

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2019

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ (50)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 23/05/2019

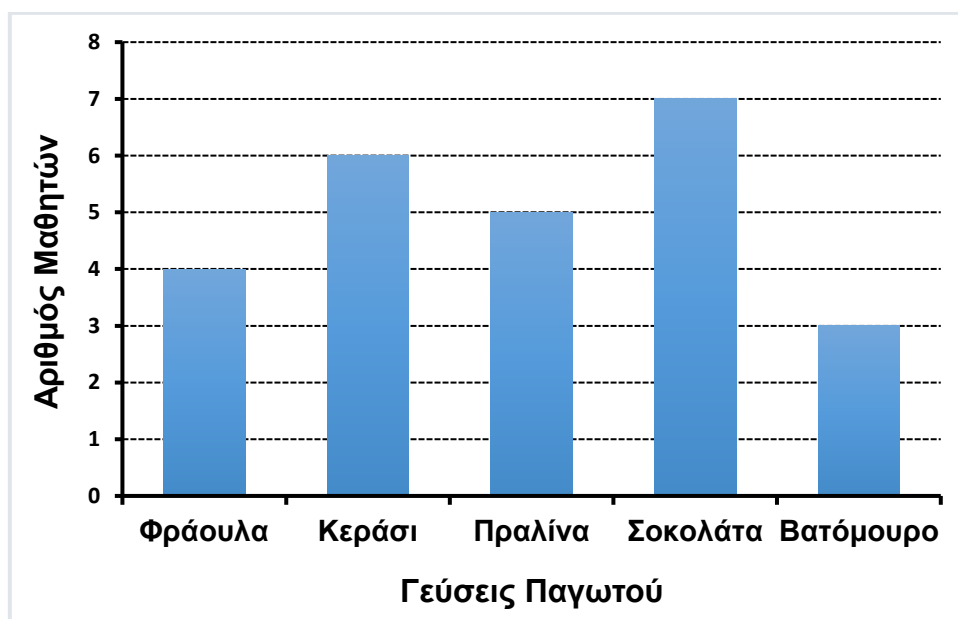
8:00 – 11:00

Προτεινόμενες Λύσεις

**ΜΕΡΟΣ Α΄** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Ρωτήσαμε τους μαθητές ενός τμήματος ποια γεύση παγωτού προτιμούν. Οι προτιμήσεις των μαθητών φαίνονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



Να υπολογίσετε:

(α) πόσοι μαθητές ρωτήθηκαν

(3 μονάδες)

(β) πόσοι μαθητές προτιμούν γεύση φρούτων.

(2 μονάδες)

Λύση:

(α)  $4 + 6 + 5 + 7 + 3 = 25$

(β)  $4 + 6 + 3 = 13$

2. Σε ένα διαγωνισμό μαγειρικής, ένας διαγωνιζόμενος πήρε από τους έξι κριτές τις πιο κάτω βαθμολογίες:

8, 6, 7, 7, 9, 5

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της βαθμολογίας που πήρε ο διαγωνιζόμενος.

**Λύση:**

$$\bar{x} = \frac{8 + 6 + 7 + 7 + 9 + 5}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

3. Να υπολογίσετε τον όγκο ορθού τετραγωνικού πρίσματος με πλευρά βάσης  $4cm$  και ύψος  $8cm$ .

**Λύση:**

$$V = E_{\beta} \cdot v$$

$$V = 16 \cdot 8 = 128cm^3$$

4. Μια εταιρεία πώλησης κινητών τηλεφώνων έχει σε προσφορά το τελευταίο της μοντέλο. Η αρχική τιμή πώλησης του κινητού είναι €950 και το πουλάει με έκπτωση 20%. Να υπολογίσετε την τελική τιμή πώλησής του.

**Λύση:**

$$\frac{20}{100} \cdot 950 = 190$$

$$950 - 190 = 760$$

Τιμή πώλησης: €760

5. Ο όγκος ενός κύβου είναι  $1000cm^3$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

**Λύση:**

$$V = 1000 \Rightarrow \alpha^3 = 1000 \Rightarrow \alpha = 10cm$$

$$E_{ολ} = 6\alpha^2 \Rightarrow E_{ολ} = 6 \cdot 10^2 \Rightarrow E_{ολ} = 600cm^2$$

6. Το φράγμα Κούρη έχει χωρητικότητα 115 εκατομμύρια κυβικά μέτρα. Αν σήμερα η ποσότητα του νερού στο φράγμα ανέρχεται στα 92 εκατομμύρια κυβικά μέτρα, να υπολογίσετε το ποσοστό (%) πληρότητας του φράγματος.

**Λύση:**

$$\frac{92}{115} \cdot 100 = 80\%$$

7. Θέλουμε να κατασκευάσουμε μια κωνική σκηνή η οποία να έχει όγκο  $25\pi \text{ m}^3$ . Το ύψος της σκηνής θα είναι  $3\text{m}$ . Να υπολογίσετε τη διάμετρο της βάσης της σκηνής.

**Λύση:**

$$V = 25\pi \text{ m}^3$$

$$\frac{\pi R^2 v}{3} = 25\pi \Rightarrow \frac{\pi R^2 \cdot 3}{3} = 25\pi \Rightarrow R^2 = 25 \Rightarrow R = 5\text{m}$$

$$\text{Διάμετρος: } 2 \cdot 5 = 10\text{m}$$

8. Για να κατασκευάσουμε έναν τοίχο χρησιμοποιούμε τούβλα με διαστάσεις  $20\text{cm}$  μήκος,  $8\text{cm}$  πλάτος και  $10\text{cm}$  ύψος. Ο τοίχος θα έχει μήκος  $300\text{cm}$ , ύψος  $240\text{cm}$  και πλάτος  $16\text{cm}$ . Να υπολογίσετε πόσα τούβλα θα χρησιμοποιήσουμε, αν τα τούβλα που έχουμε στη διάθεσή μας εφαρμόζουν ακριβώς.

**Λύση:**

$$V_{\text{τούβλου}} = 20 \cdot 8 \cdot 10 = 1600\text{cm}^3$$

$$V_{\text{τοιχου}} = 300 \cdot 16 \cdot 240 = 1152000\text{cm}^3$$

$$\text{Αριθμός Τούβλων} = \frac{1152000}{1600} = 720$$

9. Η μέση τιμή πέντε αριθμών είναι 18. Αν εξαιρέσουμε έναν από τους αριθμούς αυτούς η μέση τιμή των υπολοίπων τεσσάρων είναι 16. Να βρείτε τον αριθμό που εξαιρέσαμε.

**Λύση:**

$$\bar{x} = \frac{\Sigma_5}{5} \Rightarrow \Sigma_5 = 18 \cdot 5 = 90$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma_4}{4} \Rightarrow \Sigma_4 = 16 \cdot 4 = 64$$

$$90 - 64 = 26, \quad \text{Ο αριθμός είναι το } 26.$$

10. Μια εταιρεία κατασκευάζει κλειστά κυλινδρικά δοχεία τα οποία έχουν ύψος  $12\text{cm}$  και ακτίνα βάσης  $3\text{cm}$ . Το κόστος κατασκευής της βάσης είναι  $0,3$  σεντ το τετραγωνικό εκατοστό και το κόστος κατασκευής της κυρτής επιφάνειας είναι  $0,2$  σεντ το τετραγωνικό εκατοστό. Να υπολογίσετε το κόστος κατασκευής  $1000$  κυλινδρικών δοχείων.

**Λύση:**

$$E_{\kappa} = 2\pi Rv = 2\pi \cdot 3 \cdot 12 = 72\pi = 226,08\text{cm}^2$$

$$E_{\beta} = \pi R^2 = 9\pi\text{cm}^2 = 28,26\text{cm}^2$$

$$\text{Κόστος} = 226,08 \cdot 0,2 + 2 \cdot 28,26 \cdot 0,3 = 45,216 + 16,956 = 62,172 \text{ σέντ}$$

$$\text{Συνολικό Κόστος} = 1000 \cdot 62,172 = 62172 \text{ σέντ}$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

**ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.**

**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Σε μια έρευνα που αφορούσε την κατανάλωση βενζίνης διαφόρων μοντέλων αυτοκινήτων, μελετήσαμε πόσα χιλιόμετρα διανύει ένα αυτοκίνητο ανά λίτρο βενζίνης. Μετρήσαμε την κατανάλωση 100 αυτοκινήτων και οι παρατηρήσεις οι οποίες καταγράφηκαν φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα.

Χιλιόμετρα ( $x_i$ )	6	8	10	12	14	16
Αριθμός αυτοκινήτων ( $f_i$ )	27	22	10	16	15	10

Να υπολογίσετε:

- (α) την επικρατούσα τιμή των πιο πάνω παρατηρήσεων **(2 μονάδες)**  
(β) τη μέση τιμή των πιο πάνω παρατηρήσεων **(3 μονάδες)**  
(γ) την τυπική απόκλιση των πιο πάνω παρατηρήσεων  
(με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων) **(3 μονάδες)**  
(δ) το ποσοστό επί τοις εκατόν των αυτοκινήτων τα οποία διένυσαν λιγότερο από 10 χιλιόμετρα ανά λίτρο. **(2 μονάδες)**

**Λύση:**

$x_i$	$f_i$	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
6	27	162	16	432
8	22	176	4	88
10	10	100	0	0
12	16	192	4	64
14	15	210	16	240
16	10	160	36	360
	$\sum f_i = 100$	$\sum x_i f_i = 1000$		$\sum f_i(x_i - \bar{x})^2 = 1184$

(α)  $x_\varepsilon = 6$

(β)  $\bar{x} = \frac{1000}{100} = 10$

(γ)  $s = \sqrt{\frac{1184}{100}} \approx 3,44$

(δ)  $\frac{49}{100} \cdot 100 = 49\%$

2. Μια υπεραγορά διαθέτει το ίδιο απορρυπαντικό σε δύο διαφορετικές προσφορές.

Προσφορά Α	Προσφορά Β
Συσκευασία: 2,5 κιλά Τιμή συσκευασίας: €8,50 Επιπλέον έκπτωση 10%	Συσκευασία: 5 κιλά+20% επιπλέον προϊόν Τιμή συσκευασίας: €17,40

Ποια από τις δύο προσφορές είναι η πιο συμφέρουσα;

**Λύση:**

ΠΡΟΣΦΟΡΑ Α	ΠΡΟΣΦΟΡΑ Β
$\frac{10}{100} \cdot 8,5 = €0,85$ $8,5 - 0,85 = €7,65$ $\frac{7,65}{2,5} = 3,06$	$\frac{20}{100} \cdot 5 = 1 \text{ kg}$ $5 + 1 = 6 \text{ kg}$ $\frac{17,40}{6} = 2,9$

Η προσφορά Β είναι η πιο συμφέρουσα.

3. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος  $13\text{cm}$  και πλευρά βάσης  $10\text{cm}$ . Να υπολογίσετε:
- (α) το ύψος της πυραμίδας
  - (β) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας
  - (γ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας
  - (δ) τον όγκο της πυραμίδας.

**Λύση:**

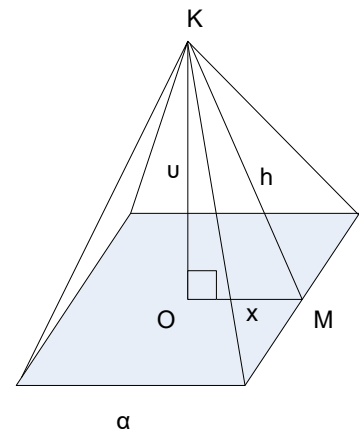
$$h = 13\text{cm}, a = 10\text{cm}$$

(α) Από Πυθαγόρειο  $v = 12\text{cm}$

$$(\beta) E_{\Pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} h = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 13 = 260\text{cm}^2$$

$$(\gamma) E_{ολ} = E_{\pi} + E_{\beta} \Rightarrow E_{ολ} = 260 + 100 = 360\text{cm}^2$$

$$(\delta) V = \frac{1}{3} E_{\beta} \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 12 = 400\text{cm}^3$$



4. Σε μια δημοσκόπηση για τις επικείμενες ευρωεκλογές ρωτήθηκαν 230 ψηφοφόροι, για τις προτιμήσεις τους για τους υποψήφιους ευρωβουλευτές Α, Β, Γ και Δ. Τα αποτελέσματα της δημοσκόπησης παρουσιάζονται σε ένα κυκλικό διάγραμμα και έχουμε ότι:
- το 30% των ερωτηθέντων ψηφοφόρων επέλεξε τον υποψήφιο Α
  - η γωνία του κυκλικού διαγράμματος η οποία αντιστοιχεί στον υποψήφιο Β είναι  $144^\circ$
  - τον υποψήφιο Γ τον επέλεξαν στις προτιμήσεις τους διπλάσιος αριθμός ερωτηθέντων από ότι τον υποψήφιο Δ.

Να υπολογίσετε πόσοι από τους ερωτηθέντες δήλωσαν ότι θα επιλέξουν τον κάθε υποψήφιο και να κατασκευάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

**Λύση:**

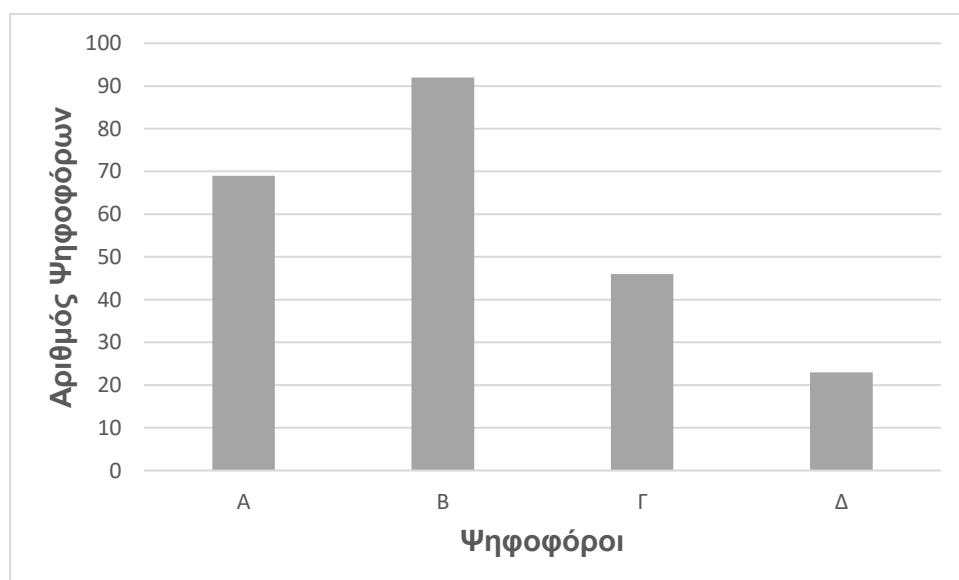
i.  $\frac{30}{100} \cdot 230 = 69$

ii.  $\frac{144}{360} \cdot 230 = 92$

iii.  $\Delta = x, \Gamma = 2x$

$$2x + x + 69 + 92 = 230 \Rightarrow 3x = 69 \Rightarrow x = 23$$

$$\Gamma = 46, \Delta = 23$$





5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο με  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$  και  $A\Gamma = 10\text{cm}$ . Η ευθεία  $(xy)$  απέχει  $2\text{cm}$  από την κορυφή  $A$  και είναι παράλληλη με την πλευρά  $B\Gamma$  του τριγώνου. Το τρίγωνο περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $(xy)$ . Να υπολογίσετε:

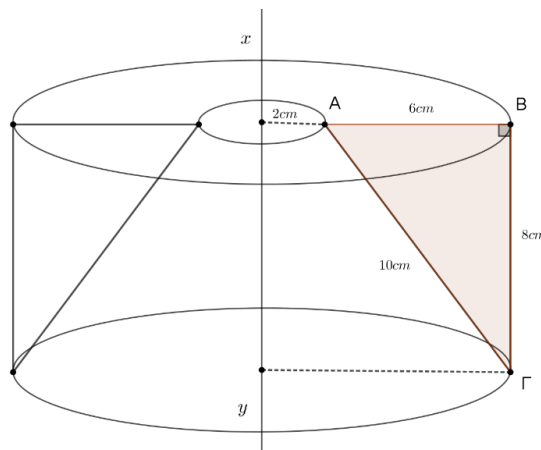
(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται

(6 μονάδες)

(β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.

(4 μονάδες)

**Λύση:**



Στοιχεία κυλίνδρου:

$$R = 8\text{cm}$$

$$v = 8\text{cm}$$

Στοιχεία κόλουρου κώνου:

$$R = 8\text{cm}$$

$$\rho = 2\text{cm}$$

$$v = 8\text{cm}$$

$$\lambda = 10\text{cm}$$

Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$\text{Από Πυθαγόρειο } B\Gamma = 8\text{cm}$$

$$E_{\text{στερεού}} = E_{\text{κ.κυλ}} + E_{\text{κ.κολ.κων}} + (E_{\beta.\text{κυλ}} - E_{B.\text{κολ.κων}})$$

$$E_{\text{στερεού}} = 2\pi Rv + \pi(R + \rho)\lambda + (\pi R^2 - \pi \rho^2)$$

$$E_{\text{στερεού}} = 2\pi 8 \cdot 8 + \pi(8 + 2) \cdot 10 + (\pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 2^2)$$

$$E_{\text{στερεού}} = 128\pi + 100\pi + 60\pi = 288\pi\text{cm}^2$$

$$V_{\text{στερεού}} = V_{\text{κυλ}} - V_{\text{κολ.κων}} = \pi R^2 \cdot v - \frac{\pi \cdot v}{3}(R^2 + R \cdot \rho + \rho^2) = \pi 8^2 \cdot 8 - \frac{\pi \cdot 8}{3}(8^2 + 8 \cdot 2 + 2^2)$$

$$V_{\text{στερεού}} = 512\pi - 224\pi = 288\pi\text{cm}^3$$

----- ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ -----