

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2025 – 2026

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 λεπτά

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΟΙ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΑΠΟΤΕΛΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΤΕΚΑ (11) ΣΕΛΙΔΕΣ

**ΜΕΡΟΣ Α:** Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.  
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

**A1.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α)  $x^3 - 27 = 0$

(4μ)

(β)  $\sqrt{2x - 8} = 4$

(6μ)

Λύση:

(α) α' τρόπος:

$$x^3 = 27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{27} \Rightarrow x = 3$$

β' τρόπος:

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = 0$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, \quad x^2 + 3x + 9 = 0 \text{ αδύνατη (δεν έχει πραγματικές λύσεις)}$$

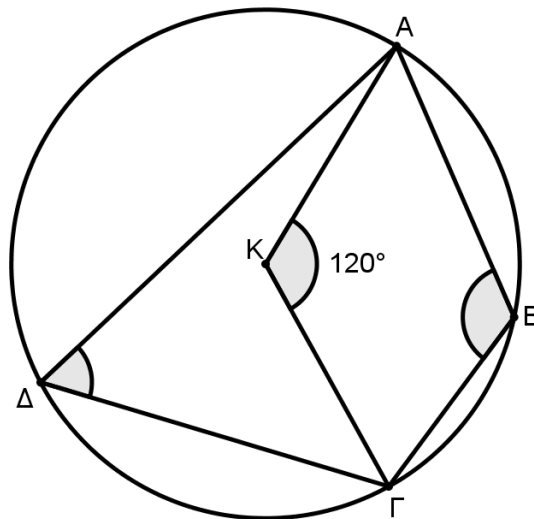
(β)

$$2x - 8 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$$

$$(\sqrt{2x - 8})^2 = 4^2 \Rightarrow 2x - 8 = 16 \Rightarrow 2x = 16 + 8 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{2} = 12 \text{ (δεκτή)}$$

**A2.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, 5cm)$  και τα σημεία του  $A, B, \Gamma$  και  $\Delta$ .

(α) Αν  $\widehat{AK\Gamma} = 120^\circ$ , να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών  $\widehat{A\Delta\Gamma}$  και  $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$  αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας. (6μ)



(β) Αν ο κύκλος  $(K, 5cm)$  εφάπτεται εξωτερικά με κύκλο  $(O, \rho)$  και για τη διάκεντρο των δυο κύκλων ισχύει  $(KO) = 11cm$ , να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας  $\rho$ . (4μ)

Λύση:

(α) α' τρόπος:

$$\widehat{A\Delta\Gamma} = \frac{120^\circ}{2} \text{ (θεώρημα εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνιάς)}$$

$$\widehat{A\Delta\Gamma} = 60^\circ$$

$$\widehat{A\hat{B}\Gamma} + \widehat{A\Delta\Gamma} = 180^\circ \text{ (απέναντι γωνίες εγγεγραμμένου τετραπλεύρου)}$$

$$\widehat{A\hat{B}\Gamma} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ - 60^\circ \Rightarrow \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 120^\circ$$

β' τρόπος:

$$\widehat{AB\Gamma} = 120^\circ \text{ (επίκεντρη γωνιά ίση με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου)}$$

$$\widehat{A\Delta\Gamma} = 60^\circ \text{ (εγγεγραμμένη γωνιά ίση με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου)}$$

$$\widehat{AB\Gamma} + \widehat{\Gamma\Delta A} = 360^\circ \text{ (τόξο } 360^\circ \text{ ή κύκλος)}$$

$$\widehat{\Gamma\Delta A} = 360^\circ - 120^\circ \Rightarrow \widehat{\Gamma\Delta A} = 240^\circ$$

$$\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \frac{240^\circ}{2} \text{ (εγγεγραμμένη γωνιά ίση με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου)}$$

$$\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 120^\circ$$

(β) Ο κύκλος  $(O, \rho)$  εφάπτεται εξωτερικά με τον κύκλο  $(K, 5cm) \Rightarrow \delta = R + \rho$

$$\delta = (KO) = \rho + 5 \Rightarrow \rho + 5 = 11 \Rightarrow \rho = 11 - 5 \Rightarrow \rho = 6cm$$

