

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2025-2026

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ/ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20 Μαΐου 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΚ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α043

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΞΙ (6) ΣΕΛΙΔΕΣ

---

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κ.λπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις.**

**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.**

- A1** (α) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, εφαρμόζοντας τις ιδιότητες των ριζών:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$$

**(7 μονάδες)**

- (β) Να λύσετε την εξίσωση  $x^3 = 8$

**(3 μονάδες)**

- A2** Δίνεται ο κύκλος  $(K, R)$  και η εγγεγραμμένη γωνία  $BAG$  με μέτρο ίσο με  $50^\circ$ , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Η ευθεία  $(\varepsilon)$  είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο  $B$  και η  $AB$  είναι διάμετρος του κύκλου. Να υπολογίσετε, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας, το μέτρο:

- (α) της γωνίας  $x$

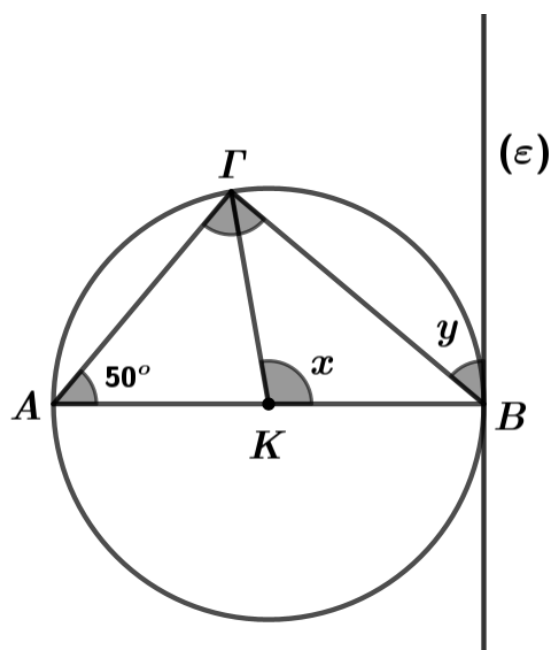
**(4 μονάδες)**

- (β) της γωνίας  $y$

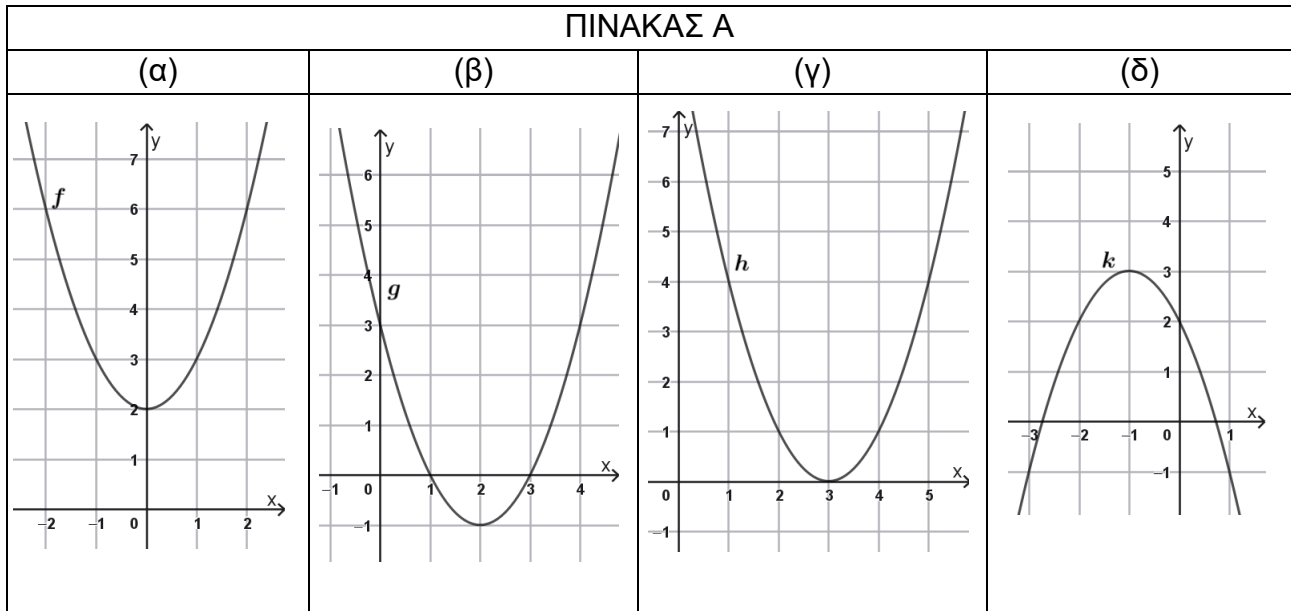
**(4 μονάδες)**

- (γ) της γωνίας  $AGB$ .

**(2 μονάδες)**



**A3** Να αντιστοιχίσετε καθεμιά από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g, h$  και  $k$  του ΠΙΝΑΚΑ Α με το κατάλληλο στοιχείο που δίνεται στον ΠΙΝΑΚΑ Β.  
Να μεταφέρετε μόνο την αντιστοιχία στο τετράδιο απαντήσεών σας.



