

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2025–2026
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 ΜΑΪΟΥ 2026**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2ΩΡΟ ΤΣ
Α΄ ΣΕΙΡΑ**

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΟΙ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΑΠΟΤΕΛΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄:

A1. Ένας υπάλληλος σε χώρο στάθμευσης κατέγραψε, για 7 συνεχόμενες ώρες, τον αριθμό των αυτοκινήτων που μπήκαν στον πρώτο όροφο. Οι καταγραφές του ήταν οι εξής:

1, 2, 3, 4, 5, 5, 8

Να υπολογίσετε:

(α) Τη διάμεσο (x_δ) των δεδομένων. **(6 μονάδες)**

(β) Την επικρατούσα τιμή (x_ε) των δεδομένων. **(4 μονάδες)**

Λύση:

(α) $x_\delta = x_{\frac{7+1}{2}} = x_4 = 4$

(β) $x_\varepsilon = 5$

A2. Ένα ζευγάρι αθλητικά παπούτσια έχει αρχική τιμή πώλησης €140. Να υπολογίσετε την τελική τιμή πώλησης αν κατά την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται με έκπτωση 20%.

Λύση

Α΄ τρόπος

Αρχική τιμή	Έκπτωση	Τελική τιμή
€140		x
100%	20	80

(ευθέως ανάλογα ποσά)

$$\frac{140}{100} = \frac{x}{80}$$

$$\Leftrightarrow 100 \cdot x = 140 \cdot 80$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11200}{100} = \text{€}112$$

Β΄ τρόπος

$$x = \frac{80}{100} \cdot 140 = \text{€}112$$

Γ' τρόπος

Ποσοστό Έκπτωσης: 20%

Αρχική τιμή	Έκπτωση
€140	x
100%	20%

$$x = \frac{140}{100} \cdot 20\% = €28$$

Τελική τιμή: €140-€28=€112

- A3.** Ένα μικρό δοχείο που χρησιμοποιείται για την αποθήκευση καφέ, έχει σχήμα **κύβου** με ακμή $a = 5 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του δοχείου, σε κυβικά εκατοστόμετρα (cm^3).

Λύση

$$V = a^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

- A4.** Η ακτίνα της βάσης **κώνου** είναι $R = 3 \text{ cm}$ και το ύψος του $v = 4 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

- (α) Τον όγκο (V) του κώνου. **(3 μονάδες)**
- (β) Τη γενέτειρα (λ) του κώνου. **(3 μονάδες)**
- (γ) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($E_{ολ}$) του κώνου. **(4 μονάδες)**

Λύση

$$(α) \quad V = \frac{\pi R^2 v}{3} = \frac{\pi 3^2 \cdot 4}{3} = 12\pi \text{ cm}^3$$

- (β) Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:

$$\lambda^2 = R^2 + v^2 \Leftrightarrow \lambda^2 = 3^2 + 4^2$$

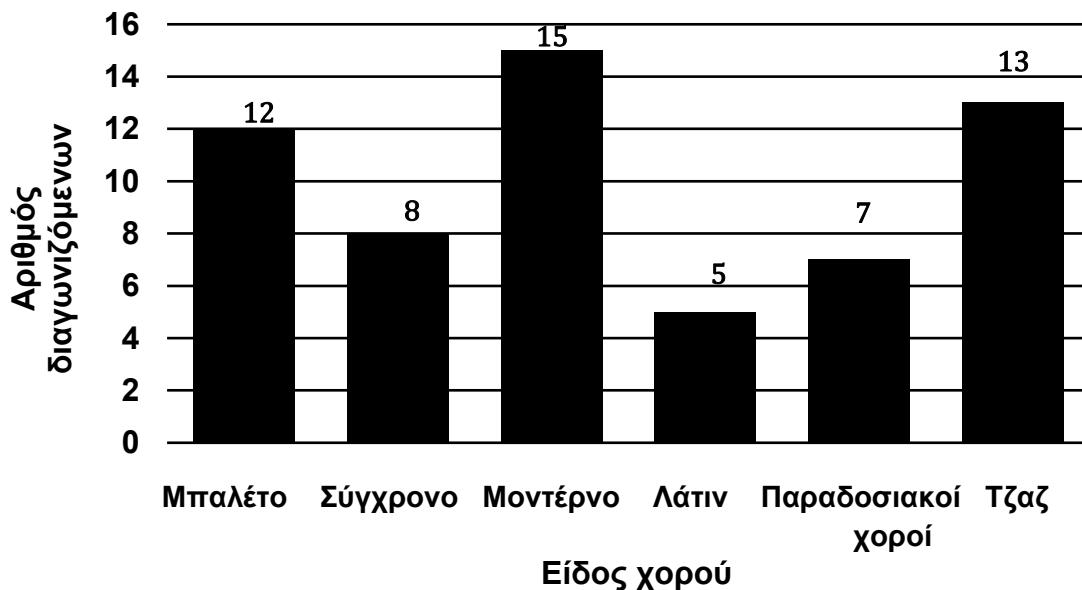
$$\Leftrightarrow \lambda^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

