

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2025 – 2026
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 ΛΕΠΤΑ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κ.λπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
 Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

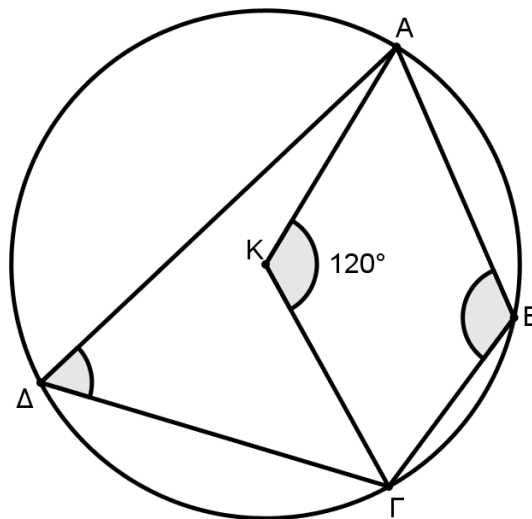
A1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^3 - 27 = 0$ (4μ)

(β) $\sqrt{2x - 8} = 4$ (6μ)

A2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος $(K, 5\text{cm})$ και τα σημεία του A, B, Γ και Δ .

(α) Αν $\widehat{AK\Gamma} = 120^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{A\Delta\Gamma}$ και $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας. (6μ)



(β) Αν ο κύκλος $(K, 5\text{cm})$ εφάπτεται εξωτερικά με κύκλο (O, ρ) και για τη διάκεντρο των δυο κύκλων ισχύει $(KO) = 11\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας ρ . (4μ)

A3. (α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: (8μ)

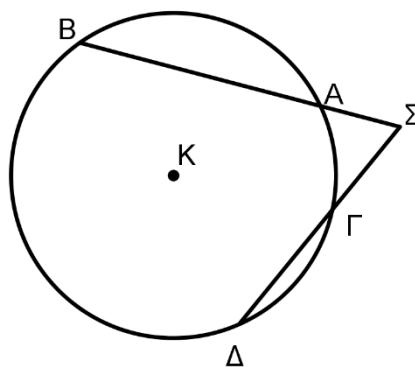
$$A = \frac{\eta\mu(90^\circ - \alpha)}{\epsilon\varphi(270^\circ - \alpha)}, \quad B = \frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha)\sigma\varphi(270^\circ + \alpha)}{\epsilon\varphi(180^\circ + \alpha)}$$

(β) Να αποδείξετε ότι $A^2 + B^2 = 1$ (2μ)

- A4.** Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τους πιο κάτω ισχυρισμούς.
Να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στο τετράδιο απαντήσεων.

(α)	Η τιμή της ορίζουσας $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$ είναι ίση με $\alpha\delta - \beta\gamma$
(β)	Αν δυο τρίγωνα είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\lambda = 2$, τότε το μεγάλο τρίγωνο έχει διπλάσιο εμβαδόν από το μικρότερο.
(γ)	Η εξίσωση $3x^2 - 7x + 3 = 0$ έχει λύσεις αντίστροφες.
(δ)	Η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $f(x) = -3(x - 1)^2 + 4$, έχει κορυφή το σημείο $(-1, 4)$.
(ε)	Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $\sqrt{(\alpha - 5)^2} = \alpha - 5$

- A5.** Οι προεκτάσεις των χορδών AB και $\Gamma\Delta$ του κύκλου (K, ρ) τέμνονται στο σημείο Σ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



- (α) Να αποδείξετε ότι:

$$(\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Gamma)(\Sigma \Delta) \quad (5\mu)$$

- (β) Αν $\Sigma A = 3 \text{ cm}$, $AB = 9 \text{ cm}$, $\Sigma \Gamma = x \text{ cm}$ και $\Gamma \Delta = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το x .