ΠΙΝΑΚΑΣ Β					
1	2	3	4	5	6
Κορυφή $K(-1, 2)$	Διακρίνουσα $\Delta = 0$	Κορυφή $K(2, -1)$	Άξονας συμμετρίας $x = -1$	Διακρίνουσα $\Delta < 0$	Άξονας συμμετρίας $x = 1$

**A4** Δίνεται ότι  $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$  και  $180^\circ < \theta < 270^\circ$ .

(α) Να αποδείξετε ότι  $\sigma\upsilon\upsilon\theta = -\frac{4}{5}$ .

(4 μονάδες)

(β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\epsilon\phi\theta$  και  $\sigma\phi\theta$ .

(3 μονάδες)

(γ) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = \frac{16\epsilon\phi\theta + 3\sigma\phi\theta}{5\sigma\upsilon\upsilon\theta}$$

(3 μονάδες)

- A5** (α) Στον πιο κάτω πίνακα φαίνεται ο αριθμός λογοτεχνικών βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές μιας τάξης σε ένα χρόνο.

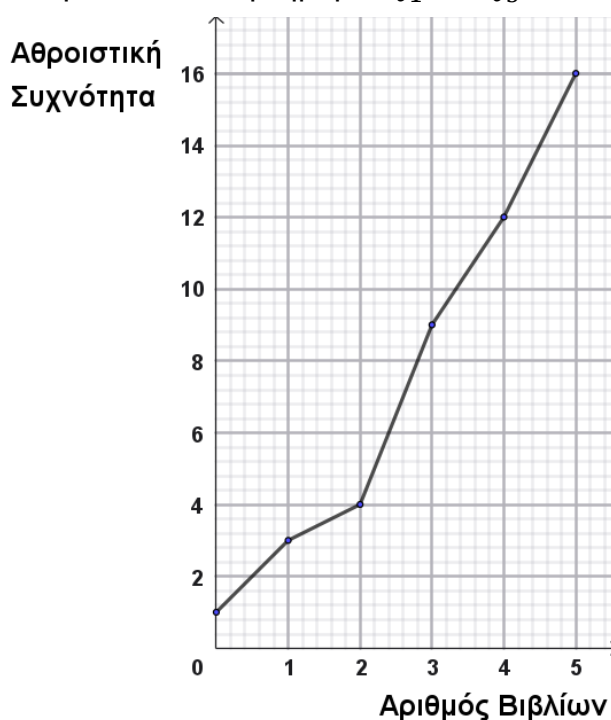
Αριθμός Βιβλίων	Συχνότητα ( $f_i$ )	Αθροιστική Συχνότητα ( $\Sigma f_i$ )
0	1	1
1	2	3
2	1	4
3	5	9
4	3	12
5	4	16

Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τους πιο κάτω ισχυρισμούς.  
Να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στο τετράδιο απαντήσεών σας.

Ισχυρισμοί	
A	Στην τάξη υπάρχουν συνολικά 16 μαθητές.
B	9 μαθητές της τάξης διάβασαν ακριβώς 3 βιβλία.
Γ	12 μαθητές της τάξης διάβασαν τουλάχιστον 4 βιβλία.

(6 μονάδες)

- (β) Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων για τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές της πιο πάνω τάξης μέσα σε ένα χρόνο. Να υπολογίσετε τα τεταρτημόρια  $Q_1$  και  $Q_3$ .



(4 μονάδες)

**A6** Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + (\lambda - 1)x + \lambda^2 - 8 = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(α) Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση έχει:

(i) λύση τη  $x = -1$

**(3 μονάδες)**

(ii) λύσεις αντίστροφες

**(2 μονάδες)**

(β) Αν  $x_1, x_2$  οι λύσεις της εξίσωσης  $x^2 + (\lambda - 1)x + \lambda^2 - 8 = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε να ισχύει  $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 7 \geq 0$ .

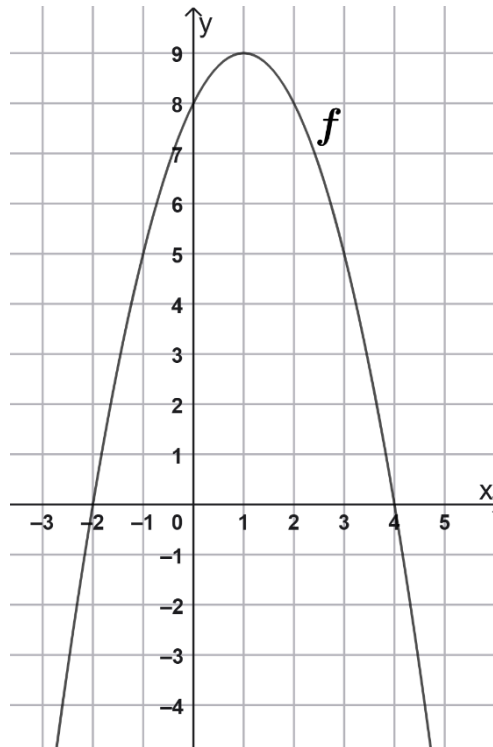
**(5 μονάδες)**

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις.**

**Οι ασκήσεις Β1 και Β3 βαθμολογούνται με δεκαπέντε (15) μονάδες και η άσκηση Β2 με δέκα (10) μονάδες.**

**B1** Στο πιο κάτω διάγραμμα, δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με τύπο  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ ,  $a \neq 0$ .



