

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΚΑΙ
ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

20 25 - 20 26

Α' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΣΕΙΡΑ Α'

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Δευτέρα, 18 Μαΐου 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

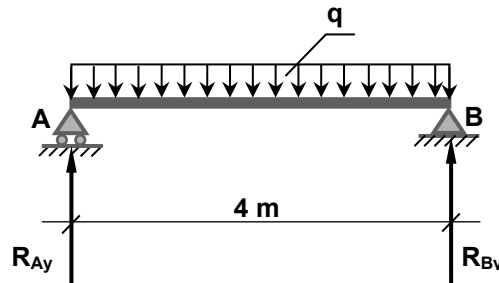
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thdm101

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από πέντε (5) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με έξι (6) μονάδες. Σύνολο τριάντα (30) μονάδες.

1. Να επιλέξετε Σωστό ή Λάθος σημειώνοντας ✓ στο κατάλληλο τετραγωνάκι. Όλες οι επιλογές αφορούν το **Σχήμα 1**.

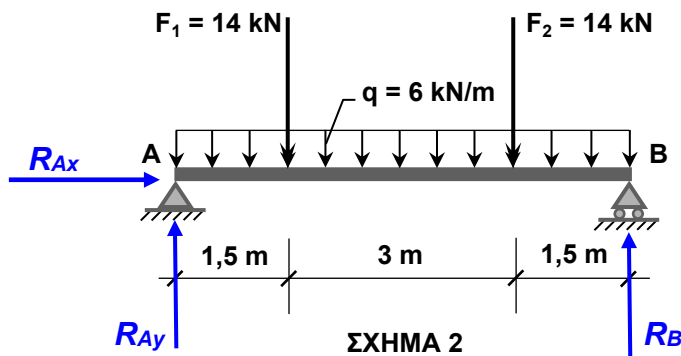


ΣΧΗΜΑ 1

- | | Σωστό | Λάθος |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| α) Μονάδα μέτρησης του q είναι kN/m. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| β) Η στήριξη στο σημείο A ονομάζεται άρθρωση. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| γ) Στη στήριξη A υπάρχουν δύο αντιδράσεις. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| δ) $R_{Ay} = R_{Bv}$. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2. Στη δοκό του **Σχήματος 2** που βρίσκεται σε ισορροπία:

- α) Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις της δοκού, (1,5 Μονάδες)
β) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις της δοκού. (4,5 Μονάδες)



ΣΧΗΜΑ 2

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0$$

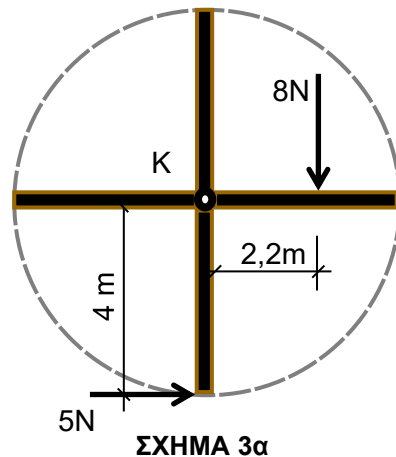
Λόγω συμμετρίας

$$R_{Ay} = R_B = \frac{14+14+6 \cdot 6}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ kN}$$

3. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για κάθε πρόταση, σημειώνοντας ✓ στο κατάλληλο τετραγωνάκι.

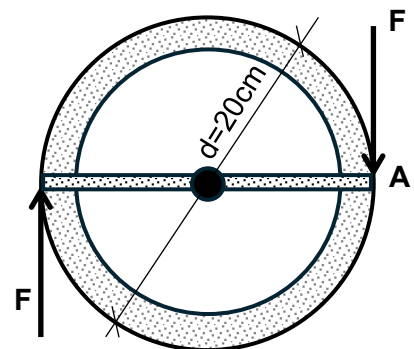
α) Περιστρεφόμενη θύρα με δυνατότητα περιστροφής γύρω από το σημείο Κ, δέχεται ταυτόχρονα τις δυνάμεις που φαίνονται στο **Σχήμα 3α**. Η θύρα:

- θα περιστραφεί δεξιόστροφα.
- θα περιστραφεί αριστερόστροφα.
- δε θα περιστραφεί.
- θα περιστραφεί πρώτα δεξιόστροφα και μετά αριστερόστροφα.



