

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2025–2026

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 ΜΑΪΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2ΩΡΟ ΤΣ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ
ΚΑΙ ΣΥΝΟΔΕΥΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΔΥΟ (2) ΣΕΛΙΔΩΝ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κ.λπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

A1. Ένας υπάλληλος σε χώρο στάθμευσης κατέγραψε, για 7 συνεχόμενες ώρες, τον αριθμό των αυτοκινήτων που μπήκαν στον πρώτο όροφο. Οι καταγραφές του ήταν οι εξής:

1, 2, 3, 4, 5, 5, 8

Να υπολογίσετε:

(α) Τη διάμεσο (x_δ) των δεδομένων. **(6 μονάδες)**

(β) Την επικρατούσα τιμή (x_ϵ) των δεδομένων. **(4 μονάδες)**

A2. Ένα ζευγάρι αθλητικά παπούτσια έχει αρχική τιμή πώλησης €140. Να υπολογίσετε την τελική τιμή πώλησης αν κατά την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται με έκπτωση 20%.

A3. Ένα μικρό δοχείο που χρησιμοποιείται για την αποθήκευση καφέ, έχει σχήμα **κύβου** με ακμή $a = 5 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του δοχείου, σε κυβικά εκατοστόμετρα (cm^3).

A4. Η ακτίνα της βάσης **κώνου** είναι $R = 3 \text{ cm}$ και το ύψος του $v = 4 \text{ cm}$.

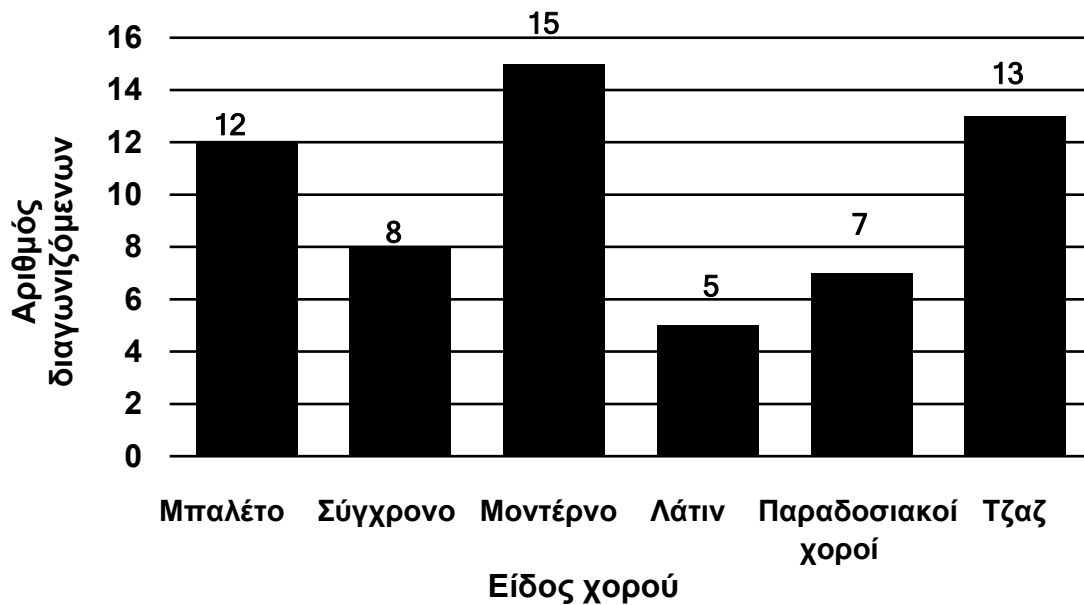
Να υπολογίσετε:

(α) Τον όγκο (V) του κώνου. **(3 μονάδες)**

(β) Τη γενέτειρα (λ) του κώνου. **(3 μονάδες)**

(γ) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($E_{ολ}$) του κώνου. **(4 μονάδες)**

A5. Σε ένα διαγωνισμό χορού συμμετείχαν διαγωνιζόμενοι σε 6 διαφορετικά είδη χορού. Στο παρακάτω **ραβδόγραμμα** παρουσιάζεται ο αριθμός των διαγωνιζομένων ανά είδος χορού.



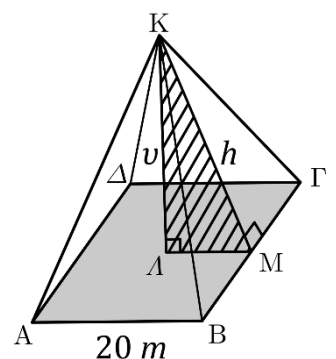
Αφού μελετήσετε το ραβδόγραμμα να απαντήσετε τις πιο κάτω ερωτήσεις:

- (α) Πόσοι ήταν συνολικά όλοι οι διαγωνιζόμενοι; **(4 μονάδες)**
- (β) Ποιο είδος χορού ήταν το λιγότερο δημοφιλές; **(1 μονάδα)**
- (γ) Ποια είδη χορού είχαν περισσότερους από 10 διαγωνιζόμενους; **(3 μονάδες)**
- (δ) Πόσοι περισσότεροι διαγωνιζόμενοι συμμετείχαν στο Μοντέρνο σε σχέση με το Σύγχρονο; **(2 μονάδες)**

A6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα ΚΑΒΓΔ με ακμή βάσης $AB = 20\text{ m}$ και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας $E_{\pi} = 1040\text{ m}^2$.

Να υπολογίσετε:

- (α) Το ύψος ΚΛ της πυραμίδας. **(3 μονάδες)**
- (β) Το παράπλευρο ύψος ΚΜ της πυραμίδας. **(4 μονάδες)**
- (γ) Τον όγκο (V) της πυραμίδας. **(3 μονάδες)**



ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Η άσκηση B1 βαθμολογείται με 10 μονάδες ενώ οι ασκήσεις B2 και B3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

- B1.** Σε έρευνα που έγινε τη σχολική χρονιά 2025-26 καταγράφηκε ο αριθμός των ωρών που αθλούνται 100 μαθητές, εβδομαδιαία. Η κατανομή των συχνοτήτων των ωρών παρουσιάζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

Αριθμός ωρών (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7
Αριθμός μαθητών (f_i)	5	15	20	24	18	10	5	3

Να υπολογίσετε:

(α) Τη μέση τιμή (\bar{x}) των πιο πάνω παρατηρήσεων. **(5 μονάδες)**

(β) Την τυπική απόκλιση (σ) των πιο πάνω παρατηρήσεων.
(Η απάντηση να δοθεί με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.) **(5 μονάδες)**

- B2.** Ο κύριος Γιώργος θέλει να αγοράσει ένα αθλητικό ρολόι και εξετάζει δύο επιλογές αγοράς:

Επιλογή Α: Αγορά από τοπικό κατάστημα με **τιμή αγοράς** €280, συμπεριλαμβανομένου του ΦΠΑ και σε περίπτωση πληρωμής με μετρητά, έκπτωση 5% **στην τιμή αγοράς.**

Επιλογή Β: Εισαγωγή από το εξωτερικό με **τιμή αγοράς** €180 και **έξοδα αποστολής** €20. Κατά την εισαγωγή, επιβάλλεται **δασμός** 15% στο συνολικό κόστος (μεταφορικά και αγορά) και στη συνέχεια **επιπλέον** ΦΠΑ 19%.

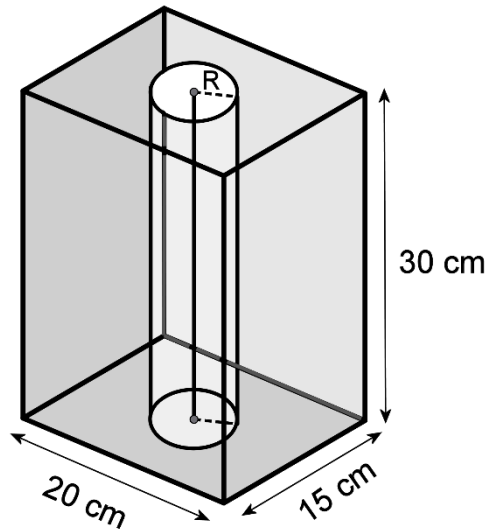
(α) Να υπολογίσετε πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει το ρολόι από το τοπικό κατάστημα και πληρώσει με μετρητά (επιλογή Α). **(4 μονάδες)**

(β) Να υπολογίσετε το τελικό ποσό που θα πληρώσει σε περίπτωση που αποφασίσει να το εισαγάγει από το εξωτερικό (επιλογή Β). **(8 μονάδες)**

(γ) Ποια από τις δύο επιλογές είναι πιο συμφέρουσα για τον κύριο Γιώργο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(3 μονάδες)

- B3.** Ο κύριος Αντρέας έχει στο εργαστήρι του ένα κομμάτι ξύλο σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με μήκος 20 cm, πλάτος 15 cm και ύψος 30 cm. Θέλει να ανοίξει στο κέντρο του ξύλου μια **κυλινδρική οπή ακτίνας $R=4$ cm**, η οποία να διαπερνά ολόκληρο το ύψος του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.



- (α) Να αποδείξετε ότι ο **όγκος** του ξύλου που απέμεινε είναι:

$$V = (9000 - 480\pi) \text{ cm}^3.$$

(5 μονάδες)

- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της **ολικής επιφάνειας** της ξύλινης κατασκευής.
(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π .)

(6 μονάδες)

- (γ) Πόσο θα στοιχίσει για να καλύψει την κατασκευή εσωτερικά και εξωτερικά με ένα ειδικό υλικό μόνωσης ξύλου, εάν κάθε λίτρο του υλικού αυτού καλύπτει 8.000 cm^2 επιφάνειας και κοστίζει €8 ανά λίτρο;

(Να χρησιμοποιήσετε ότι $\pi = 3,14$ και να δώσετε την απάντηση με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.)

(4 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i^2}{\nu} - \bar{x}^2},$$

$$\text{όπου } \nu = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i$$

$$r = \frac{\Sigma_{xy} - \nu \bar{x} \bar{y}}{\nu S_x S_y}, \text{ όπου } \Sigma_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{\nu} y_{\nu}$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \cdot \eta\mu B \quad \sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \cdot \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \cdot \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta) \quad 2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1 + t^2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \cdot \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi\kappa + \pi - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\alpha$	$x = 180^\circ\kappa + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi\kappa + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R\upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R\lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$

Εστίες $(\pm\gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$, Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \nu \eta x \quad (\sigma \nu \eta x)' = -\eta \mu x \quad (\varepsilon \varphi x)' = \tau \varepsilon \mu^2 x \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau \varepsilon \mu x \, dx = \ln |\tau \varepsilon \mu x + \varepsilon \varphi x| + c \quad \int \sigma \tau \varepsilon \mu x \, dx = \ln \left| \varepsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c \quad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \varepsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

7. Απλός Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$