(γ)

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= E_{\kappa} + E_{\beta} \\ &= \pi R\lambda + \pi R^2 \\ &= \pi 3 \cdot 5 + \pi 3^2 \\ &= 24\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

A5. Σε ένα διαγωνισμό χορού συμμετείχαν διαγωνιζόμενοι σε 6 διαφορετικά είδη χορού. Στο παρακάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζεται ο αριθμός των διαγωνιζομένων ανά είδος χορού.



Αφού μελετήσετε το ραβδόγραμμα να απαντήσετε τις πιο κάτω ερωτήσεις:

- (α) Πόσοι ήταν συνολικά όλοι οι διαγωνιζόμενοι; **(4 μονάδες)**
- (β) Ποιο είδος χορού ήταν το λιγότερο δημοφιλές; **(1 μονάδα)**
- (γ) Ποια είδη χορού είχαν περισσότερους από 10 διαγωνιζόμενους; **(3 μονάδες)**
- (δ) Πόσοι περισσότεροι διαγωνιζόμενοι συμμετείχαν στο Μοντέρνο σε σχέση με το Σύγχρονο; **(2 μονάδες)**

Λύση

(α) $12+8+15+5+7+13=60$ διαγωνιζόμενοι

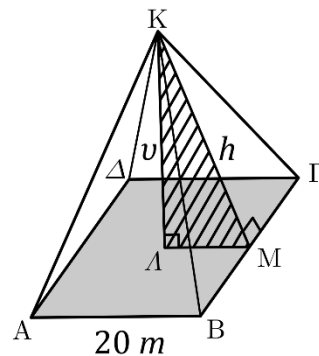
(β) Λάτιν

(γ) Μπαλέτο, Μοντέρνο και Τζαζ

(δ) Μεταξύ του Μοντέρνου και του Σύγχρονου: $15-8=7$ διαγωνιζόμενοι.

- A6.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα ΚΑΒΓΔ με ακμή βάσης $AB = 20 \text{ m}$ και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας $E_{\pi} = 1040 \text{ m}^2$.
Να υπολογίσετε:

- (α) Το ύψος ΚΛ της πυραμίδας. **(3 μονάδες)**
 (β) Το παράπλευρο ύψος ΚΜ της πυραμίδας. **(4 μονάδες)**
 (γ) Τον όγκο (V) της πυραμίδας. **(3 μονάδες)**



Λύση

- (α) Υπολογισμός παράπλευρου ύψους $KM = h$

$$E_{\pi} = 1040 \text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2} = 1040$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\alpha \cdot h}{2} = 1040$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot 20 \cdot h}{2} = 1040$$

$$\Leftrightarrow h = KL = 26 \text{ m}$$

- (β) Υπολογισμός ύψους $KL = v$

Από το Π.Θ. έχουμε:

$$h^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 26^2 = v^2 + 10^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

(γ)
$$V = \frac{E_{\beta} \cdot v}{3} = \frac{20^2 \cdot 24}{3} = \frac{400 \cdot 24}{3} = 3200 \text{ m}^3$$

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- B1.** Σε έρευνα που έγινε τη σχολική χρονιά 2025-26 καταγράφηκε ο αριθμός των ωρών που αθλούνται 100 μαθητές, εβδομαδιαία. Η κατανομή των συχνοτήτων των ωρών παρουσιάζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