Να βρείτε:

- |  |             |
|--|-------------|
| (α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f$                              | (1 μονάδα)  |
| (β) το πρόσημο του $a$   | (2 μονάδες) |
| (γ) την τιμή του $\gamma$  | (2 μονάδες) |
| (δ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f$                               | (2 μονάδες) |
| (ε) το πρόσημο της διακρίνουσας ( $\Delta$ ) της εξίσωσης $f(x) = 0$ | (2 μονάδες) |
| (στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής                     | (2 μονάδες) |
| (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$                               | (2 μονάδες) |
| (η) το πρόσημο των $f(2026)$ και $f\left(\frac{1}{2}\right)$         | (2 μονάδες) |

**B2** Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$$(α) \frac{(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 - 1}{\sigma\upsilon\nu^2\theta} = 2\varepsilon\varphi\theta$$

$$(β) \frac{\eta\mu(180^\circ - \omega)}{\eta\mu(90^\circ - \omega)} + \sigma\varphi\omega = \frac{1}{\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega}$$

**B3** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι  $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2) \parallel (\varepsilon_3)$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $B\Gamma = (x + 2) \text{ cm}$ ,  $\Gamma\Delta = 9 \text{ cm}$ ,  $AZ = y \text{ cm}$ ,  $ZH = 2x \text{ cm}$  και  $H\Theta = 6 \text{ cm}$ .

Να αποδείξετε ότι:

(α)  $x = 1$  και  $y = 4$

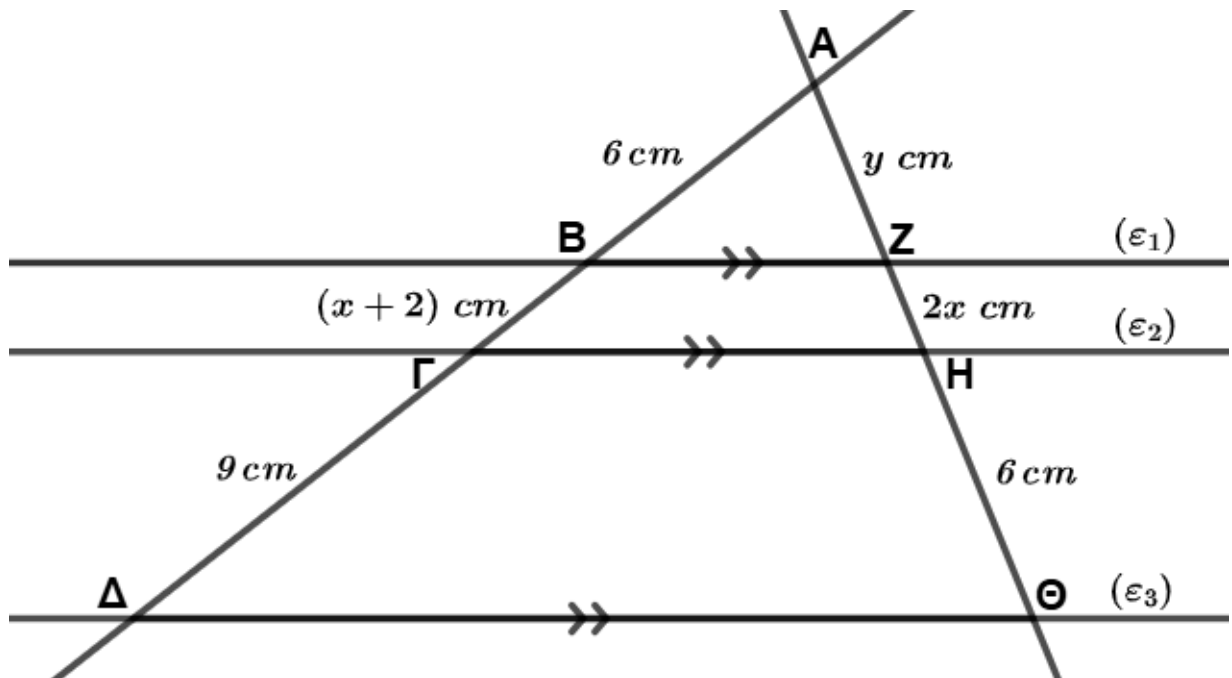
(6 μονάδες)

(β) τα τρίγωνα  $\Delta\Delta\Theta$  και  $ABZ$  είναι όμοια

(6 μονάδες)

(γ)  $(AB)(\Delta\Theta) = (\Delta\Delta)(BZ)$

(3 μονάδες)



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