \frac{15}{\sin 36,87^\circ} = 25 \text{ kN (Εφελκυσμός)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_{E\Delta} - F_{E\Gamma} \cos 36,87^\circ = 0 \rightarrow F_{E\Delta} = -F_{E\Gamma} \cdot \cos 36,87^\circ = -25 \cdot \cos 36,87^\circ$$

$$F_{E\Delta} = -20 \text{ kN (Θλίψη)}$$

ΚΟΜΒΟΣ Δ

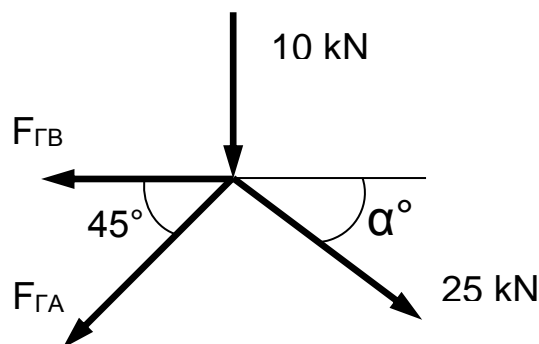


$$\Sigma F_x = 0$$

$$-20 - F_{\Delta\Delta} = 0 \rightarrow F_{\Delta\Delta} = -20 \text{ kN (Θλίψη)}$$

$$F_{\Delta\Gamma} = 0 \text{ (Δεν καταπονείται)}$$

ΚΟΜΒΟΣ Γ



$$\Sigma F_y = 0$$

$$-10 - 25 \cdot \sin 36,87^\circ - F_{\Gamma A} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{\Gamma A} = \frac{-10 - 25 \cdot \sin 36,87^\circ}{\sin 45^\circ} = -35,36 \text{ kN (Θλίψη)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$25 \cdot \cos 36,87^\circ - F_{\Gamma B} - F_{\Gamma A} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{\Gamma B} = 25 \cdot \cos 36,87^\circ + 35,36 \cdot \cos 45^\circ$$

$$F_{\Gamma B} = 20 + 25 = 45 \text{ kN (Εφελκυσμός)}$$

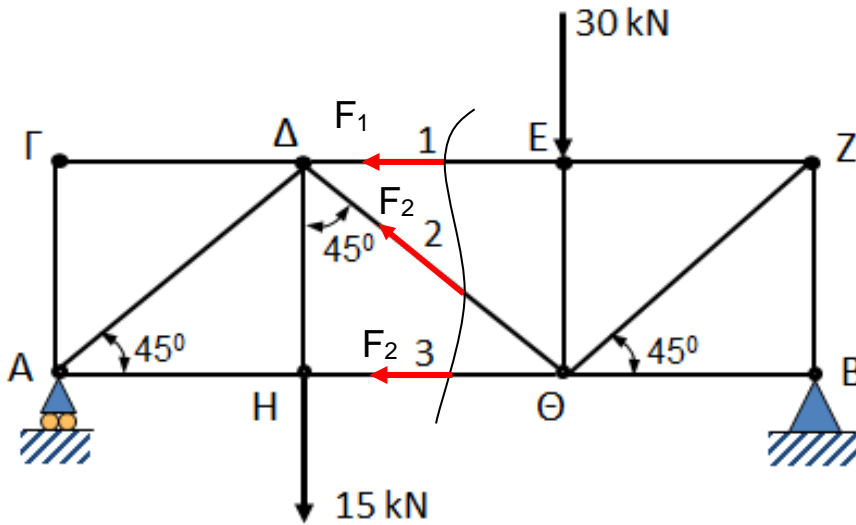


16. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 12, να υπολογίσετε:

(α) τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του δικτυώματος 1, 2 και 3 με την αναλυτική μέθοδο των τομών και

(β) να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.

Δίδεται  $AH = H\Theta = \Theta B = 1\text{m}$



Σχήμα 12

$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \times 1 + 30 \times 2 = 3R_B$$

$$R_B = 25 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_\Theta = 0$$

$$-25 \times 1 - F_1 \times 1 = 0 \rightarrow F_1 = -25 \text{ kN} \text{ (Θλίψη)}$$

$$\Sigma M_\Delta = 0$$

$$30 \times 1 + F_3 \times 1 - 25 \times 2 = 0 \rightarrow F_3 = 20 \text{ kN} \text{ (Εφελκυσμός)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

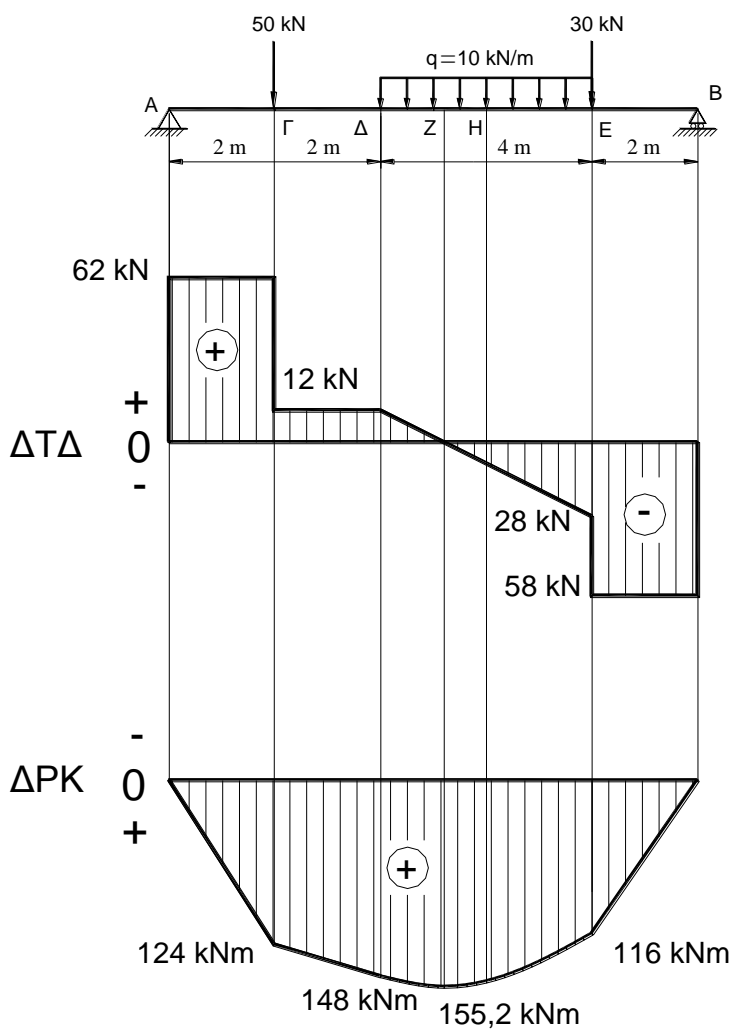
$$25 - 20 - F_2 \times \cos 45 = 0 \rightarrow F_2 = 7,07 \text{ kN} \text{ (Εφελκυσμός)}$$

**ΜΕΡΟΣ Γ: - Δύο (2) ερωτήσεις.**

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες

17. Για την δοκό που φαίνεται στο σχήμα 13 να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις  $R_A$  και  $R_B$ .
- (β) τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το Δ.Τ.Δ
- (γ) τις ροπές κάμψης και να σχεδιάσετε το Δ.Ρ.Κ
- (δ) την μέγιστη τάση κάμψης



Σχήμα 13

(α) Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\Sigma M_A = 0$$

$$50 \cdot 2 + 40 \cdot 6 + 30 \cdot 8 - R_B \cdot 10 = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{100 + 240 + 240}{10} = 58 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 10 - 50 \cdot 8 - 10 \cdot 4 \cdot 4 - 30 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{400 + 160 + 60}{10} = 62 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A - 50 - 10 \cdot 4 - 30 + R_B = 0$$

$$62 - 50 - 40 - 30 + 58 = 0$$

(β) Υπολογισμός τέμνουσών δυνάμεων

$$T_{\Delta(A-\Gamma)} = 62$$

$$T_{\Delta(\Gamma-\Delta)} = 62 - 50 = 12 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(\Delta-E)} = 62 - 50 - 10 \cdot x$$

$$x = 0 \Rightarrow 12 - 10 \cdot 0 = 12 \text{ kN}$$

$$x = 4 \Rightarrow 12 - 10 \cdot 4 = -28 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(E-B)} = 62 - 50 - 10 \cdot 4 - 30 = -58 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta_x} = 0 \quad T_{\Delta_x} = 12 - 10 \cdot x = 0 \Rightarrow 10 \cdot x = 12$$

$$x = 1,2 \text{ m}$$

(γ) Υπολογισμός ροπών κάμψης

$$PK_A = 0$$

$$PK_\Gamma = 62 \cdot 2 = 124 \text{ kNm}$$

$$PK_\Delta = 62 \cdot 4 - 50 \cdot 2 = 148 \text{ kNm}$$

$$PK_{(\Delta-E)} = 62(4+x) - 50(2+x) - 10x \cdot \frac{x}{2} = 148 + 12x - 5x^2$$

$$x = 0 \Rightarrow PK_\Delta = 62 \cdot 4 - 50 \cdot 2 = 148 \text{ kNm}$$

$$x = 1,2 \text{ m} \Rightarrow PK_Z = 148 + 12 \cdot 1,2 - 5 \cdot 1,2^2 = 155,2 \text{ kNm}$$

$$x = 2 \text{ m} \Rightarrow PK_H = 148 + 12 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 152 \text{ kNm}$$

$$x = 4 \text{ m} \Rightarrow PK_E = 148 + 12 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 116 \text{ kNm}$$

$$PK_B = 62 \cdot 10 - 50 \cdot 8 - 10 \cdot 4 \cdot 4 - 30 \cdot 2 = 0$$

δ) Υπολογισμός μέγιστης τάσης κάμψης

$$\frac{M_b}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R} \rightarrow \sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max} \cdot y_{\max}}{I}$$

$$M_{b\max} = 155,2 \text{ kNm}$$

$$M_{b\max} = 155,2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$y_{\max} = 120 \text{ mm}$$

$$I = I_1 - I_2 = \frac{160 \cdot 240^3}{12} - \frac{100 \cdot 180^3}{12} = 135,72 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{b\max} = \frac{155,2 \cdot 10^6 \cdot 120}{135,72 \cdot 10^6} = 137,22 \text{ N/mm}^2$$

18. Σε άξονα με αμελητέο βάρος τοποθετείται χαλύβδινος δίσκος διαμέτρου  $d = 0,4 \text{ m}$  και μάζας  $m = 50 \text{ kg}$ . Να υπολογίσετε:

(α) την ροπή αδράνειας του δίσκου  $I$

(β) την ροπή στρέψης  $M_t$  που χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτό για να επιταχυνθεί και περιστραφεί από  $n_1 = 60 \text{ rpm}$  σε  $n_2 = 600 \text{ rpm}$  σε χρόνο  $t = 4 \text{ s}$  αν η ροπή στρέψης λόγω τριβής είναι  $M_{tfr} = 4 \text{ Nm}$

(γ) αν στην συνέχεια η ροπή στρέψης  $M_t$  σταματήσει να ενεργεί πάνω στον άξονα, να υπολογίσετε τον χρόνο  $t$  μέχρι που ο άξονας και ο δίσκος θα σταματήσουν να περιστρέφονται.

(α)

$$I = m \cdot \frac{d^2}{8} = 50 \cdot \frac{0,4^2}{8} = \mathbf{1 \text{ kgm}^2}$$

(β)  $\Sigma M = I \cdot \alpha$

$$M_t - M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t = I \cdot \alpha + M_{tfr}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 60}{60} = 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 600}{60} = 20 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = \frac{20 \cdot \pi - 2 \cdot \pi}{4} = 14,14 \text{ rad/s}^2$$

$$M_t = 1 \cdot 14,14 + 4$$

$$\mathbf{M_t = 18,14 Nm}$$

(γ)  $\Sigma M = I \cdot \alpha$

$$M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_{tfr}}{I} = \frac{4}{1} = 4 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha}$$

$$\omega_1 = 20 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_2 = 0$$

$$t = \frac{20 \cdot \pi}{4}$$

$$\mathbf{t = 15,7 s}$$

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**