**A3.** (α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(8μ)

$$A = \frac{\eta\mu(90^\circ - \alpha)}{\varepsilon\varphi(270^\circ - \alpha)}, \quad B = \frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha)\sigma\varphi(270^\circ + \alpha)}{\varepsilon\varphi(180^\circ + \alpha)}$$

(β) Να αποδείξετε ότι  $A^2 + B^2 = 1$

(2μ)

|  |
|--|
| Λύση:  |
| (α)<br>$A = \frac{\eta\mu(90^\circ - \alpha)}{\varepsilon\varphi(270^\circ - \alpha)} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\varphi\alpha} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha}} = \eta\mu\alpha$<br>$B = \frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha)\sigma\varphi(270^\circ + \alpha)}{\varepsilon\varphi(180^\circ + \alpha)} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot (-\varepsilon\varphi\alpha)}{\varepsilon\varphi\alpha} = -\sigma\upsilon\nu\alpha$ |
| (β)<br>α' μέλος: $A^2 + B^2 = \eta\mu^2\alpha + (-\sigma\upsilon\nu\alpha)^2 = \eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 1 = \beta'$ μέλος.  |

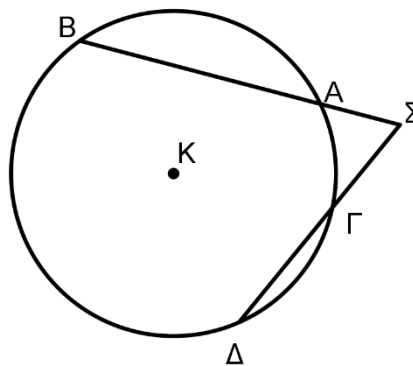
**A4.** Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τους πιο κάτω ισχυρισμούς.  
Να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στο τετράδιο απαντήσεων.

|     |  |
|-----|--|
| (α) | Η τιμή της ορίζουσας $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$ είναι ίση με $\alpha\delta - \beta\gamma$ |
| (β) | Αν δυο τρίγωνα είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\lambda = 2$ , τότε το μεγάλο τρίγωνο έχει διπλάσιο εμβαδόν από το μικρότερο.     |
| (γ) | Η εξίσωση $3x^2 - 7x + 3 = 0$ έχει λύσεις αντίστροφες.   |
| (δ) | Η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $f(x) = -3(x - 1)^2 + 4$ , έχει κορυφή το σημείο $(-1,4)$ .                         |
| (ε) | Για κάθε πραγματικό αριθμό $\alpha$ ισχύει $\sqrt{(\alpha - 5)^2} = \alpha - 5$  |

Λύση:

- (α) Σωστό
- (β) Λάθος
- (γ) Σωστό
- (δ) Λάθος
- (ε) Λάθος

**A5.** Οι προεκτάσεις των χορδών  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  του κύκλου  $(K, \rho)$  τέμνονται στο σημείο  $\Sigma$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



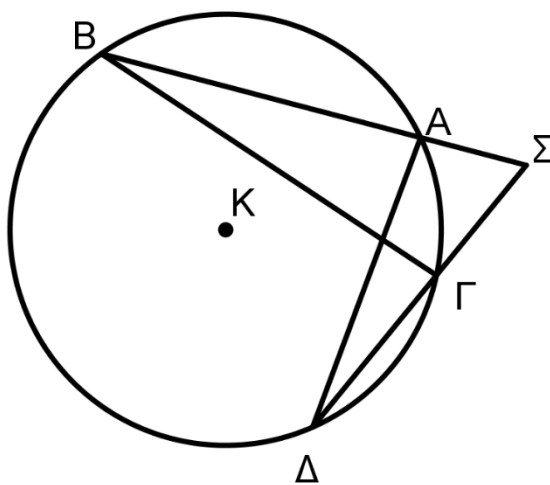
(α) Να αποδείξετε ότι:

$$(\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Gamma)(\Sigma \Delta)$$

(5μ)

(β) Αν  $\Sigma A = 3 \text{ cm}$ ,  $AB = 9 \text{ cm}$ ,  $\Sigma \Gamma = x \text{ cm}$  και  $\Gamma \Delta = 5 \text{ cm}$ , να υπολογίσετε το  $x$ .

