

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2026

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)
Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 26 Ιουνίου 2026
8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο το οποίο αποτελείται από δύο (2) σελίδες.

Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να βρείτε το αόριστο ολοκλήρωμα:

$$\int (12x^3 + 4x^2 - 8x + 3)dx$$

A2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x) = x^2 - 12x + 7$, $x \in \mathbb{R}$, ως προς τη μονοτονία.

A3. Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν:

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{8} \text{ και } P(A \cup B) = \frac{7}{12}$$

(α) Να υπολογίσετε τις πιο κάτω πιθανότητες:

(i) $P(A \cap B)$

(1 μονάδα)

(ii) $P(B - A)$

(1 μονάδα)

(iii) $P(B/A)$

(2 μονάδα)

(β) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα.

(1 μονάδα)

- A4.** Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 1, x \in \mathbb{R}$.
- (α) Να αποδείξετε ότι η f δεν παρουσιάζει τοπικά ακρότατα. **(4 μονάδες)**
- (β) Αν $\kappa < 0$, να βρείτε το πρόσημο του $f(\kappa)$. **(1 μονάδα)**

- A5.** Δίνεται η λέξη **ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ**.
- (α) Να βρείτε το πλήθος όλων των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης. **(2 μονάδες)**
- (β) Να βρείτε πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς αρχίζουν με σύμφωνο και περιέχουν τη λέξη **ΚΛΗΡΟΣ**. **(3 μονάδες)**

- A6.** Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \alpha x^3 - 3x^2 + 2\beta x - 5, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$$

Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β , αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x = 2$ και η γραφική της παράσταση παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = -1$.

- A7.** Ένας κύλινδρος και ένας κώνος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι κατά $324\pi \text{ cm}^3$ μεγαλύτερος από τον όγκο του κώνου. Το ύψος του κυλίνδρου είναι 8 cm και το ύψος του κώνου είναι 12 cm .
Να υπολογίσετε:
- (α) την ακτίνα της βάσης του κώνου, **(2 μονάδες)**
- (β) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου. **(3 μονάδες)**

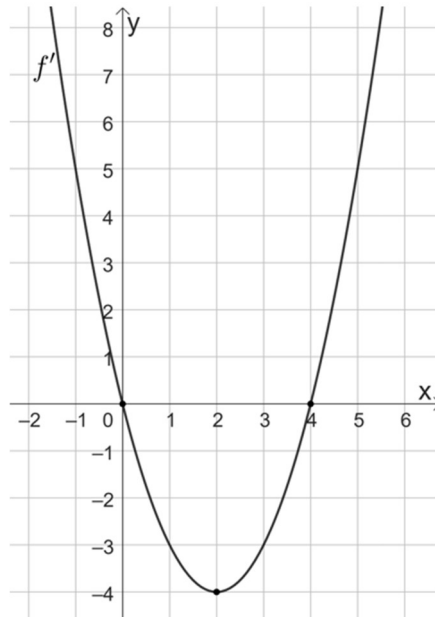
- A8.** Ένας κηπουρός θέλει να περιφράξει ένα χώρο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου στην αυλή του, έτσι ώστε η μία πλευρά του να είναι ο εξωτερικός τοίχος της αποθήκης του σπιτιού του. Θα χρησιμοποιήσει δίκτυ μήκους 120 m για να περιφράξει τις άλλες τρεις πλευρές του. Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν του περιφραγμένου χώρου.

- A9.** Μία εταιρεία κυβερνοασφάλειας στη Λευκωσία σχεδιάζει ένα νέο σύστημα κλειδώματος. Ο κωδικός πρόσβασης για κάθε χρήστη αποτελείται από 6 διαφορετικούς χαρακτήρες, οι οποίοι επιλέγονται από το σύνολο των ψηφίων $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ και το σύνολο των γραμμάτων $\{A, B, \Gamma, \Delta, E\}$.

Να βρείτε πόσοι διαφορετικοί κωδικοί μπορούν να σχηματιστούν, αν ο κωδικός:

- (α) περιέχει 4 ψηφία και 2 γράμματα,
- (β) αρχίζει με 3 ψηφία ακολουθούμενα από 3 γράμματα.

A10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου (f') μίας πολυωνυμικής συνάρτησης f .



- (α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. **(1 μονάδα)**
- (β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα και να τα χαρακτηρίσετε. **(2 μονάδες)**
- (γ) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την κυρτότητα. **(1 μονάδα)**
- (δ) Έστω η πολυωνυμική συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει:

$$\int (g(x) + 6) dx = f(x) + c$$

Να βρείτε την τιμή του $g(2)$. **(1 μονάδα)**

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

B1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$$

- (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες των συντεταγμένων. **(1,5 μονάδες)**
- (β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς:
- (i) τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα, **(3 μονάδες)**
 - (ii) την κυρτότητα και τα σημεία καμπής, **(1,5 μονάδες)**
 - (iii) τη συμπεριφορά της στα άκρα του πεδίου ορισμού της. **(1 μονάδα)**
- (γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . **(3 μονάδες)**

B2. Ένα γεωργικό ινστιτούτο στην ελεύθερη περιοχή Αμμοχώστου μελέτησε τη σχέση ανάμεσα στον μέσο αριθμό ωρών καθημερινής ηλιοφάνειας κατά τη διάρκεια του ανοιξιάτικου μήνα ανάπτυξης και στην τελική ετήσια σοδειά πατάτας (σε τόνους ανά δεκάριο). Τα δεδομένα από 5 τυχαία επιλεγμένα αγροτεμάχια στα Κοκκινοχώρια καταγράφηκαν στον παρακάτω πίνακα:

Ώρες Ηλιοφάνειας (x)	6	7	9	9	9
Σοδειά σε Τόνους (y)	2	3	4	5	6

- (α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ωρών ηλιοφάνειας (\bar{x}) και τη μέση τιμή των τόνων της σοδειάς (\bar{y}). **(2 μονάδες)**
- (β) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς. **(2 μονάδες)**
- (γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή συσχέτισης των δύο μεταβλητών. **(5 μονάδες)**
- (δ) Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών. **(1 μονάδα)**

B3. Δίνονται τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

- (α) Να βρείτε πόσοι τετραψήφιοι αριθμοί σχηματίζονται με τα πιο πάνω ψηφία, χωρίς επανάληψη ψηφίου. **(2 μονάδες)**
- (β) Παίρνουμε τυχαία έναν από τους πιο πάνω τετραψήφιους αριθμούς.
Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων ο αριθμός που επιλέξαμε:
- (i) A: Να είναι περιττός. **(2 μονάδες)**
 - (ii) B: Να μην περιέχει το ψηφίο 5. **(2 μονάδες)**
 - (iii) Γ: Να είναι άρτιος και να περιέχει το ψηφίο 5. **(4 μονάδες)**

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ

1. Στατιστική

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\nu} (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} \quad \text{ή} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i^2}{\nu} - \bar{x}^2},$$

$$\text{όπου } \nu = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i$$

$$r = \frac{\Sigma_{xy} - \nu \bar{x} \bar{y}}{\nu S_x S_y}, \quad \text{όπου } \Sigma_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1 + t^2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi\kappa + \pi - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi x = \epsilon\phi\alpha$	$x = 180^\circ\kappa + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi\kappa + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλυρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$

Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$, Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \nu \eta x \quad (\sigma \nu \eta x)' = -\eta \mu x \quad (\varepsilon \varphi x)' = \tau \varepsilon \mu^2 x \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau \varepsilon \mu x \, dx = \ln |\tau \varepsilon \mu x + \varepsilon \varphi x| + c \quad \int \sigma \tau \varepsilon \mu x \, dx = \ln \left| \varepsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c \quad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \varepsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

7. Απλός Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$