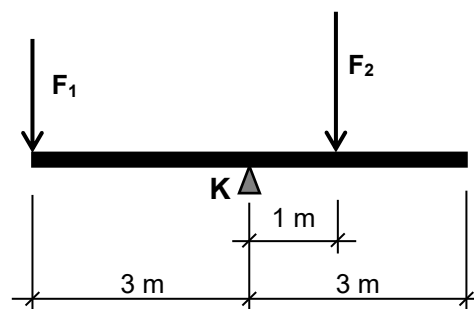
β) Σε τιμόνι αυτοκινήτου ασκούνται δύο δυνάμεις F, ίσες και αντίθετες και απέχουν 20cm μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 3β**.

- Ο οδηγός προσπαθεί να στρίψει το τιμόνι αριστερόστροφα.
- Η ροπή που προκαλούν οι δύο δυνάμεις ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι ίση με το γινόμενο $F \times 20$.
- Η ροπή ως προς το κέντρο του τιμονιού είναι ίση με μηδέν.
- Η ροπή ως προς το σημείο A είναι ίση με μηδέν.



γ) Στο **Σχήμα 3γ** η ράβδος ισορροπεί αν:

- $F_1 = F_2$
- $3F_1 = 3F_2$
- $3F_1 = F_2$
- $3F_2 = F_1$



δ) Ένα σώμα στο οποίο ασκούνται δυνάμεις βρίσκεται σε ισορροπία, όταν:

- οι δυνάμεις είναι δύο, εκ των οποίων η μία είναι αντίθετη και διπλάσια της άλλης.
- οι δυνάμεις είναι τρεις, εκ των οποίων η μία είναι ίση και ομόροπη με τη συνισταμένη των άλλων δύο.
- οι δυνάμεις είναι τέσσερις και έχουν συνισταμένη μεγαλύτερη των 10N.
- η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι ίση με μηδέν.

4. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω μονάδες.

- α) $0,045 \text{ m} = 0,045 \cdot 10^2 = 4,5 \text{ cm}$ (0,5 Μονάδα)
- β) $85 \text{ m}^2 = 85 \cdot (10^3)^2 = 85 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$ (0,5 Μονάδα)
- γ) $25 \text{ N/m} = \frac{25}{10^2} = 0,25 \text{ N/cm}$ (0,5 Μονάδα)
- δ) $34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 34 \text{ N}$ (0,5 Μονάδα)
- ε) $150 \text{ N/m}^2 = \frac{150 \cdot 10^{-3}}{(10^3)^2} = 150 \cdot 10^{-9} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ kN/mm}^2$ (2 Μονάδες)
- στ) $354 \text{ Mg/mm}^3 = \frac{354 \cdot 10^6}{(10^{-3})^3} = 354 \cdot 10^{15} \text{ g/m}^3$ (2 Μονάδες)

5. Να συμπληρώσετε τα κενά με την κατάλληλη λέξη.

- α) Το Νιούτον (N) είναι η μονάδα μέτρησης της *δύναμης*, ενώ το γινόμενο νιούτον x μέτρα (Nm) είναι η μονάδα μέτρησης της *ροπής*
- β) Ανυσματικά ή διανυσματικά μεγέθη, είναι τα μεγέθη που για να οριστούν πρέπει να γνωρίζουμε το *μέτρο ή μέγεθος*, τη *διεύθυνση* και τη *φορά*.
- γ) Μία δοκός ονομάζεται *αμφιέριστη* όταν έχει μία άρθρωση στο ένα άκρο και μία κύλιση στο άλλο άκρο της.