(5μ)



Λύση:

(α) α' τρόπος:

Συγκρίνω τα τρίγωνα  $\Sigma A\Delta$  και  $\Sigma \Gamma B$ .

Ισχύει ότι:

$\hat{A}\hat{\Sigma}\hat{\Gamma}$  κοινή γωνία

$\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$  (εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο τόξο  $A\Gamma$ )

Επομένως τα τρίγωνα  $\Sigma A\Delta$  και  $\Sigma \Gamma B$  είναι όμοια.

(δύο γωνίες ίσες μία προς μία)

Σε όμοια τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ομόλογες πλευρές.

$$\text{Ισχύει: } \frac{\Sigma A}{\Sigma \Gamma} = \frac{\Sigma \Delta}{\Sigma B} = \frac{A\Delta}{\Gamma B}$$

$$\Rightarrow (\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Delta)(\Sigma \Gamma)$$

β' τρόπος:

Συγκρίνω τα τρίγωνα  $\Sigma A\Gamma$  και  $\Sigma B\Delta$ .

Ισχύει ότι:

$\hat{A}\hat{\Sigma}\hat{\Gamma}$  κοινή γωνία

$\hat{\Sigma}\hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{\Sigma}\hat{\Delta}\hat{B}$  (ως παραπληρωματικές της  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$ , αφού

$\hat{\Sigma}\hat{A}\hat{\Gamma} = 180^\circ - \hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$  ( $\hat{\Sigma}\hat{A}\hat{B}$  ευθεία γωνία) και

$\hat{\Sigma}\hat{\Delta}\hat{B} = 180^\circ - \hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$  ( $AB\Delta\Gamma$  εγγεγραμμένο τετράπλευρο))

Επομένως τα τρίγωνα  $\Sigma A\Gamma$  και  $\Sigma \Delta B$  είναι όμοια.

(δύο γωνίες ίσες μία προς μία)

Σε όμοια τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ομόλογες πλευρές.

$$\text{Ισχύει: } \frac{\Sigma A}{\Sigma \Delta} = \frac{A\Gamma}{\Delta B} = \frac{\Sigma \Gamma}{\Sigma B}$$

$$\Rightarrow (\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Delta)(\Sigma \Gamma)$$

(β)

Από (α)  $(\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Delta)(\Sigma \Gamma)$

$$3(3 + 9) = x(x + 5)$$

$$36 = x^2 + 5x$$

$$x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$(x + 9)(x - 4) = 0$$

$x = -9$  απορρίπτεται,  $x = 4$  δεκτή.

**A6.** Δίνεται η εξίσωση  $2x^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ , με λύσεις  $x_1$  και  $x_2$ .

(α) Να γράψετε συναρτήσεις των  $\beta$  και  $\gamma$  τις πιο κάτω παραστάσεις:

(4μ)

i.  $x_1 + x_2$

ii.  $2x_1x_2$

(β) Αν ισχύει  $\beta^2 = 8\gamma$ , να βρείτε το είδος των λύσεων της πιο πάνω εξίσωσης.

(4μ)

(γ) Αν τα σημεία  $T(7, y)$  και  $T'(-5, y)$  είναι συμμετρικά σημεία της γραφικής παράστασης

της  $f(x) = 2x^2 + \beta x + \gamma$ , να βρείτε την τιμή του  $\beta$ .

(2μ)

Λύση:

(α)

(i)  $x_1 + x_2 = S = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{\beta}{2}$

(ii)  $2x_1x_2 = 2P = 2 \cdot \frac{\gamma}{\alpha} = 2 \cdot \frac{\gamma}{2} = \gamma$

(β)

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = \beta^2 - 4 \cdot 2\gamma = \beta^2 - 8\gamma$$

$$\text{Από τη σχέση } \beta^2 = 8\gamma \Rightarrow \Delta = 8\gamma - 8\gamma = 0$$

$\Rightarrow$  Η εξίσωση  $2x^2 + \beta x + \gamma = 0$  έχει δύο λύσεις πραγματικές και ίσες.

