

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**

**ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2019**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΛΥΣΕΙΣ**

**Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη II [414]**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα, 03 Ιουνίου 2019  
08:00 – 10:30**

**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε δεκατρείς (13) σελίδες.**

**ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις**

Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο. Σε περίπτωση που θα χρειαστεί περισσότερος χώρος για τις απαντήσεις, να χρησιμοποιηθούν οι σελίδες 12 και 13.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Η λύση του δοκιμίου να γίνει με τη χρήση πέννας χρώματος μπλε.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Δίνεται τυπολόγιο σε ξεχωριστό φύλλο

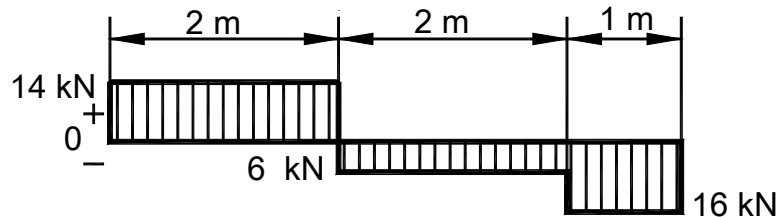
**ΜΕΡΟΣ Α: - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.**

**Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.**

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

1. Στο σχήμα 1, δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων αμφιέριστης δοκού μήκους 5 m. Η μέγιστη ροπή κάμψης  $M_{bmax}$  είναι:

- (α)  $M_{bmax} = 14 \text{ kNm}$
- (β)  $M_{bmax} = 28 \text{ kNm}$
- (γ)  $M_{bmax} = 12 \text{ kNm}$
- (δ)  $M_{bmax} = 16 \text{ kNm}$ .



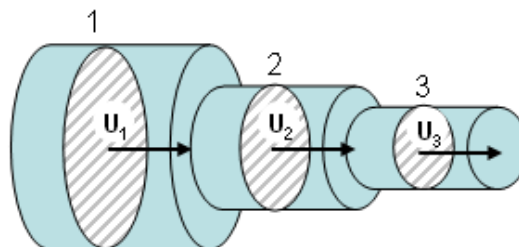
Σχήμα 1

2. Η γωνιακή επιτάχυνση σφονδύλου  $\alpha = 1 \text{ rad/s}^2$ . Ποια είναι η ροπή αδράνειας  $I$  της μάζας του σφονδύλου, όταν σ' αυτόν δρα ροπή στρέψης  $M = 16 \text{ Nm}$ . (Η ροπή τριβής στους τριβείς είναι αμελητέα).

- (α)  $I = 0,6 \text{ kgm}^2$
- (β)  $I = 10 \text{ kgm}^2$
- (γ)  $I = 16 \text{ kgm}^2$
- (δ)  $I = 32 \text{ kgm}^2$

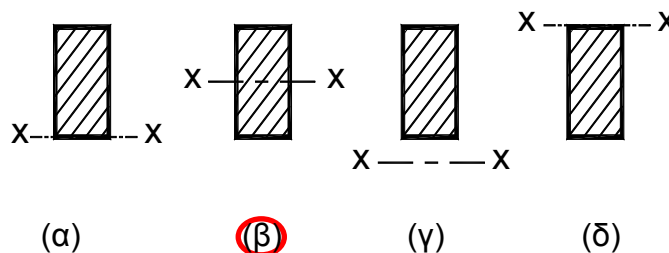
3. Από τον αγωγό του σχήματος 2, ρέει νερό. Η ορθή σχέση μεταξύ των ταχυτήτων του νερού  $v_1$ ,  $v_2$  και  $v_3$  στις διατομές του αγωγού 1, 2 και 3 αντίστοιχα, είναι:

- (α)  $v_1 = v_2 = v_3$
- (β)  $v_1 > v_2 > v_3$
- (γ)  $v_2 < v_3 < v_1$
- (δ)  $v_3 > v_2 > v_1$



Σχήμα 2

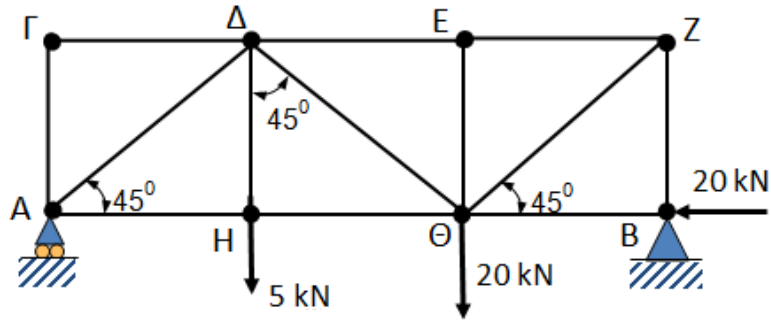
4. Στο σχήμα 3, δίνεται η διατομή δοκού πλάτους  $b$  και ύψους  $h$ . Σε ποιο από τα τέσσερα σχεδιαγράμματα η ροπή αδράνειας της διατομής της δοκού ως προς τον άξονα  $x-x$ , υπολογίζεται με τη σχέση:  $I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12}$



Σχήμα 3

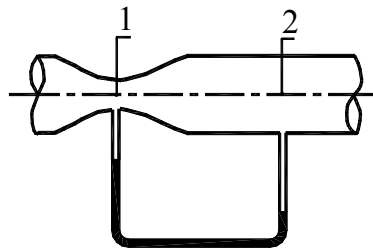
5. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 4, οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:

- (α) ΑΓ , ΓΔ και ΕΘ
- (β) ΑΔ , ΓΔ και ΕΘ
- (γ) ΒΖ , ΓΔ και ΒΘ
- (δ) ΑΓ , ΗΔ και ΗΘ.



Σχήμα 4

6. Στο σχήμα 5, φαίνεται τμήμα αγωγού μέσα στον οποίο ρέει νερό.  
Για τις θέσεις 1 και 2 ισχύει:



Σχήμα 5

- (α) Η παροχή στη θέση 1 είναι μικρότερη από την παροχή στη θέση 2
- (β) Η παροχή στη θέση 1 είναι μεγαλύτερη από την παροχή στη θέση 2
- (γ) Η ταχύτητα του νερού στη θέση 1 είναι ίση με την ταχύτητα στη θέση 2
- (δ) Η στατική πίεση στη θέση 1 είναι μικρότερη από την πίεση στη θέση 2.

7. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης,  $\sigma_{b\max}$ , σε δοκό διατομής πλάτους  $b = 50 \text{ mm}$  και ύψους  $h = 120 \text{ mm}$ , όταν η ροπή που ασκείται στη διατομή είναι  $M_b = 10 \text{ kNm}$ .

$b = 50 \text{ mm}$   
 $h = 120 \text{ mm}$   
 $M_b = 10 \text{ kNm}$

$\sigma_{b\max} =$ ;

$$\frac{M_{b\max}}{I} = \frac{\sigma_{b\max}}{y_{\max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max} \cdot y_{\max}}{I}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{50 \cdot 120^3}{12} = 7,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

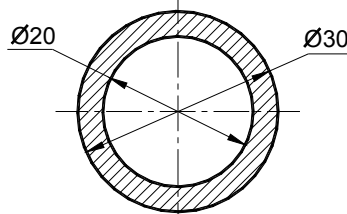
$$\sigma_{b\max} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 60}{7,2 \cdot 10^6} = 83,33 \text{ N/mm}^2$$

8. Να υπολογίσετε την πολική ροπή αδράνειας  $J$  της διατομής του κοίλου άξονα που φαίνεται στο σχήμα 6.

$$D=30 \text{ mm}$$

$$d=20 \text{ mm}$$

$$J=;$$



Σχήμα 6

$$J = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{32} (30^4 - 20^4) = 63781,25 \text{ mm}^4$$

9. Ένα αέριο έχει όγκο  $V_1 = 150 \text{ cm}^3$  υπό πίεση  $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$  και θερμοκρασία  $\theta_1 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ . Να υπολογίσετε τον νέο όγκο του αερίου  $V_2$ , όταν η πίεση του γίνει  $P_2 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$  και η θερμοκρασία του  $\theta_2 = 62 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$V_1 = 150 \text{ cm}^3$$

$$P_1 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$\theta_1 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$P_2 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\theta_2 = 62 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$V_2 = ;$$

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot P_2}$$

$$T_1 = 273 + 22 = 295 \text{ K}$$

$$T_2 = 273 + 62 = 335 \text{ K}$$

$$V_2 = \frac{10^5 \cdot 150 \cdot 335}{295 \cdot 2 \cdot 10^5} = 85,17 \text{ cm}^3$$

10. Σε υδραυλικό κρίκο η πίεση που ασκείται στο έμβολο  $p = 10 \text{ N/mm}^2$ . Αν η δύναμη η οποία προκαλεί την πίεση αυτή  $F = 1000 \text{ N}$ , να υπολογίσετε το εμβαδό  $A$  του εμβόλου.

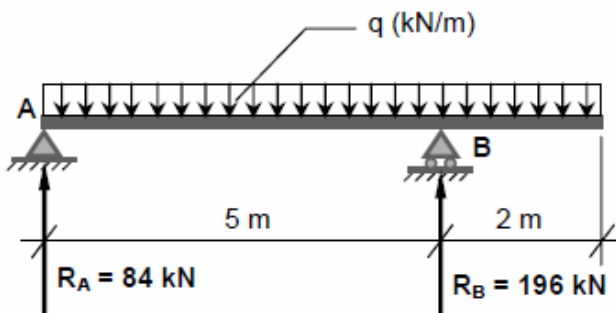
$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow A = \frac{F}{p} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ mm}^2$$

11. Μία εναέρια γραμμή μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, έχει μήκος  $l = 80 \text{ m}$  στους  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ . Να υπολογίσετε την αύξηση του μήκους της  $\Delta l$ , όταν η θερμοκρασία αυξηθεί στους  $65 \text{ }^\circ\text{C}$  και ο συντελεστής γραμμικής διαστολής του υλικού της ηλεκτρικής γραμμής  $\alpha = 23 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta \theta \Rightarrow \Delta l = 23 \cdot 10^{-6} \cdot 80000 \cdot (65 - 15)$$

$$\Rightarrow \Delta l = 92 \text{ mm}$$

12. Να υπολογίσετε το μέγεθος του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου  $q$  (kN/m) που καταπονεί τη δοκό του σχήματος 7.



$$\Sigma F_y = 0$$

$$q \cdot 7 = R_A + R_B$$

$$q \cdot 7 = 84 + 196$$

$$q \cdot 7 = 280$$

$$q = 40 \text{ kN/m}$$

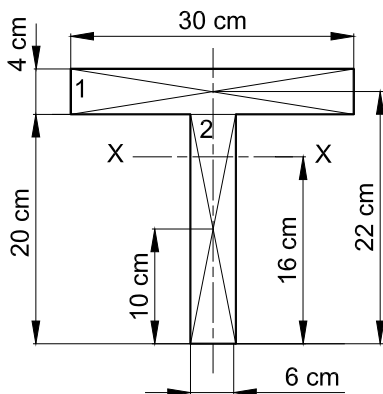
Σχήμα 7

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄**  
**ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

**ΜΕΡΟΣ Β: - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.**

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας  $I$  της πιο κάτω διατομής δοκού, που φαίνεται στο σχήμα 8, ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα  $X - X$ .



$$I_{xx} = I_1 + A_1 \cdot d_1^2 + I_2 + A_2 \cdot d_2^2 \quad A_1 = 30 \cdot 4 = 120 \text{ cm}^2$$

$$I_{xx} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 + \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 \quad A_2 = 6 \cdot 20 = 120 \text{ cm}^2$$

$$I_1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{30 \cdot 4^3}{12} = 160 \text{ cm}^4 \quad d_1 = y_1 - y_0 = 22 - 16 = 6 \text{ cm}$$

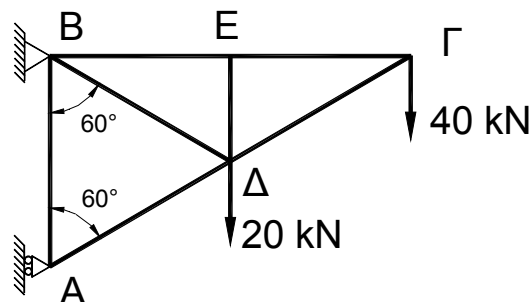
$$I_2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{6 \cdot 20^3}{12} = 4000 \text{ cm}^4 \quad d_2 = y_0 - y_2 = 16 - 10 = 6 \text{ cm}$$

$$I_{xx} = 160 + 120 \cdot 6^2 + 4000 + 120 \cdot 6^2$$

$$I_{xx} = 12800 \text{ cm}^4$$

Σχήμα 8

14. Για το δικτύωμα, που φαίνεται στο σχήμα 9, να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του κόμβου  $\Gamma$ , και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.



Σχήμα 9

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-40 - F_{\Gamma\Delta} \cdot \eta\mu 30 = 0$$

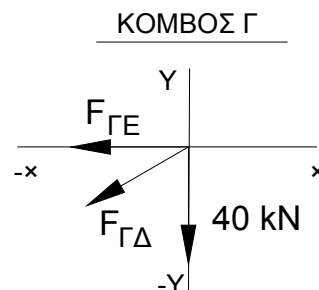
$$F_{\Gamma\Delta} = -80 \text{ kN} \quad (\Theta\text{ΛΙΨΗ})$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_{\Gamma E} - F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 30 = 0$$

$$F_{\Gamma E} = -F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 30 = -(-80) \cdot \sigma\upsilon\nu 30$$

$$F_{\Gamma E} = 69,28 \text{ kN} \quad (\text{ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ})$$



15. Άτρακτος με διάμετρο  $D = 200 \text{ mm}$  περιστρέφεται με  $n = 60 \text{ rpm}$ . Αν η μέγιστη τάση διάτμησης στην άτρακτο είναι  $\tau_{\max} = 80 \text{ N/mm}^2$ , να υπολογίσετε:

- (α) την πολική ροπή αδράνειας  $J$   
 (β) τη μέγιστη ροπή στρέψης  $M_t$   
 (γ) την ισχύ  $P$  που μεταφέρει η άτρακτος.

$D = 200 \text{ mm}$

$n = 60 \text{ rpm}$

$\tau_{\max} = 80 \text{ N/mm}^2$

$J = ;$

$M_t = ;$

$P = ;$

$$\alpha) J = \frac{\pi \cdot D^4}{32} = \frac{\pi \cdot 200^4}{32} = 157 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\beta) \frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G \cdot \vartheta}{\ell} \rightarrow M_t = \frac{\tau_{\max} J}{r} = \frac{80 \cdot 157 \cdot 10^6}{100} = 125,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_t = 125,6 \text{ kNm}$$

$$\gamma) P = M_t \cdot \omega$$

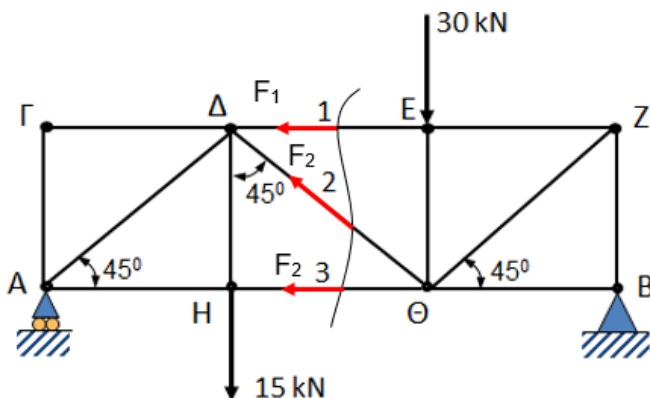
$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 60}{60} = 6,28 \text{ rad / s}$$

$$P = 125,6 \cdot 6,28 = 788,768 \text{ kW}$$

16. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 10, να υπολογίσετε:

- (α) τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του δικτυώματος 1, 2 και 3 με την αναλυτική μέθοδο των τομών και  
 (β) να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.

Δίδεται  $AH = H\Theta = \Theta B = 1\text{m}$



Σχήμα 10

$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \cdot 1 + 30 \cdot 2 - 3R_B = 0 \Rightarrow 3R_B = 15 \cdot 1 + 30 \cdot 2$$

$$R_B = 25 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_\Theta = 0$$

$$-25 \cdot 1 - F_1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow F_1 = -25 \text{ kN} \text{ (Θλίψη)}$$

$$\Sigma M_\Delta = 0$$

$$30 \cdot 1 + F_3 \cdot 1 - 25 \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_3 = 20 \text{ kN} \text{ (Εφελκυσμός)}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$25 - 30 + F_2 \cdot \eta\mu 45 = 0 \Rightarrow F_2 = 7,07 \text{ kN} \text{ (Εφελκυσμός)}$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄  
 ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

**ΜΕΡΟΣ Γ: - Δύο (2) ερωτήσεις.****Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες**

17. Για τη δοκό, που φαίνεται στο σχήμα 11, να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις  $R_A$  και  $R_B$   
 (β) τις τέμνουσες δυνάμεις σε κάθε σημείο της δοκού και να σχεδιάσετε το διάγραμμα τέμνουσών δυνάμεων ( $\Delta T\Delta$ )  
 (γ) τις ροπές κάμψης σε κάθε σημείο της δοκού και να σχεδιάσετε το διάγραμμα των ροπών κάμψης ( $\Delta P\K$ )  
 (δ) τη μέγιστη τάση κάμψης.

(α) Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\Sigma M_A = 0$$

$$10 \cdot 4 \cdot 2 + 20 \cdot 8 - R_B \cdot 10 = 0 \Rightarrow R_B = \frac{80 + 160}{10} = 24 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 10 - 10 \cdot 4 \cdot 8 - 20 \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{320 + 40}{10} = 36 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B - 10 \cdot 4 - 20 = 0$$

$$36 + 24 - 40 - 20 = 0$$

(β) Υπολογισμός τέμνουσών δυνάμεων

$$T_{\Delta(A-\Gamma)} = 36 - 10 \cdot x$$

$$x = 0 \quad 36 - 10 \cdot 0 = 36 \text{ kN}$$

$$x = 4 \quad 36 - 10 \cdot 4 = -4 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta_x} = 0 \quad T_{\Delta_x} = 36 - 10 \cdot x = 0 \Rightarrow 10 \cdot x = 36$$

$$x = 3,6 \text{ m}$$

$$T_{\Delta(\Gamma-\Delta)} = 36 - 40 = -4 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(\Delta-B)} = 36 - 40 - 20 = -24 \text{ kN}$$