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τέσσερις (4) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δώδεκα (12) μονάδες. Σύνολο σαράντα οκτώ (48) μονάδες.

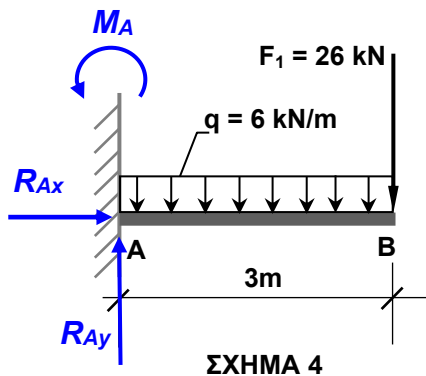
6. Στη δοκό του Σχήματος 4 που βρίσκεται σε ισορροπία:

α) Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στη στήριξη της δοκού,

(3 Μονάδες)

β) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στη στήριξη της δοκού.

(9 Μονάδες)



Υπολογισμός αντιδράσεων στήριξης

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow R_{Ay} - F_1 - q \cdot 3 = 0 \\ &\Rightarrow R_{Ay} - 26 - 6 \cdot 3 = 0 \\ &\Rightarrow R_{Ay} = 44 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overset{+}{\curvearrowright} \Sigma M_A = 0 &\Rightarrow -M_A + q \cdot 3 \cdot 1,5 + F_1 \cdot 3 = 0 \\ &\Rightarrow -M_A + 6 \cdot 3 \cdot 1,5 + 26 \cdot 3 = 0 \\ &\Rightarrow -M_A + 27 + 78 = 0 \\ &\Rightarrow M_A = 105 \text{ kNm} \end{aligned}$$

7. Το σύστημα συντρεχουσών δυνάμεων του Σχήματος 5 εξασφαλίζει την ισορροπία του κόμβου Κ.

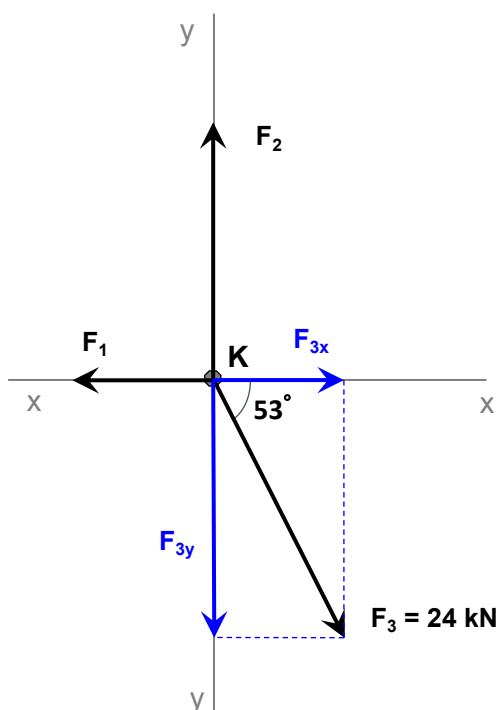
α) Να γράψετε τις εξισώσεις ισορροπίας του κόμβου,

(3 Μονάδες)

β) Να υπολογίσετε το μέτρο των δυνάμεων F_1 και F_2 , εάν δίνεται ότι $F_3 = 24 \text{ kN}$.

(9 Μονάδες)

(Δίνεται: $\sin 53^\circ = \eta_{\mu 53^\circ} = 0,799$ και $\cos 53^\circ = \sigma_{\nu \nu 53^\circ} = 0,602$)



α) Εξισώσεις Ισορροπίας κόμβου

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{3x} - F_1 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 - F_{3y} = 0$$

β) Ανάλυση δύναμης F_3

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos(53^\circ) = 24 \cdot \cos(53^\circ) = 14,44 \text{ kN}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin(53^\circ) = 24 \cdot \sin(53^\circ) = 19,17 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0 &\Rightarrow F_{3x} - F_1 = 0 \\ &\Rightarrow F_1 = 14,44 \text{ kN} \end{aligned}$$

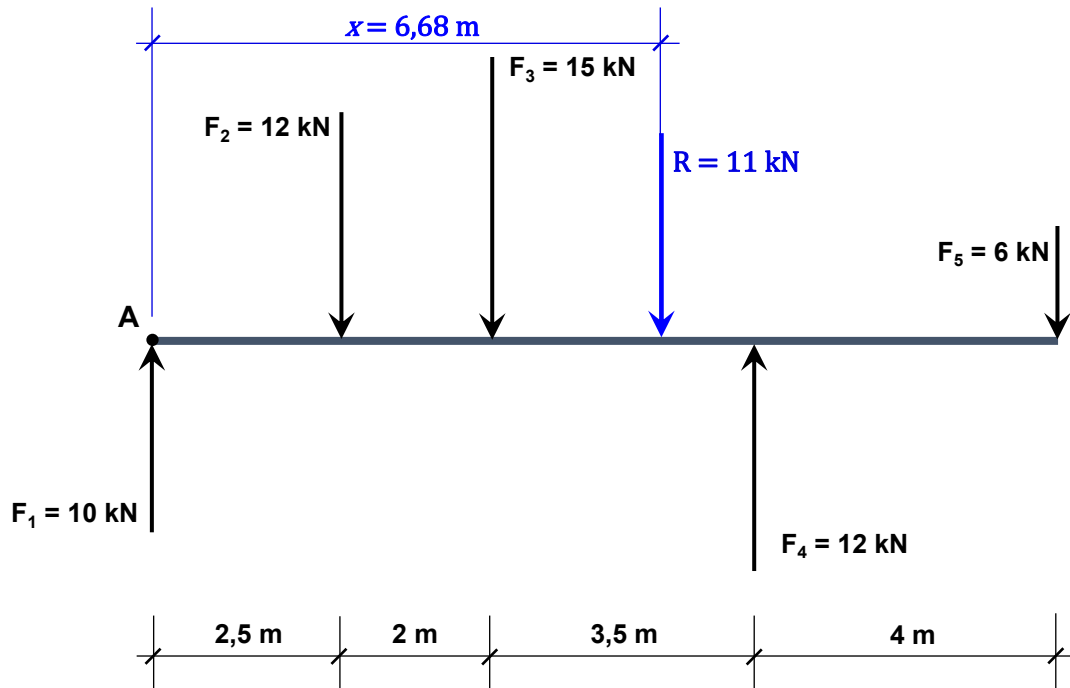
$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow F_2 - F_{3y} = 0 \\ &\Rightarrow F_2 = 19,17 \text{ kN} \end{aligned}$$

ΣΧΗΜΑ 5

8. Στο σύστημα αντίρροπων δυνάμεων του Σχήματος 6:

α) Να υπολογίσετε το μέγεθος και τη θέση της συνισταμένης δύναμης R από το σημείο A και να ορίσετε τη φορά της, (9,5 Μονάδες)

β) Να σχεδιάσετε τη συνισταμένη δύναμη, στο σχήμα με βάση τη θέση και τη φορά που έχετε υπολογίσει προηγουμένως. (2,5 Μονάδες)



ΣΧΗΜΑ 6

α) Μέγεθος συνισταμένης δύναμης R

$$R = F_1 - F_2 - F_3 + F_4 - F_5$$

$$R = 10 - 12 - 15 + 12 - 6 = -11 \text{ kN}$$

Μέγεθος: $R = 11 \text{ kN}$

Φορά: προς τα κάτω ή όπως φαίνεται στο Σχήμα 6

Θέση συνισταμένης δύναμης R από το σημείο A .

$$\curvearrowright + R \cdot x = \Sigma M_A \Rightarrow 11 \cdot x = F_2 \cdot 2,5 + F_3 \cdot 4,5 - F_4 \cdot 8 + F_5 \cdot 12$$

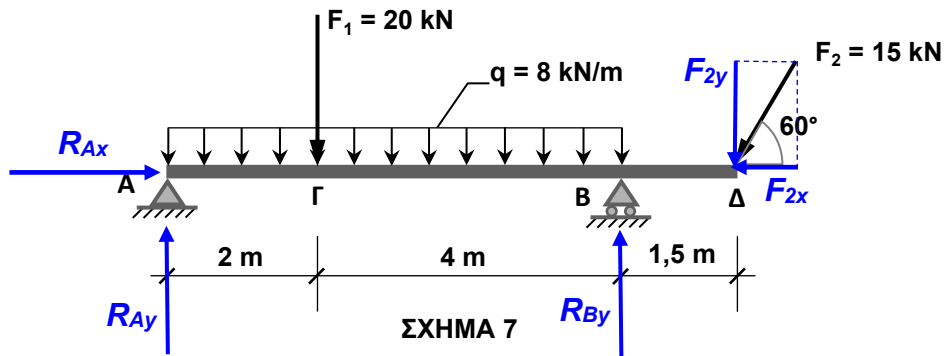
$$\Rightarrow 11 \cdot x = 12 \cdot 2,5 + 15 \cdot 4,5 - 12 \cdot 8 + 6 \cdot 12$$

$$\Rightarrow 11 \cdot x = 30 + 67,5 - 96 + 72$$

$$\Rightarrow 11 \cdot x = 73,5 \Rightarrow x = 6,68 \text{ m από το σημείο } A$$

9. Για τη δοκό του **Σχήματος 7** που βρίσκεται σε ισορροπία:
- α) Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**, (1,5 Μονάδες)
- β) Να υπολογίσετε το μέγεθος των αντιδράσεων στις στηρίξεις της δοκού, (8,5 Μονάδες)
- γ) Να ελέγξετε την ορθότητα των υπολογισμών σας. (2 Μονάδες)

(Δίνεται: $\sin 60^\circ = \eta\mu 60^\circ = 0,866$ και $\cos 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0,50$)



Ανάλυση δύναμης F_2

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos(60^\circ) = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ kN}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin(60^\circ) = 15 \cdot 0,866 = 13 \text{ kN}$$

β) Υπολογισμός αντιδράσεων στήριξης

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} - F_{2x} = 0 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_{Ax} = 7,5 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright \Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_1 \cdot 2 + q \cdot 6 \cdot 3 + F_{2y} \cdot 7,5 - R_{By} \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow 20 \cdot 2 + 8 \cdot 6 \cdot 3 + 13 \cdot 7,5 - R_{By} \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow 40 + 144 + 97,5 = R_{By} \cdot 6$$

$$\Rightarrow 281,5 = R_{By} \cdot 6 \Rightarrow R_{By} = 46,92 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright \Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot 6 - 20 \cdot 4 - 8 \cdot 6 \cdot 3 + 13 \cdot 1,5 = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ay} \cdot 6 - 80 - 144 + 19,5 = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ay} \cdot 6 = 204,5 \Rightarrow R_{Ay} = 34,08 \text{ kN}$$

γ) Έλεγχος: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} - F_1 - q \cdot 6 - F_{2y} = 0$

$$\Rightarrow 34,08 + 46,92 - 20 - 8 \cdot 6 - 13 = 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από μία (1) άσκηση.

Η άσκηση βαθμολογείται με είκοσι δύο (22) μονάδες.

10. Να υπολογίσετε τη συνισταμένη (R ή $F_{ολ}$) του συστήματος των συντρεχουσών δυνάμεων που φαίνονται στο **Σχήμα 8α** ως προς:

α) το μέγεθος, (16,5 Μονάδες)

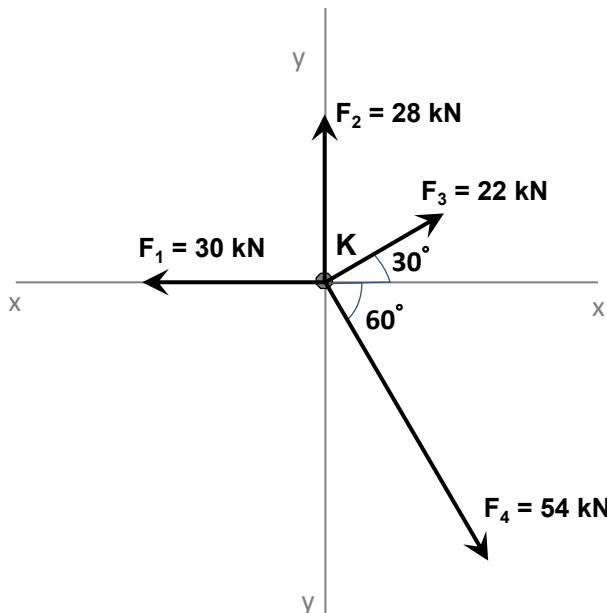
β) τη φορά, (1 Μονάδα)

γ) τη διεύθυνση (να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η συνισταμένη με τον οριζόντιο άξονα) και (2,5 Μονάδες)

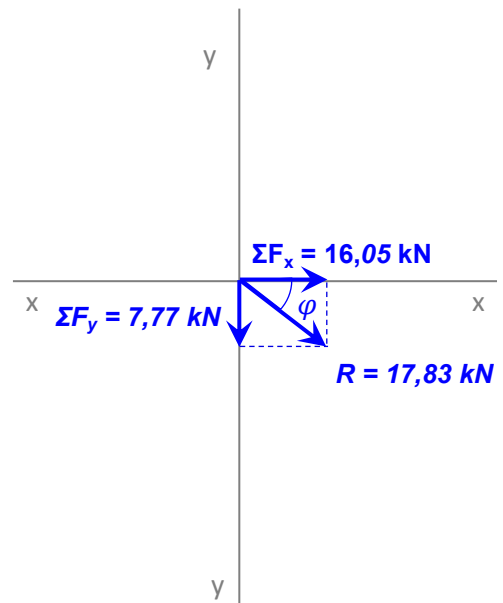
δ) να σχεδιάσετε τις συνιστώσες (ΣF_x , ΣF_y), τη συνισταμένη (R ή $F_{ολ}$) και τη γωνία που σχηματίζει η συνισταμένη με τον οριζόντιο άξονα, στο **Σχήμα 8β**. (2 Μονάδες)

(Δίνεται: $\sin 60^\circ = \eta\mu 60^\circ = 0,866$ και $\cos 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0,500$
 $\sin 30^\circ = \eta\mu 30^\circ = 0,500$ και $\cos 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,866$)

Σημείωση: Η άσκηση μπορεί να λυθεί με ή χωρίς τη χρήση του πιο κάτω πίνακα.



ΣΧΗΜΑ 8α



ΣΧΗΜΑ 8β

Δύναμη (kN)	Οριζόντια Συνιστώσα (kN)		Κατακόρυφη Συνιστώσα (kN)	
	Θετικές	Αρνητικές	Θετικές	Αρνητικές
$F_1 = 30$		30		
$F_2 = 28$			28	
$F_3 = 22$	$22 \cdot \cos 30 = 19,05$		$22 \cdot \sin 30 = 11$	
$F_4 = 54$	$54 \cdot \cos 60 = 27$			$54 \cdot \sin 60 = 46,77$
ΟΛΙΚΑ	46,05	30	39	46,77

$$\Sigma F_x = 46,05 - 30 = 16,05 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 39 - 46,77 = -7,77 \text{ kN}$$

α) Μέτρο: $R = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{16,05^2 + 7,77^2} = 17,83kN$

β) Φορά: **όπως φαίνεται στο Σχήμα 8β**

γ) Διεύθυνση: $\varphi = \tan^{-1} \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \tan^{-1} \frac{7,77}{16,05} = 25,83^\circ$