(γ) Αφού  $T(7, y)$  και  $T'(-5, y)$  είναι συμμετρικά σημεία της γραφικής παράστασης της  $f(x) = 2x^2 + \beta x + \gamma$ , ο άξονας συμμετρίας περνά από το μέσο του  $(T'T')$ .

$$x_M = \frac{x_T + x_{T'}}{2} = \frac{7 - 5}{2} = 1$$

Εξίσωση άξονα συμμετρίας:

$$x = -\frac{\beta}{2\alpha} \Rightarrow 1 = \frac{-\beta}{2 \cdot 2} \Rightarrow 1 = \frac{-\beta}{4} \Rightarrow -\beta = 4 \Rightarrow \beta = -4$$

β' τρόπος:

$$T(7, y) \text{ και } T'(-5, y) \Rightarrow y = f(7) = f(-5) \Rightarrow$$

$$2 \cdot 7^2 + 7\beta + \gamma = 2 \cdot (-5)^2 - 5\beta + \gamma \Rightarrow 98 + 7\beta = 50 - 5\beta \Rightarrow$$

$$7\beta + 5\beta = 50 - 98 \Rightarrow 12\beta = -48 \Rightarrow \beta = -4$$

**ΜΕΡΟΣ Β:** Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Η άσκηση Β1 βαθμολογείται με 10 μονάδες, ενώ οι ασκήσεις Β2 και Β3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

**Β1.** Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$ .

Από τη γραφική παράσταση:

(α) Να βρείτε:

i. το πρόσημο του  $a$  (1μ)

ii. τις συντεταγμένες της κορυφής (1μ)

iii. την τιμή του  $\gamma$  (1μ)

iv. τις λύσεις της εξίσωσης  $f(x) = 0$  (2μ)

v. την εξίσωση του άξονα συμμετρίας (1μ)

vi. το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$  (1μ)

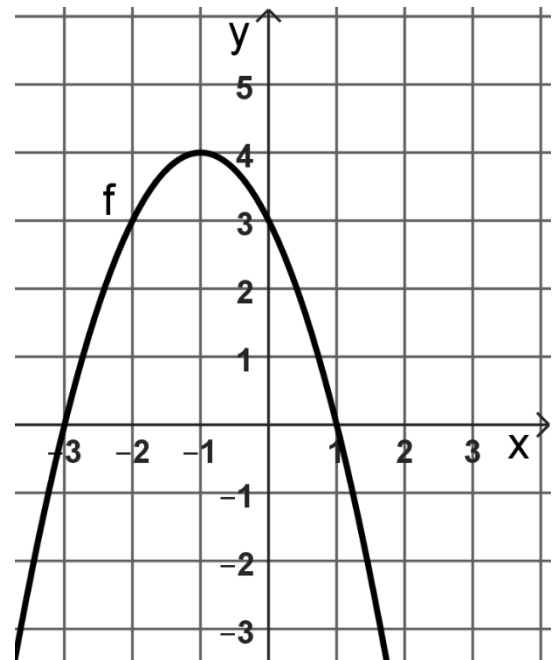
vii. το πρόσημο της

διακρίνουσας  $\Delta$  της εξίσωσης  $f(x) = 5$

(1μ)

(β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα προσήμου

της παράστασης  $A = \frac{xf(x)}{x+4}$  (2μ)



|                         |
|-------------------------|
| Λύση:                   |
| (α) i. $a < 0$          |
| ii. $(-1, 4)$           |
| iii. $\gamma = 3$       |
| iv. $x_1 = -3, x_2 = 1$ |
| v. $x = -1$             |
| vi. $(-\infty, 4]$      |
| vii. $\Delta < 0$       |

(β)

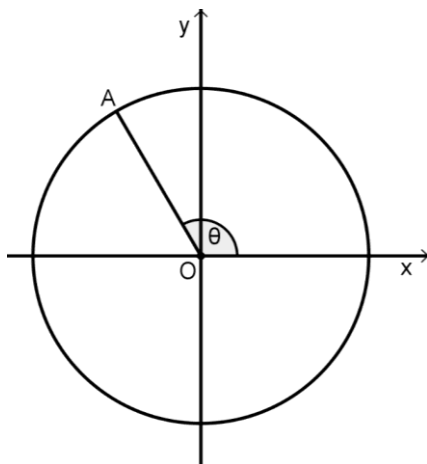
|                     |           |    |    |   |   |           |
|---------------------|-----------|----|----|---|---|-----------|
| x                   | $-\infty$ | -4 | -3 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| πρόσημο του         |           |    |    |   |   |           |
| $\frac{xf(x)}{x+4}$ | -         | +  | 0  | - | 0 | -         |

**B2.** (α) Να γράψετε τον ορισμό του τριγωνομετρικού κύκλου. (2μ)

(β) Αν το σημείο  $A\left(-\frac{5}{13}, \alpha\right)$  ανήκει στον τριγωνομετρικό κύκλο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε:

i. την τιμή του  $\alpha$  (4μ)

ii. τη γωνία  $\theta$ , με προσέγγιση δεκάτου. (2μ)



(γ) Αν  $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ , να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης: (7μ)

$$B = \varepsilon\varphi^2\theta - \frac{2\tau\epsilon\mu\theta}{5}$$

είναι ίση με  $B = \frac{34}{5}$

Λύση:

(α) Τριγωνομετρικός κύκλος ονομάζεται ο κύκλος που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ίση με μία μονάδα.

(β)

(i)  $A\left(-\frac{5}{13}, \alpha\right) \in$  στον τριγωνομετρικό κύκλο

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \left(-\frac{5}{13}\right)^2 + a^2 = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 - \frac{25}{169} \Rightarrow a^2 = \frac{144}{169} \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{144}{169}} \Rightarrow a = \pm \frac{12}{13} \Rightarrow a = + \frac{12}{13}$$

αφού  $A\left(-\frac{5}{13}, \alpha\right)$  στο δεύτερο τεταρτημόριο.

$$(ii) \text{ συν}\theta = \frac{x}{\rho} = -\frac{5}{13} \text{ (ή } \text{συν}\theta = x \text{) } (\rho = 1)$$

$$\text{συν}\theta \cong \text{συν}112,6^\circ$$

$$\theta \cong 112,6^\circ$$

(Μπορεί να λυθεί και με χρήση άλλων τριγωνομετρικών αριθμών,  $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ ,

$$\epsilon\varphi\theta = -\frac{12}{5} \Rightarrow \theta \cong 112,6^\circ)$$

(γ) α' τρόπος:

$$B = \epsilon\varphi^2\theta - \frac{2\tau\epsilon\mu\theta}{5} \Rightarrow B = \frac{\eta\mu^2\theta}{\sigma\upsilon\nu^2\theta} - \frac{2}{5} \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta}$$

$$B = \frac{\left(\frac{12}{13}\right)^2}{\left(-\frac{5}{13}\right)^2} - \frac{2}{5\left(-\frac{5}{13}\right)} \Rightarrow B = \frac{\frac{144}{169}}{\frac{25}{169}} + \frac{2}{25}$$

$$B = \frac{144}{25} + \frac{26}{25} \Rightarrow B = \frac{170}{25} = \frac{34}{5}$$

β' τρόπος:

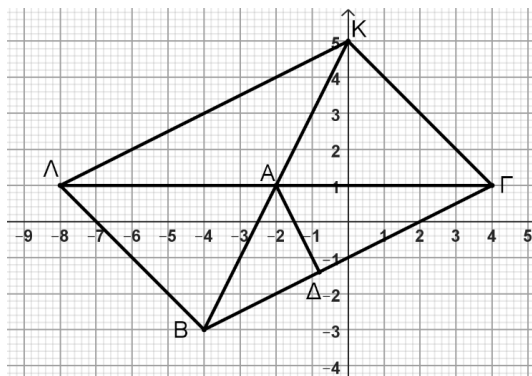
$$\epsilon\varphi\theta = \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5} \text{ και}$$

$$\tau\epsilon\mu\theta = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta} = -\frac{13}{5}$$

$$B = \left(-\frac{12}{5}\right)^2 - \frac{2\left(-\frac{13}{5}\right)}{5}$$

$$B = \frac{144}{25} + \frac{26}{25} = \frac{170}{25} = \frac{34}{5}$$

- B3.** Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφή  $B(-4, -3)$ . Τα σημεία  $A$  και  $\Gamma$  του τριγώνου βρίσκονται πάνω στην ευθεία  $y = 1$ . Η εξίσωση του ύψους  $AD$  είναι  $2x + y + 3 = 0$ .
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $A$ . (2μ)
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $B\Gamma$ . (3,5μ)
- (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής  $\Gamma$ . (2μ)
- (δ) Αν  $A(-2,1)$  και  $\Gamma(4,1)$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (3μ)
- (ε) Να υπολογίσετε τη γωνία  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  (με προσέγγιση δεκάτου). (3μ)
- (στ) Αν το σημείο  $A$  είναι το μέσο της  $BK$ , όπου  $K(0,5)$ , να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $\Lambda$ , ώστε το τετράπλευρο  $B\Gamma K\Lambda$  να είναι παραλληλόγραμμο. (1,5μ)



Λύση:

(α) Το σημείο  $A$  είναι το σημείο τομής των ευθειών  $AG$ ,  $AD$  δηλαδή το σημείο τομής των ευθειών  $y = 1$  και  $2x + y + 3 = 0$ :

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + 3 = 0 \\ y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x + 1 + 3 = 0 \\ 2x = -4 \Rightarrow x = -2 \\ A(-2, 1) \end{array}$$

(β)

$$B\Gamma \perp AD$$

$$\lambda_{B\Gamma} \cdot \lambda_{AD} = -1$$

$$\lambda_{AD} = -2$$

$$\lambda_{B\Gamma} = \frac{1}{2}$$

$$B\Gamma: y - y_B = \lambda_{B\Gamma}(x - x_B)$$

$$y + 3 = \frac{1}{2}(x + 4)$$

$$2y + 6 = x + 4$$

$$B\Gamma: x - 2y - 2 = 0$$

(γ)

$\Gamma$  σημείο τομής των ευθειών  $B\Gamma$  και  $AG$ :

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y - 2 = 0 \\ y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x - 2 - 2 = 0 \\ x = 4 \Rightarrow \Gamma(4, 1) \end{array}$$

$$x = 4 \Rightarrow \Gamma(4, 1)$$

(δ)

$A(-2,1), B(-4,-3), \Gamma(4,1)$

$$E = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -4 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left( \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} \right)$$
$$= \frac{1}{2} | -4 + 12 + 2 + 4 + 6 + 4 | = \frac{1}{2} | 24 | = 12 \text{ τ.μ.}$$

β' τρόπος:

$$E = \frac{\beta \cdot \nu}{2}$$

$$\beta = (B\Gamma) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4 + 4)^2 + (1 + 3)^2} = 4\sqrt{5} \text{ μ.μ.}$$

$$\nu = (A\Delta) = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-2 - 2 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}} \text{ μ.μ.}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot \frac{6}{\sqrt{5}} = 12 \text{ τ.μ.}$$

γ' τρόπος:

$(A\Gamma) = 6$  βάση με  $(BE) = 4$  ύψος (όπου  $E(-4,1)$ )

$$E = \frac{\beta \cdot \nu}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ τ.μ.}$$

(ε)

$$\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \lambda_{AB} = \frac{-3 - 1}{-4 + 2} \Rightarrow \lambda_{AB} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$\varepsilon\varphi A = \frac{\lambda_{A\Gamma} - \lambda_{AB}}{1 + \lambda_{A\Gamma}\lambda_{AB}} \Rightarrow \varepsilon\varphi A = \frac{0 - 2}{1 + 0 \cdot 2} \Rightarrow \varepsilon\varphi A = \frac{-2}{1} = -2 \Rightarrow \hat{A} \cong 116,6^\circ$$

(στ)

$A$  ως σημείο τομής των διαγωνίων είναι το μέσο της  $BK$  και της  $\Gamma\Lambda$

(διαγώνιοι παραλληλογράμμου  $B\Gamma K\Lambda$  διχοτομούνται)

$$x_A = \frac{x_\Gamma + x_\Lambda}{2} \Rightarrow -2 = \frac{4 + x_\Lambda}{2} \Rightarrow -4 = 4 + x_\Lambda \Rightarrow x_\Lambda = -8$$

$$y_A = \frac{y_\Gamma + y_\Lambda}{2} \Rightarrow 1 = \frac{1 + y_\Lambda}{2} \Rightarrow 2 = 1 + y_\Lambda \Rightarrow y_\Lambda = 1$$

$\Lambda(-8,1)$

**ΤΕΛΟΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ**