

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΚΑΙ  
ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**20 25 - 20 26**

**Α' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ**

**ΣΕΙΡΑ Α'**

**ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ**

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Παρασκευή, 22 Μαΐου 2026**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΤΕΜ2 - Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη Ι**

**ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thmgmo102**

**ΛΥΣΕΙΣ**

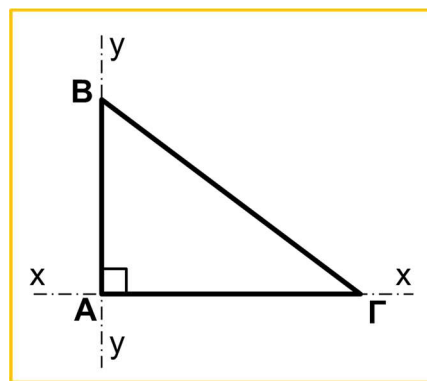
**ΜΕΡΟΣ Α':** Αποτελείται από οκτώ (8) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 4 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

1. Στο Σχήμα 1, φαίνεται τριγωνική επιφάνεια με πλευρές  $AB = 90 \text{ mm}$ ,  $B\Gamma = 120 \text{ mm}$  και  $\Gamma A = 150 \text{ mm}$ . Το κεντροειδές 'G' της επιφάνειας βρίσκεται σε απόσταση από τον άξονα X-X, ίση με:

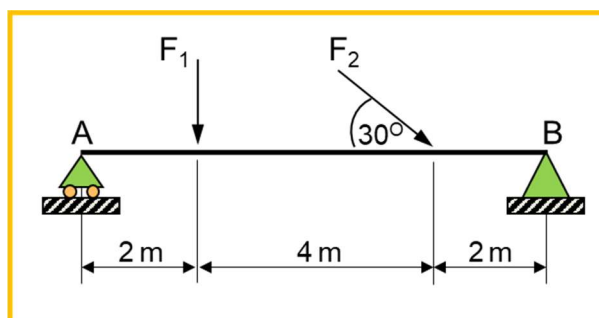
- (α) 30 mm  
(β) 40 mm  
(γ) 50 mm  
(δ) 60 mm.



Σχήμα 1

2. Στο Σχήμα 2, φαίνεται αμφιέριστη δοκός η οποία ισορροπεί,  $\Sigma F_x = 0$  και  $\Sigma F_y = 0$ , όταν ασκούνται σε αυτή τα εξωτερικά φορτία  $F_1$  και  $F_2$ . Το αλγεβρικό άθροισμα των αντιδράσεων και των εξωτερικών φορτίων που ενεργούν στη δοκό ως προς τον άξονα x-x, εκφράζεται από την σχέση:

- (α)  $(F_2 \cdot \eta\mu 30^\circ) - R_{Bx} = 0$   
(β)  $(F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ) - R_{Bx} = 0$   
(γ)  $(F_2 \cdot \eta\mu 30^\circ) - R_{Ax} = 0$   
(δ)  $(F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ) - R_{Ax} = 0$ .



Σχήμα 2

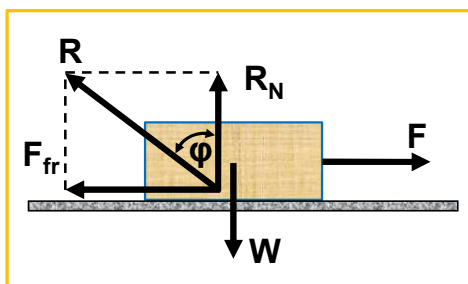
3. Στο Σχήμα 3, φαίνεται σώμα βάρους  $W$  το οποίο είναι τοποθετημένο σε επίπεδη επιφάνεια. Όταν στο σώμα ασκηθεί δύναμη  $F$  και αυτό αρχίζει να ολισθαίνει, παρουσιάζεται γωνία τριβής  $\varphi$ . Η σχέση μεταξύ της γωνίας τριβής  $\varphi$  και του συντελεστή τριβής  $\mu$ , εκφράζεται από τη σχέση:

(α) Γωνία  $\varphi = \mu$

(β)  $\eta\mu\varphi = \mu$

(γ)  **$\epsilon\varphi\varphi = \mu$**

(δ)  $\sigma\upsilon\upsilon\varphi = \mu$ .