Αριθμός ωρών (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7
Αριθμός μαθητών (f_i)	5	15	20	24	18	10	5	3

Να υπολογίσετε:

- (α) Τη μέση τιμή (\bar{x}) των πιο πάνω παρατηρήσεων. **(5 μονάδες)**

- (β) Την τυπική απόκλιση (σ) των πιο πάνω παρατηρήσεων.
(Η απάντηση να δοθεί με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.) **(5 μονάδες)**

Λύση

Α΄ τρόπος

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
0	5	0	45
1	15	15	60
2	20	40	20
3	24	72	0
4	18	72	18
5	10	50	40
6	5	30	45
7	3	21	48
Σύνολο:	$\sum f_i = 100$	$\sum x_i f_i = 300$	$\sum f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2 = 276$

- (α) Η μέση τιμή είναι:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{300}{100} = 3$$

- (β) Τυπική απόκλιση:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{276}{100}} \approx 1,66$$

Β' τρόπος

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	5	0	0
1	15	15	15
2	20	40	80
3	24	72	216
4	18	72	288
5	10	50	250
6	5	30	180
7	3	21	147
Σύνολο:	$\Sigma f_i = 100$	$\Sigma x_i f_i = 300$	$\Sigma f_i \cdot x_i^2 = 1176$

(α) Η μέση τιμή είναι:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \frac{300}{100} = 3$$

(β) Τυπική απόκλιση:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i \cdot x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1176}{100} - 9} = \sqrt{2,76} \approx 1,66$$

B2. Ο κύριος Γιώργος θέλει να αγοράσει ένα αθλητικό ρολόι και εξετάζει δύο επιλογές αγοράς:**Επιλογή Α:** Αγορά από τοπικό κατάστημα με **τιμή αγοράς** €280, συμπεριλαμβανομένου του ΦΠΑ και σε περίπτωση πληρωμής με μετρητά, έκπτωση 5% **στην τιμή αγοράς**.**Επιλογή Β:** Εισαγωγή από το εξωτερικό με **τιμή αγοράς** €180 και **έξοδα αποστολής** €20. Κατά την εισαγωγή, επιβάλλεται **δασμός** 15% στο συνολικό κόστος (μεταφορικά και αγορά) και στη συνέχεια **επιπλέον** ΦΠΑ 19%.**(α)** Να υπολογίσετε πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει το ρολόι από το τοπικό κατάστημα και πληρώσει με μετρητά (επιλογή Α). **(4 μονάδες)****(β)** Να υπολογίσετε το τελικό ποσό που θα πληρώσει σε περίπτωση που αποφασίσει να το εισαγάγει από το εξωτερικό (επιλογή Β). **(8 μονάδες)****(γ)** Ποια από τις δύο επιλογές είναι πιο συμφέρουσα για τον κύριο Γιώργο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. **(3 μονάδες)**

Λύση

(α) Στην **Επιλογή Α**, η τιμή αγοράς είναι **€280** και δίνεται έκπτωση **5%** στην πληρωμή με μετρητά:

$$€280 \cdot \frac{5}{100} = €14$$

Άρα, το ποσό που θα πληρώσει είναι:

$$€280 - €14 = €266$$

(β) Στην **Επιλογή Β**, η τιμή **αγοράς** είναι €180 και τα έξοδα αποστολής είναι €20.

Άρα, το συνολικό κόστος αγοράς και μεταφοράς είναι:

$$€180 + €20 = €200$$

Στο ποσό αυτό επιβάλλεται δασμός **15%**:

$$€200 \cdot \frac{15}{100} = €30$$

Άρα, μετά την επιβολή του δασμού, το ποσό γίνεται:

$$€200 + €30 = €230$$

Στη συνέχεια προστίθεται ΦΠΑ **19%**:

$$€230 \cdot \frac{19}{100} = €43,70$$

Άρα, το τελικό ποσό που θα πληρώσει είναι:

$$€230 + €43,70 = €273,70$$

(γ) Συγκρίνουμε τα δύο τελικά ποσά:

- Επιλογή Α: **€266**
- Επιλογή Β: **€273,70**

Η διαφορά είναι:

$$€273,70 - €266 = €7,70$$

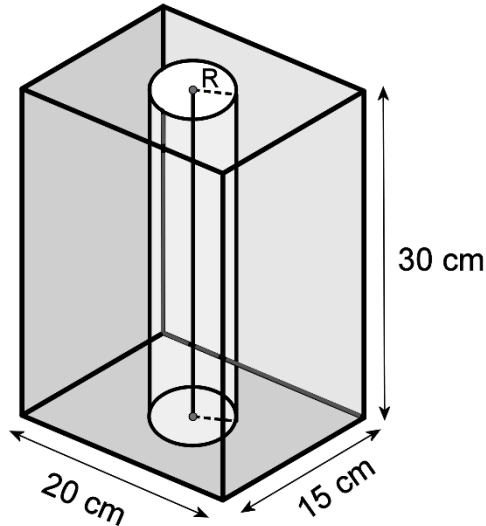
Άρα, πιο συμφέρουσα είναι η Επιλογή Α.

Β' τρόπος (για το ερώτημα (α))

Αφού δίνεται έκπτωση **5%**, θα πληρώσει το **95%** της τιμής αγοράς.

$$€280 \cdot \frac{95}{100} = €266$$

- B3.** Ο κύριος Αντρέας έχει στο εργαστήρι του ένα κομμάτι ξύλο σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με μήκος 20 cm, πλάτος 15 cm και ύψος 30 cm. Θέλει να ανοίξει **στο κέντρο** του ξύλου μια **κυλινδρική οπή ακτίνας R=4 cm**, η οποία να διαπερνά **ολόκληρο το ύψος** του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.



- (α) Να αποδείξετε ότι ο **όγκος** του ξύλου που απέμεινε είναι:

$$V = (9000 - 480\pi) \text{ cm}^3.$$

(5 μονάδες)

- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της **ολικής επιφάνειας** της ξύλινης κατασκευής.

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π .)

(6 μονάδες)

- (γ) Πόσο θα στοιχίσει για να καλύψει την κατασκευή εσωτερικά και εξωτερικά με ένα ειδικό υλικό μόνωσης ξύλου, εάν κάθε λίτρο του υλικού αυτού καλύπτει 8.000 cm^2 επιφάνειας και κοστίζει €8 ανά λίτρο;

(Να χρησιμοποιήσετε ότι $\pi = 3,14$ και να δώσετε την απάντηση με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.)

(4 μονάδες)

Λύση

(α)

Όγκος παραλληλεπιπέδου:

$$V_1 = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$$

(ή $V_1 = E_\beta \cdot v$)

$$= 20 \cdot 15 \cdot 30 = 9000 \text{ cm}^3.$$

Όγκος κυλίνδρου:

$$V_2 = \pi R^2 v = \pi \cdot 4^2 \cdot 30 = 480\pi \text{ cm}^3$$

Άρα ο όγκος που απέμεινε είναι:

$$V = V_1 - V_2 = (9000 - 480\pi) \text{ cm}^3$$

(β) Εξωτερική επιφάνεια παραλληλεπιπέδου:

$$E_1 = 2(\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma) = 2(20 \cdot 15 + 20 \cdot 30 + 15 \cdot 30)$$

$$= 2(300 + 600 + 450) = 2700 \text{ cm}^2$$

Εσωτερική παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου:

$$E_2 = 2\pi Rv = 2\pi \cdot 4 \cdot 30 = 240\pi \text{ cm}^2$$

Αφαιρούμε τα δύο κυκλικά ανοίγματα:

$$E_2 - 2\pi R^2 = 240\pi - 2\pi \cdot 4^2 = 208\pi \text{ cm}^2$$

Άρα:

$$E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2 = (2700 + 208\pi) \text{ cm}^2$$

(γ)

$$E_{\text{ολ}} = 2700 + 653,12 = 3353,12 \text{ cm}^2$$

Κάθε λίτρο καλύπτει 8000 cm^2 , άρα απαιτούνται:

$$\frac{3353,12}{8000} = 0,41914 \text{ L}$$

Κόστος:

$$0,41914 \cdot 8 = 3,35312 \approx \text{€}3,35$$

ΤΕΛΟΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