(γ) Υπολογισμός ροπών κάμψης

$$PK_{(A-\Gamma)} = 36 \cdot x - 10x \cdot \frac{x}{2} = 36 \cdot x - 5x^2$$

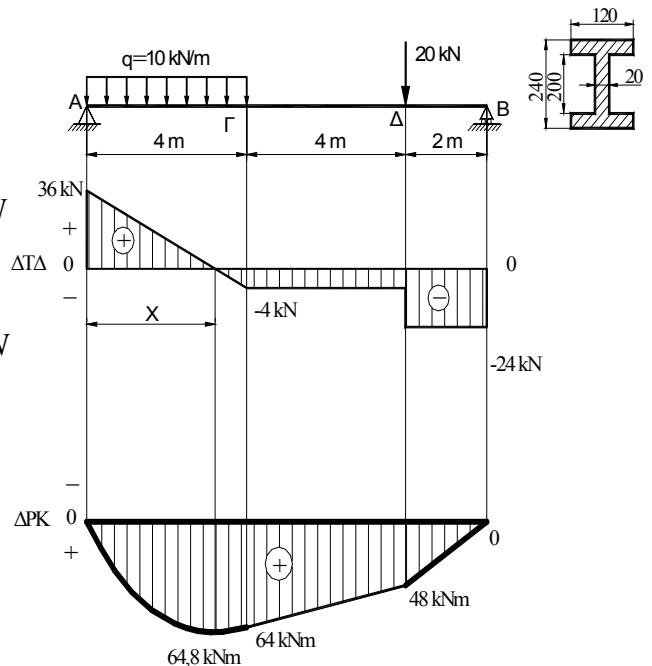
$$x = 0 \Rightarrow PK_A = 0$$

$$x = 3,6 \text{ m} \Rightarrow PK_x = 36 \cdot 3,6 - 5 \cdot 3,6^2 = 64,8 \text{ kNm}$$

$$x = 4 \text{ m} \Rightarrow PK_\Gamma = 36 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 64 \text{ kNm}$$

$$PK_\Delta = 36 \cdot 8 - 10 \cdot 4 \cdot 6 = 48 \text{ kNm}$$

$$PK_B = 0$$



$$(δ) \frac{M_{b\max}}{I} = \frac{\sigma_{b\max}}{y_{\max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max} \cdot y_{\max}}{I}$$

$$M_{b\max} = 64,8 \text{ kNm}$$

$$M_{b\max} = 64,8 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$y_{\max} = 120 \text{ mm}$$

$$I = I_1 - 2I_2 = \frac{120 \cdot 240^3}{12} - 2 \frac{50 \cdot 200^3}{12} = 71,573 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{64,8 \cdot 10^6 \cdot 120}{71,573 \cdot 10^6} = 108,64 \text{ N / mm}^2$$

18. Σε ελαφρό άξονα τοποθετείται χαλύβδινος δίσκος διαμέτρου  $d = 0,3 \text{ m}$  και μάζας  $m = 60 \text{ kg}$ .  
Να υπολογίσετε:

(α) Τη ροπή αδράνειας του δίσκου  $I$

(β) Τη ροπή στρέψης  $M_t$  που χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτό για να επιταχυνθεί και για περιστραφεί από  $n_1 = 60 \text{ rpm}$  σε  $n_2 = 300 \text{ rpm}$  σε χρόνο  $t = 4 \text{ s}$ , αν η ροπή στρέψης λόγω τριβής είναι  $M_{\text{tfr}} = 2 \text{ Nm}$

(γ) το χρόνο  $t$  που χρειάζεται για να σταματήσουν να περιστρέφονται ο άξονας και ο δίσκος αν η ροπή στρέψης  $M_t$  σταματήσει να ενεργεί.

$$\begin{array}{l} d = 0,3 \text{ m} \\ m = 60 \text{ kg} \\ n_1 = 60 \text{ rpm} \\ n_2 = 300 \text{ rpm} \\ t = 4 \text{ s} \\ M_{\text{tfr}} = 2 \text{ Nm} \\ I = ; \\ M_t = ; \\ t = ; \end{array}$$

(α)

$$I = \frac{m \cdot d^2}{8} = \frac{60 \cdot 0,3^2}{8} = 0,675 \text{ kgm}^2$$

$$(β) \quad \omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = \frac{2\pi \cdot 60}{60} = 6,28 \text{ rad / s}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi \cdot n_2}{60} = \frac{2\pi \cdot 300}{60} = 31,4 \text{ rad / s}$$

$$\omega_1 = 6,28 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 31,4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$$

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{31,4 - 6,28}{4} = 6,28 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha = 0,675 \cdot 6,28 = 4,239 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M = M_t - M_{\text{tfr}} = 4,239$$

$$M_t = 4,239 + 2 = 6,239 \text{ Nm}$$

$$(γ) \quad \omega_1 = 31,4 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 0$$

$$M_{\text{tfr}} = I \cdot a \Rightarrow a = \frac{M_{\text{tfr}}}{I} = \frac{2}{0,675} = 2,963 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha t \quad t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} = \frac{31,4}{2,963} = 10,6 \text{ s}$$

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**