(5μ)

A6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$, με λύσεις x_1 και x_2 .
 (α) Να γράψετε συναρτήσεις των β και γ τις πιο κάτω παραστάσεις: (4μ)

- i. $x_1 + x_2$
- ii. $2x_1x_2$

(β) Αν ισχύει $\beta^2 = 8\gamma$, να βρείτε το είδος των λύσεων της πιο πάνω εξίσωσης. (4μ)

(γ) Αν τα σημεία $T(7, y)$ και $T'(-5, y)$ είναι συμμετρικά σημεία της γραφικής παράστασης της $f(x) = 2x^2 + \beta x + \gamma$, να βρείτε την τιμή του β . (2μ)

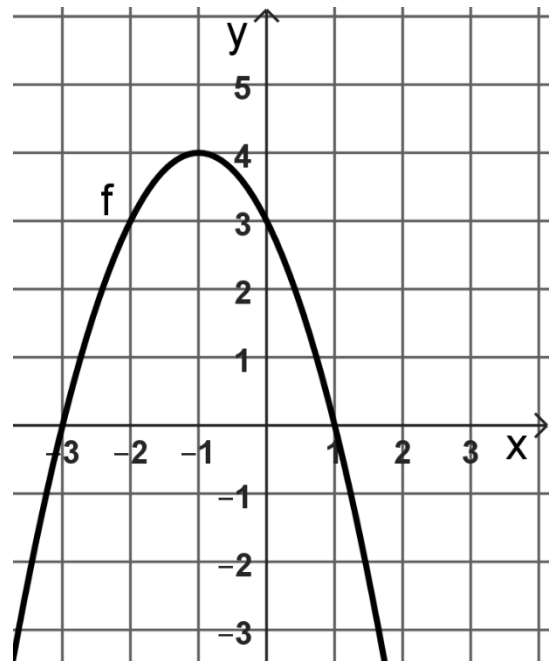
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄ ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.
 Η άσκηση B1 βαθμολογείται με 10 μονάδες, ενώ οι ασκήσεις B2 και B3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.
 Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση:

- (α) Να βρείτε:
- i. το πρόσημο του a (1μ)
 - ii. τις συντεταγμένες της κορυφής (1μ)
 - iii. την τιμή του γ (1μ)
 - iv. τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$ (2μ)
 - v. την εξίσωση του άξονα συμμετρίας (1μ)
 - vi. το σύνολο τιμών της συνάρτησης f (1μ)
 - vii. το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 5$ (1μ)
- (β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα προσήμου της παράστασης $A = \frac{xf(x)}{x+4}$ (2μ)

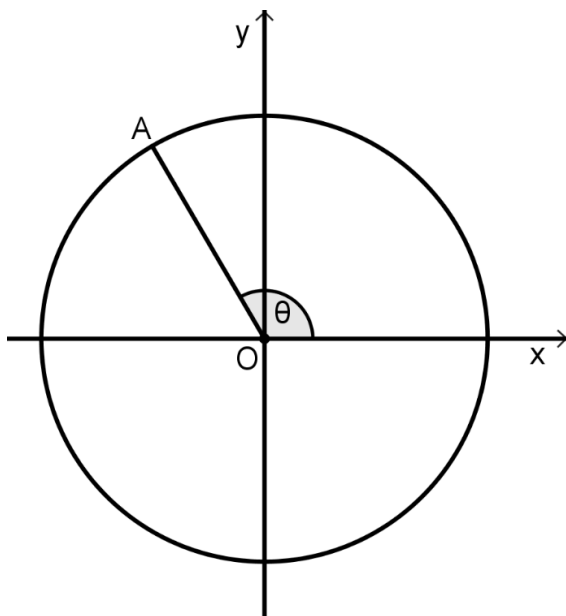


B2. (α) Να γράψετε τον ορισμό του τριγωνομετρικού κύκλου. (2μ)

(β) Αν το σημείο $A\left(-\frac{5}{13}, \alpha\right)$ ανήκει στον τριγωνομετρικό κύκλο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε:

i. την τιμή του α (4μ)

ii. τη γωνία θ , με προσέγγιση δεκάτου. (2μ)



(γ) Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$, να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης: (7μ)

$$B = \varepsilon\varphi^2\theta - \frac{2\tau\varepsilon\mu\theta}{5}$$

είναι ίση με $B = \frac{34}{5}$

B3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή $B(-4, -3)$. Τα σημεία A και Γ του τριγώνου βρίσκονται πάνω στην ευθεία $y = 1$. Η εξίσωση του ύψους AD είναι $2x + y + 3 = 0$.

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A . (2μ)

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$. (3,5μ)

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ . (2μ)

(δ) Αν $A(-2,1)$ και $\Gamma(4,1)$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (3μ)

(ε) Να υπολογίσετε τη γωνία A του τριγώνου $AB\Gamma$ (με προσέγγιση δεκάτου). (3μ)

(στ) Αν το σημείο A είναι το μέσο της BK , όπου $K(0,5)$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Λ , ώστε το τετράπλευρο $B\Gamma K\Lambda$ να είναι παραλληλόγραμμο. (1,5μ)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