Σχήμα 3

4.  $10 \text{ N/m}^2$  είναι ίσα με:

(α)  **$10^{-5} \text{ N/mm}^2$**

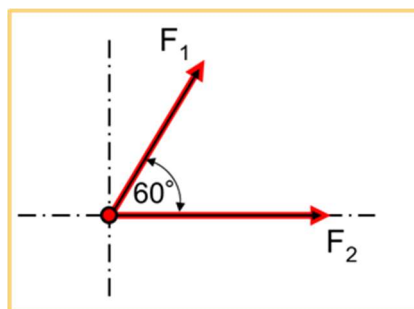
(β)  $10^{-6} \text{ N/mm}^2$

(γ)  $10^6 \text{ N/mm}^2$

(δ)  $10^7 \text{ N/mm}^2$ .

5. Στο Σχήμα 4, φαίνονται δύο δυνάμεις με κοινό σημείο εφαρμογής που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία ίση με  $60^\circ$ . Το μέτρο των δυνάμεων αυτών είναι  $F_1 = 250 \text{ N}$  και  $F_2 = 300 \text{ N}$ . Εφαρμόζοντας το νόμο (κανόνα) των συνημίτονων, να προσδιορίσετε τη διεύθυνση της συνισταμένης ( $R$ ) των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$ .

*Η διεύθυνση προσδιορίζεται από τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της συνισταμένης δύναμης ( $R$ ) και του οριζόντιου επιπέδου.*

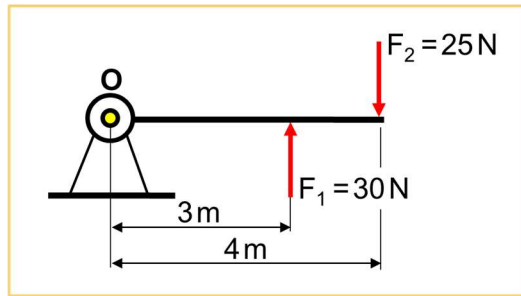


Σχήμα 4

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1 \cdot \eta\mu\varphi}{F_2 + F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{F_1 \cdot \eta\mu 60^\circ}{F_2 + F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ} \Rightarrow$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{250 \cdot 0,866}{300 + 250 \cdot 0,5} = 0,509 \Rightarrow \theta = 27^\circ$$

6. Στο Σχήμα 5, φαίνεται ράβδος η οποία μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από το σημείο O. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1 = 30 \text{ N}$  και  $F_2 = 25 \text{ N}$  σε απόσταση 3 m και 4 m αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τη συνισταμένη ροπή δύναμης που ασκείται στη ράβδο, κατά μέτρο και φορά (δεξιόστροφη ή αριστερόστροφη).



Σχήμα 5

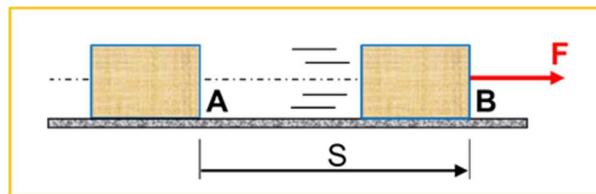
$$\sum M_A = -F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\sum M_A = -30 \cdot 3 + 25 \cdot 4 = 10 \text{ Nm} \Rightarrow$$

$$\sum M_A = 10 \text{ Nm}$$

(Με δεξιόστροφη φορά)

7. Στο Σχήμα 6, φαίνεται στερεό σώμα στο οποίο ασκείται δύναμη  $F = 20 \text{ kN}$  και αυτό μετακινείται με σταθερή ταχύτητα από τη θέση A στη θέση B, σε χρόνο 1 λεπτό. Αν η παραγόμενη ισχύς κατά τη μετακίνηση του σώματος είναι 5 kW, να υπολογίσετε την απόσταση S μεταξύ A και B, που μετακινήθηκε το σώμα.

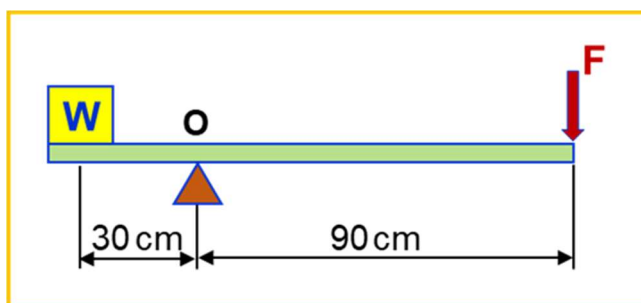


Σχήμα 6

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t = 5000 \cdot 60 \Rightarrow W = 300 \text{ kJ}$$

$$W = F \cdot S \Rightarrow S = \frac{W}{F} = \frac{300 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} = 15 \text{ m}$$

8. Στο Σχήμα 7, φαίνεται σύστημα μοχλού το οποίο ισορροπεί όταν σε αυτό τοποθετείται σώμα βάρους  $W = 1,5 \text{ kN}$  σε απόσταση  $30 \text{ cm}$  από το υπομόχλιο και στην αντίθετη μεριά ασκείται δύναμη  $F$  σε απόσταση  $90 \text{ cm}$  από το υπομόχλιο. Να υπολογίσετε το Μηχανικό Πλεονέκτημα του συστήματος.



Σχήμα 7

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F \cdot 0,9 - W \cdot 0,3 = 0 \Rightarrow$$

$$F \cdot 0,9 = W \cdot 0,3 \Rightarrow F = \frac{W \cdot 0,3}{0,9} = \frac{1500 \cdot 0,3}{0,9} \Rightarrow F = 500 \text{ N}$$

$$M. \Pi. = \frac{W}{F} = \frac{1500}{500} \Rightarrow M. \Pi. = 3$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

**ΜΕΡΟΣ Β':** Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

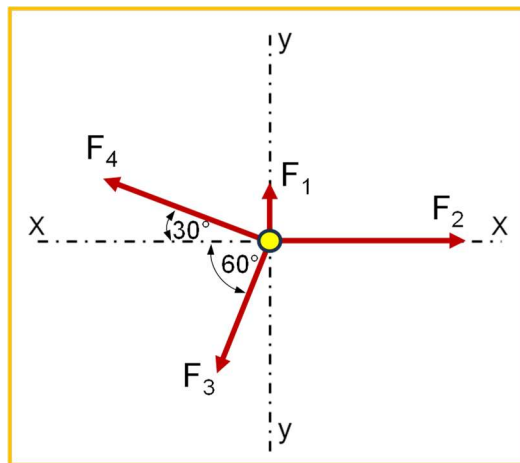
9. Στο Σχήμα 8, φαίνεται υλικό σημείο να ισορροπεί όταν σε αυτό ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1, F_2, F_3$  και  $F_4$ . Αν οι δυνάμεις  $F_3 = 250 \text{ N}$  και  $F_4 = 300 \text{ N}$ , εφαρμόζοντας την αναλυτική μέθοδο, να υπολογίσετε το μέτρο:

(α) της δύναμης  $F_1$  και

Μονάδες (5)

(β) της δύναμης  $F_2$ .

Μονάδες (5)



Σχήμα 8

$$(\alpha) \sum F_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_{4y} - F_{3y} = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 = F_{3y} - F_{4y} = F_3 \cdot \eta\mu 60^\circ - F_4 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$$

$$F_1 = 250 \cdot 0,866 - 300 \cdot 0,5 \Rightarrow F_1 = 66,5 \text{ N}$$

$$(\beta) \sum F_x = 0 \Rightarrow F_2 - F_{3x} - F_{4x} = 0 \Rightarrow$$

$$F_2 = F_{3x} + F_{4x} = F_3 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ + F_4 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$$

$$F_2 = 250 \cdot 0,5 + 300 \cdot 0,866 \Rightarrow F_2 = 384,8 \text{ N}$$

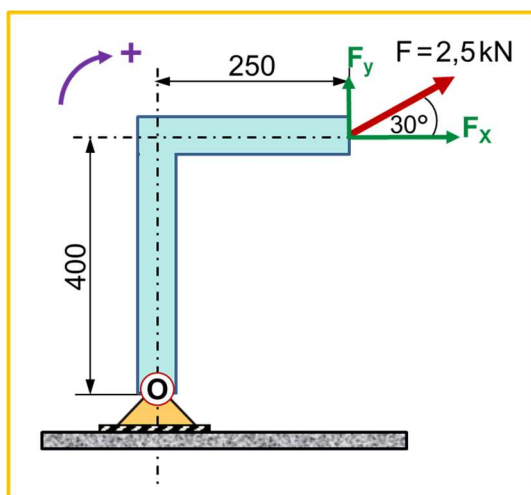
10. Στο Σχήμα 9, φαίνεται μηχανολογική κατασκευή στην οποία ασκείται δύναμη  $F = 2,5 \text{ kN}$ , η οποία προκαλεί ροπή ως προς το σημείο στήριξης (O) της κατασκευής. Το βάρος της κατασκευής θεωρείται αμελητέο και όλες οι διαστάσεις δίνονται σε (mm). Ζητείται να:

(α) υπολογίσετε το μέτρο της ροπής και

Μονάδες (8)

(β) προσδιορίσετε τη φορά της ροπής.

Μονάδες (2)



Σχήμα 9

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 2500 \cdot 0,866 \Rightarrow F_x = 2165 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu 30^\circ = 2500 \cdot 0,5 \Rightarrow F_y = 1250 \text{ N}$$

$$(\alpha) \sum M_O = F_x \cdot 0,4 - F_y \cdot 0,25 = 2165 \cdot 0,4 - 1250 \cdot 0,25 = 553,5 \text{ Nm}$$

$$(\beta) \sum M_O = 553,5 \text{ Nm}$$

(Με δεξιόστροφη φορά)

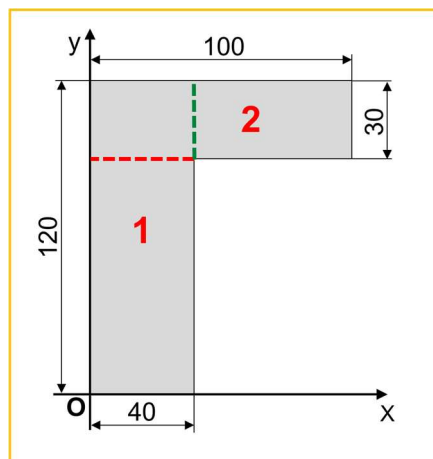
11. Στο Σχήμα 10, φαίνεται σύνθετη επιφάνεια όπου όλες οι διαστάσεις δίνονται σε (mm). Ζητείται να προσδιορίσετε το κεντροειδές της σύνθετης επιφάνειας ως προς τον:

(α) άξονα X και

Μονάδες (5)

(β) άξονα y.

Μονάδες (5)



Σχήμα 10

**ΛΥΣΗ 1:**  $A_1 = 40 \cdot 90 \Rightarrow A_1 = 3600 \text{ mm}^2$   $A_2 = 100 \cdot 30 \Rightarrow A_2 = 3000 \text{ mm}^2$

$A_{O\Lambda} = A_1 + A_2 = 3600 + 3000 \Rightarrow A_{O\Lambda} = 6600 \text{ mm}^2$

$G_1: (20 \text{ mm}, 45 \text{ mm})$   $G_2: (50 \text{ mm}, 105 \text{ mm})$

(α)  $X_o = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2}{A_{O\Lambda}} = \frac{3600 \cdot 20 + 3000 \cdot 50}{6600} \Rightarrow X_o = 33,6 \text{ mm}$

(β)  $y_o = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_{O\Lambda}} = \frac{3600 \cdot 45 + 3000 \cdot 105}{6600} \Rightarrow y_o = 72,3 \text{ mm}$

$G: (33,6 \text{ mm}, 72,3 \text{ mm})$

**ΛΥΣΗ 2:**  $A_1 = 40 \cdot 120 \Rightarrow A_1 = 4800 \text{ mm}^2$   $A_2 = 60 \cdot 30 \Rightarrow A_2 = 1800 \text{ mm}^2$

$A_{O\Lambda} = A_1 + A_2 = 4800 + 1800 \Rightarrow A_{O\Lambda} = 6600 \text{ mm}^2$

$G_1: (20 \text{ mm}, 60 \text{ mm})$   $G_2: (70 \text{ mm}, 105 \text{ mm})$

(α)  $X_o = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2}{A_{O\Lambda}} = \frac{4800 \cdot 20 + 1800 \cdot 70}{6600} \Rightarrow X_o = 33,6 \text{ mm}$

(β)  $y_o = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_{O\Lambda}} = \frac{4800 \cdot 60 + 1800 \cdot 105}{6600} \Rightarrow y_o = 72,3 \text{ mm}$

$G: (33,6 \text{ mm}, 72,3 \text{ mm})$

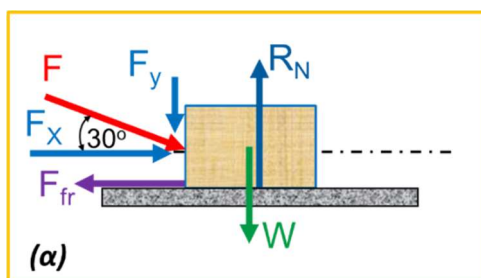
12. Στο Σχήμα 11, φαίνεται σώμα βάρους  $W = 400 \text{ N}$  το οποίο βρίσκεται σε ηρεμία πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Για να αρχίσει το σώμα να ολισθαίνει ασκείται πάνω του δύναμη  $F$  υπό γωνία  $30^\circ$ . Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου είναι  $\mu = 0,2$ . Ζητείται να:

(α) σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δρουν πάνω στο σώμα και

Μονάδες (2)

(β) υπολογίσετε τη δύναμη  $F$ .

Μονάδες (8)



Σχήμα 11

$$(\beta) F_{fr} = \mu \cdot R_N \quad [1]$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{fr} + F_x = 0 \Rightarrow F_{fr} = F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \quad [2]$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_N - F_y - W = 0 \Rightarrow R_N = W + F_y = W + F \cdot \eta\mu 30^\circ \quad [3]$$

$$[2] \& [3] \rightarrow [1] \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \mu \cdot (W + F \cdot \eta\mu 30^\circ) \Rightarrow$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \mu \cdot W + \mu \cdot F \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ - \mu \cdot F \cdot \eta\mu 30^\circ = \mu \cdot W \Rightarrow$$

$$F \cdot (\sigma\upsilon\nu 30^\circ - \mu \cdot \eta\mu 30^\circ) = \mu \cdot W \Rightarrow$$

$$F = \frac{\mu \cdot W}{\sigma\upsilon\nu 30^\circ - \mu \cdot \eta\mu 30^\circ} = \frac{0,2 \cdot 400}{0,866 - 0,2 \cdot 0,5} \Rightarrow F = 104,4 \text{ N}$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄**  
**ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

**ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από δύο (2) ερωτήσεις.**

**Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.**

13. Στο Σχήμα 12, φαίνεται υλικό σημείο στο οποίο δρουν οι δυνάμεις  $F_1 = 350 \text{ N}$ ,  $F_2 = 500 \text{ N}$  και  $F_3 = 600 \text{ N}$ . Ζητείται να προσδιορίσετε τη συνισταμένη δύναμη  $R$  κατά:

(α) μέτρο, εφαρμόζοντας μόνο την αναλυτική μέθοδο υπολογισμού,

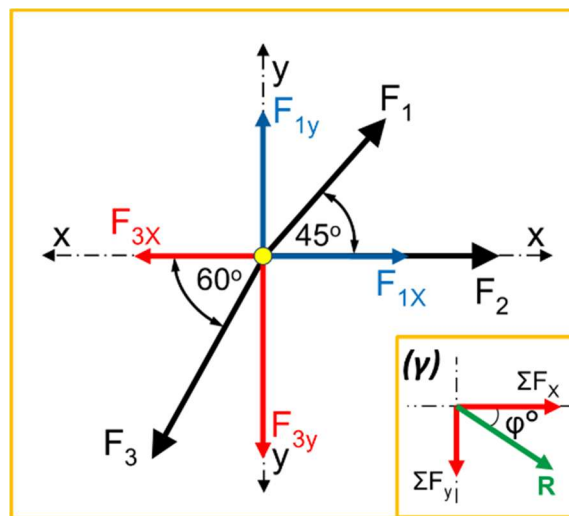
Μονάδες (6)

(β) διεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της συνισταμένης δύναμης ( $R$ ) και του άξονα  $x - x$  και

Μονάδες (2)

(γ) φορά, σχεδιάζοντας τη φορά της συνισταμένης δύναμης  $R$ .

Μονάδες (2)



Σχήμα 12

$$(\alpha) \sum F_x = F_{1x} + F_2 - F_{3x} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ + F_2 - F_3 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ \Rightarrow$$

$$\sum F_x = 350 \cdot 0,707 + 500 - 600 \cdot 0,5 \Rightarrow \sum F_x = 447,5 \text{ N}$$

$$\sum F_y = F_{1y} - F_{3y} = F_1 \cdot \eta\mu 45^\circ - F_3 \cdot \eta\mu 60^\circ \Rightarrow$$

$$\sum F_y = 350 \cdot 0,707 - 600 \cdot 0,866 \Rightarrow \sum F_y = -272,2 \text{ N}$$

$$R^2 = \sum F_x^2 + \sum F_y^2 \Rightarrow R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2} = \sqrt{447,5^2 + 272,2^2} \Rightarrow R = 523,8 \text{ N}$$

$$(\beta) \epsilon\phi\phi^\circ = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{272,2}{447,5} \Rightarrow \epsilon\phi\phi^\circ = 0,61 \Rightarrow \phi = 31,3^\circ$$

14. Στο Σχήμα 13, σε αμφιπροέχουσα δοκό δρουν οι δυνάμεις  $F_1 = 20 \text{ kN}$  και  $F_2 = 60 \text{ kN}$ , κάθετα στη δοκό και η  $F_3 = 40 \text{ kN}$  υπό γωνία  $45^\circ$ . Ζητείται να:

(α) σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στα στηρίγματα (A) και (B) της δοκού,

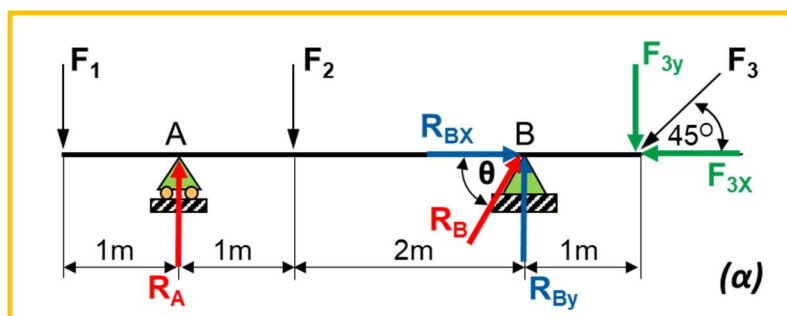
Μονάδες (2)

(β) υπολογίσετε το μέγεθος και τη διεύθυνση της συνισταμένης των αντιδράσεων, στο στήριγμα (A) της δοκού και

Μονάδες (2)

(γ) υπολογίσετε το μέγεθος και τη διεύθυνση της συνισταμένης των αντιδράσεων, στο στήριγμα (B) της δοκού.

Μονάδες (6)



Σχήμα 13

$$F_{3x} = F_3 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 40 \cdot 0,707 \Rightarrow F_{3x} = 28,28 \text{ kN}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \eta\mu 45^\circ = 40 \cdot 0,707 \Rightarrow F_{3y} = 28,28 \text{ kN}$$

$$(\beta) \sum M_B = 0 \Rightarrow -F_1 \cdot 4 + R_A \cdot 3 - F_2 \cdot 2 + F_{3y} \cdot 1 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 2 - F_{3y} \cdot 1}{3} = \frac{20 \cdot 4 + 60 \cdot 2 - 28,28 \cdot 1}{3} \Rightarrow R_A = 57,24 \text{ kN}$$

$$(\gamma) \sum M_A = 0 \Rightarrow -F_1 \cdot 1 + F_2 \cdot 1 - R_{By} \cdot 3 + F_{3y} \cdot 4 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{By} = \frac{-F_1 \cdot 1 + F_2 \cdot 1 + F_{3y} \cdot 4}{3} = \frac{-20 \cdot 1 + 60 \cdot 1 + 28,28 \cdot 4}{3} \Rightarrow R_{By} = 51,04 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_{By} - F_1 - F_2 - F_{3y} = 0 \Rightarrow$$

$$57,24 + 51,04 - 20 - 60 - 28,28 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Bx} - F_{3x} = 0 \Rightarrow R_{Bx} = F_{3x} = 28,28 \text{ kN}$$

$$R_B^2 = R_{Bx}^2 + R_{By}^2 \Rightarrow R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{28,28^2 + 51,04^2} \Rightarrow R_B = 58,35 \text{ kN}$$

$$\epsilon\phi\theta = \frac{R_{By}}{R_{Bx}} = \frac{51,04}{28,28} = 1,8 \Rightarrow \theta = 61^\circ$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