

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ**

**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2026

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη Τ.Σ. (Θ.Κ.) (414)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τετάρτη, 10 Ιουνίου 2026

8:00 – 10:30

**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α΄, Β΄ και Γ΄) και Ο
Θεματοθέτης να γράψει ολογράφως τον συνολικό αριθμό σελίδων (17) σελίδες.**

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις

1. Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο. Σε περίπτωση που θα χρειαστεί περισσότερος χώρος για τις απαντήσεις, να χρησιμοποιηθεί ο συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων στη σελίδα 17.
2. Επιτρέπεται η χρήση πέννας χρώματος μπλε μόνο.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή άλλου υλικού.
5. Δίνεται τυπολόγιο σε ξεχωριστό φύλλο.

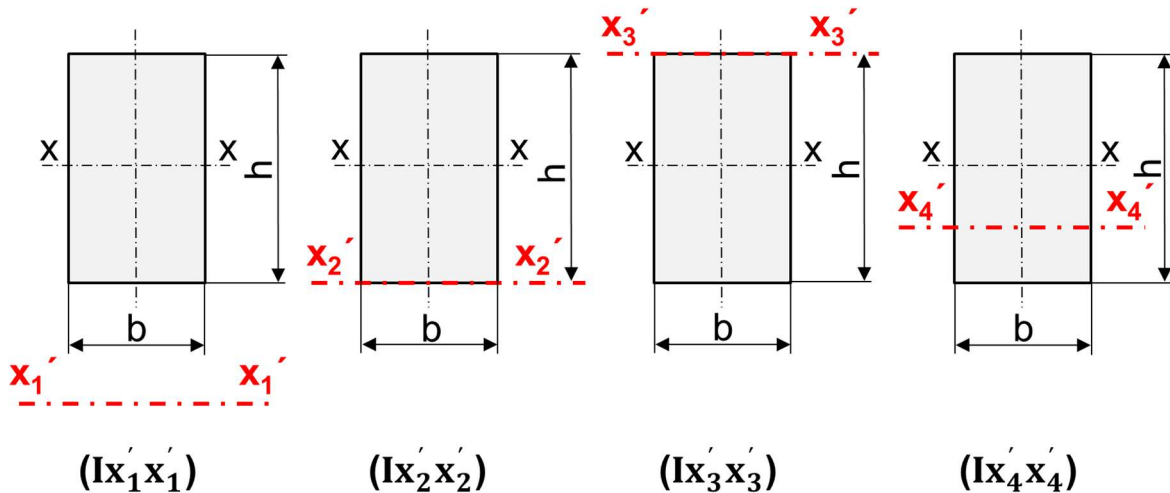
ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από δώδεκα (12) ερωτήσεις.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

1. Στο Σχήμα 1, φαίνεται η ίδια διατομή δοκού με πλάτος b , ύψος h και κεντροβαρικό άξονα $X-X$. Η μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον παράλληλο άξονα $X'-X'$ είναι:



Σχήμα 1

(α) $I_{X_1'X_1'}$

(β) $I_{X_2'X_2'}$

(γ) $I_{X_3'X_3'}$

(δ) $I_{X_4'X_4'}$

2. Σε άτρακτο με διάμετρο διατομής d ασκείται στρεπτική ροπή M_t . Αν η διάμετρος της διατομής της ατράκτου διπλασιαστεί και η στρεπτική ροπή παραμείνει η ίδια, τότε η μέγιστη διατμητική τάση $\tau_{\max}$, θα:

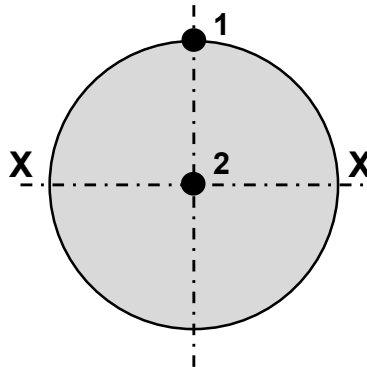
(α) αυξηθεί κατά 2 φορές

(β) αυξηθεί κατά 4 φορές

(γ) μειωθεί κατά 8 φορές

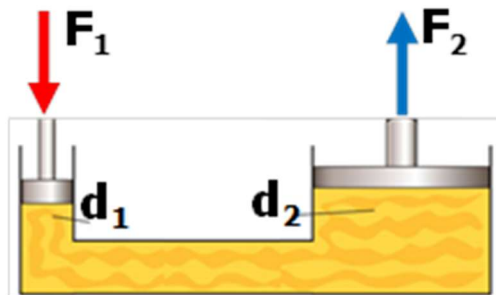
(δ) μειωθεί κατά 16 φορές.

3. Στο Σχήμα 2, φαίνεται δοκός κυκλικής διατομής διαμέτρου d , η οποία καταπονείται σε κάμψη ως προς τον άξονα X-X. Η τάση που αναπτύσσεται στη δοκό στο σημείο 2 είναι:



Σχήμα 2

- (α) $\sigma_2 = 0$
- (β) $\sigma_2 = \sigma_1 / 2$
- (γ) $\sigma_2 = 2 \cdot \sigma_1$
- (δ) $\sigma_2 = \sigma_1$.
4. Στο Σχήμα 3, φαίνεται υδραυλικό πιεστήριο στο οποίο η σχέση μεταξύ των διαμέτρων των εμβόλων είναι $d_2 = 4 \cdot d_1$. Η ορθή σχέση μεταξύ των δυνάμεων F_1 και F_2 είναι:



Σχήμα 3

- (α) $F_2 = F_1$
- (β) $F_2 = 4 \cdot F_1$
- (γ) $F_2 = 16 \cdot F_1$
- (δ) $F_2 = 32 \cdot F_1$.

5. Ιδανικό αέριο περιέχεται σε έμβολο με όγκο $V_1 = 100 \text{ cm}^3$. Η πίεση του αερίου είναι $P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ και η θερμοκρασία του είναι $\theta_1 = 27^\circ \text{C}$. Εάν η πίεση του αερίου παραμείνει σταθερή ($P_2 = P_1$) και η θερμοκρασία του ανέλθει στους $\theta_2 = 87^\circ \text{C}$, τότε ο όγκος V_2 του αερίου θα γίνει ίσος με:

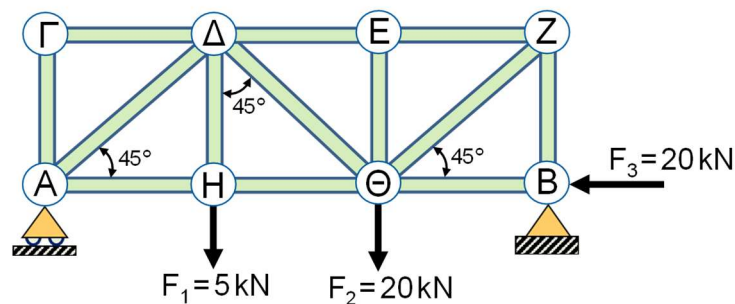
(α) $V_2 = 33,3 \text{ cm}^3$

(β) $V_2 = 79,7 \text{ cm}^3$

(γ) $V_2 = 120 \text{ cm}^3$

(δ) $V_2 = 300 \text{ cm}^3$.

6. Στο δικτύωμα του Σχήματος 4, οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:



Σχήμα 4

(α) ΑΓ, ΑΗ και ΒΖ

(β) ΑΓ, ΓΔ και ΕΘ

(γ) ΒΖ, ΓΔ και ΕΘ

(δ) ΑΗ, ΗΘ και ΕΘ.

7. Κοίλος άξονας μάζας $m = 300 \text{ kg}$ με εξωτερική διάμετρο $D = 160 \text{ mm}$ και εσωτερική διάμετρο $d = 80 \text{ mm}$, περιστρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση $\alpha = 5 \text{ rad/s}^2$. Να υπολογίσετε τη ροπή στρέψης M_t που ασκείται στον άξονα, εάν η ροπή στρέψης της τριβής στα έδρανα είναι $M_{tfr} = 1 \text{ Nm}$.

$$I = m \cdot \left(\frac{D^2}{8} + \frac{d^2}{8} \right) = 300 \cdot \left(\frac{0,16^2}{8} + \frac{0,08^2}{8} \right) \Rightarrow I = 1,2 \text{ kgm}^2$$

$$\sum M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$M_t = I \cdot \alpha + M_{tfr} = 1,2 \cdot 5 + 1 \Rightarrow M_t = 7 \text{ Nm}$$

8. Άτρακτος με εξωτερική διάμετρο $D = 160 \text{ mm}$ και εσωτερική διάμετρο $d = 40 \text{ mm}$ περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 13 \text{ rad/s}$ και μεταφέρει ισχύ $P = 1 \text{ MW}$. Αν η πολική ροπή αδράνειας της διατομής της ατράκτου είναι $J = 64,06 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$, να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση διάτμησης $\tau_{\max}$.

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G \cdot \theta}{\ell} \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_t \cdot r}{J} \quad (1)$$

$$r = \frac{D}{2} = \frac{160}{2} \Rightarrow r = 80 \text{ mm}$$

$$P = M_t \cdot \omega \Rightarrow M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{1 \cdot 10^6}{13} \Rightarrow M_t = 76,9 \text{ kNm} = 76,9 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{76,9 \cdot 10^6 \cdot 80}{64,06 \cdot 10^6} \Rightarrow \tau_{\max} = 96 \text{ N/mm}^2$$

9. Σε δοκό ορθογωνικής διατομής, πλάτους b και ύψους h , ασκείται μέγιστη ροπή κάμψης $M_{b\max} = 225 \text{ kNm}$ και μέγιστη τάση κάμψης $\sigma_{b\max} = 200 \text{ N/mm}^2$. Να υπολογίσετε το ελάχιστο πλάτος b της δοκού εάν το ύψος της δοκού είναι $h = 300 \text{ mm}$.

$$M_{b\max} = 225 \text{ kNm} = 225 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

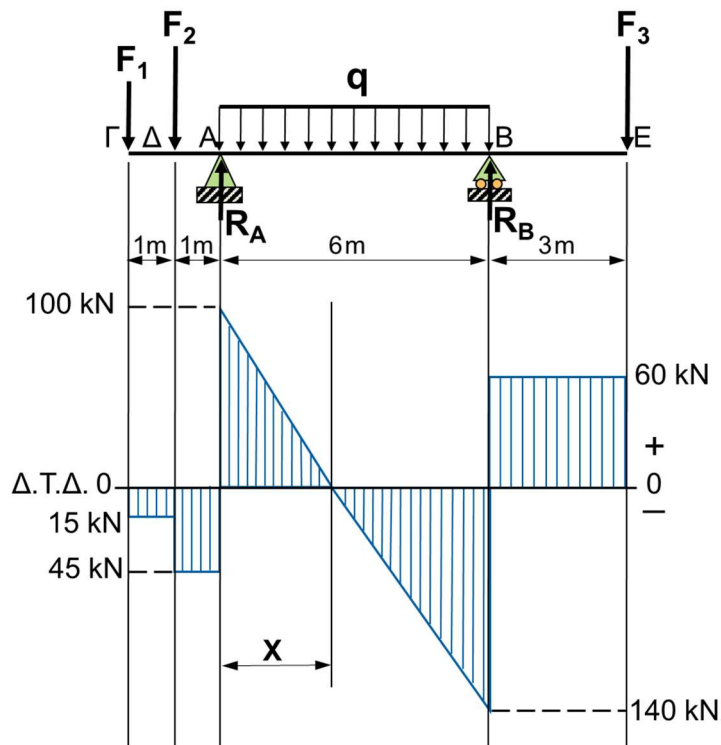
$$\frac{M_{b\max}}{I_{XX}} = \frac{\sigma_{b\max}}{y_{\max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow I_{XX} = \frac{M_{b\max} \cdot y_{\max}}{\sigma_{b\max}} \quad (1)$$

$$I_{XX} = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{M_{b\max} \cdot \frac{h}{2}}{\sigma_{b\max}} \Rightarrow$$

$$b = \frac{M_{b\max} \cdot \frac{h}{2} \cdot 12}{\sigma_{b\max} \cdot h^3} = \frac{M_{b\max} \cdot 6}{\sigma_{b\max} \cdot h^2} = \frac{225 \cdot 10^6 \cdot 6}{200 \cdot 300^2} \Rightarrow b = 75 \text{ mm}$$

10. Στο Σχήμα 5 φαίνεται το Διάγραμμα Τεμνουσών Δυνάμεων (Δ.Τ.Δ.), δοκού στην οποία ασκείται το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q και τα συγκεντρωμένα φορτία F_1 , F_2 και F_3 . Να υπολογίσετε την απόσταση X , όπου η τέμνουσα δύναμη μηδενίζεται:



Σχήμα 5

ΑΠΟ ΤΟ Δ.Τ.Δ.:

$$F_1 = 15 \text{ kN}, F_2 = 30 \text{ kN}, R_A = 145 \text{ kN}$$

$$Q = 240 \text{ kN} \Rightarrow q = \frac{Q}{L} = \frac{240}{6} \Rightarrow q = 40 \text{ kN/m}$$

$$T.\Delta._{(A-B)} = 0 \Rightarrow -F_1 - F_2 + R_A - q \cdot X = 0 \Rightarrow$$

$$X = \frac{-F_1 - F_2 + R_A}{q} = \frac{-15 - 30 + 145}{40} \Rightarrow X = 2,5 \text{ m}$$

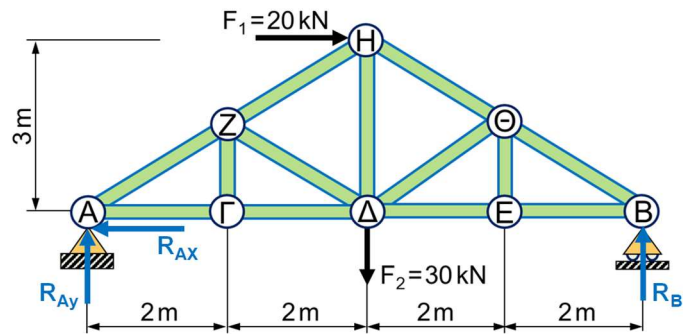
11. Για να αυξηθεί το μήκος χαλύβδινης ράβδου μάζας $m = 3 \text{ kg}$ κατά $\Delta \ell = 1,2 \text{ mm}$, απαιτείται ποσότητα θερμότητας $Q = 92 \text{ kJ}$. Αν η ειδική θερμοχωρητικότητα του χάλυβα είναι $c = 0,460 \text{ kJ / Kg} \cdot \text{K}$ και ο συντελεστής γραμμικής διαστολής είναι $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{K}^{-1}$, να υπολογίσετε το αρχικό μήκος της ράβδου ℓ_0 .

$$\Delta \ell = \alpha \cdot \ell_0 \cdot \Delta \theta \Rightarrow \ell_0 = \frac{\Delta \ell}{\alpha \cdot \Delta \theta} \quad (1)$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{Q}{m \cdot c} \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow \ell_0 = \frac{\Delta \ell \cdot m \cdot c}{\alpha \cdot Q} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 0,460}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 92} \Rightarrow \ell_0 = 1,5 \text{ m}$$

12. Στο Σχήμα 6 φαίνεται επίπεδο δικτύωμα. Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στα στηρίγματα A και B.



Σχήμα 6

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 4 - R_B \cdot 8 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 4}{8} = \frac{20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{8} \Rightarrow R_B = 22,5 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot 8 + F_1 \cdot 3 - F_2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} = \frac{F_2 \cdot 4 - F_1 \cdot 3}{8} = \frac{30 \cdot 4 - 20 \cdot 3}{8} \Rightarrow R_{Ay} = 7,5 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_B - F_2 = 22,5 + 7,5 - 30 = 0$$

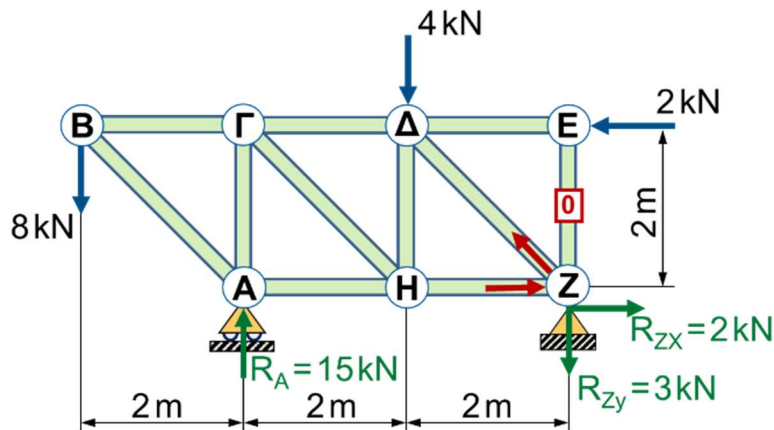
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{AX} + F_1 = 0 \Rightarrow R_{AX} = -F_1 = -20 \text{ kN} \Rightarrow R_{AX} = 20 \text{ kN} \leftarrow$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

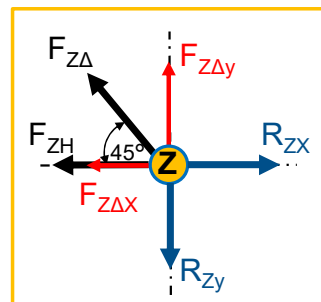
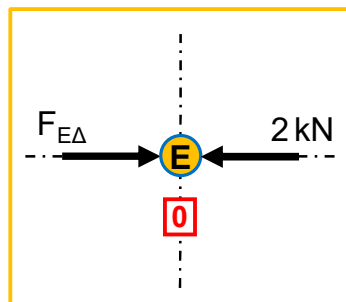
ΜΕΡΟΣ Β': Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. (α) Στο Σχήμα 7 φαίνεται επίπεδο δικτύωμα, όπου οι αντιδράσεις στα στηρίγματα A και Z είναι $R_A = 15 \text{ kN}$, $R_{Zy} = 3 \text{ kN}$ και $R_{Zx} = 2 \text{ kN}$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, τις εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους του κόμβου Z και να κατονομάσετε το είδος της καταπόνησής τους.
Μονάδες (4)



Σχήμα 7



ΚΟΜΒΟΣ Ε: $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{EZ} = 0 \text{ kN}$

ΚΟΜΒΟΣ Ζ

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Z\Delta y} - R_{Zy} = 0 \Rightarrow F_{Z\Delta} \cdot \eta\mu 45^\circ = R_{Zy} \Rightarrow$$

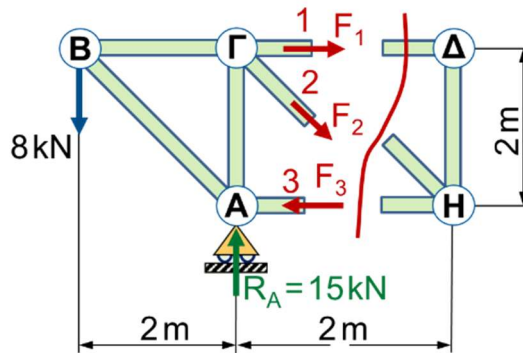
$$F_{Z\Delta} = \frac{R_{Zy}}{\eta\mu 45^\circ} = \frac{3}{0,707} \Rightarrow F_{Z\Delta} = 4,24 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Zx} - F_{ZH} - F_{Z\Delta x} = 0 \Rightarrow F_{ZH} = R_{Zx} - F_{Z\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ \Rightarrow$$

$$F_{ZH} = 2 - 4,24 \cdot 0,707 = -1 \text{ kN} \Rightarrow F_{ZH} = 1 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

(β) Στο Σχήμα 8 φαίνεται επίπεδο δικτύωμα, όπου οι αντιδράσεις στα στηρίγματα A και Z είναι $R_A = 15 \text{ kN}$, $R_{Zy} = 3 \text{ kN}$ και $R_{Zx} = 2 \text{ kN}$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των τομών, τις εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους 1, 2 και 3 και να κατονομάσετε το είδος της καταπόνησής τους.

Μονάδες (4)



Σχήμα 8

ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΤΗΣ ΤΟΜΗΣ

$$\sum M_{\Gamma} = 0 \Rightarrow -8 \cdot 2 - F_3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_3 = -8 \text{ kN} \Rightarrow F_3 = 8 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

ΔΥΣΗ (i)

$$\sum M_H = 0 \Rightarrow -8 \cdot 4 + R_A \cdot 2 + F_1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_1 = \frac{8 \cdot 4 - R_A \cdot 2}{2} \Rightarrow F_1 = 1 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

ή

(iα)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_1 - F_3 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0 \Rightarrow F_2 = \frac{F_3 - F_1}{\sigma\upsilon\nu 45^\circ} = \frac{8 - 1}{0,707} \Rightarrow F_2 = 9,9 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

ή

(iβ)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_2 \cdot \eta\mu 45^\circ - 8 + R_A = 0 \Rightarrow F_2 = \frac{R_A - 8}{\eta\mu 45^\circ} = \frac{15 - 8}{0,707} \Rightarrow F_2 = 9,9 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

ή

(iγ)

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -8 \cdot 2 + F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ \cdot 2 = 0 \Rightarrow F_2 = \frac{8 \cdot 2 - F_1 \cdot 2}{\sigma\upsilon\nu 45^\circ \cdot 2} \Rightarrow F_2 = 9,9 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

ΛΥΣΗ(ii)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_2 \cdot \eta\mu 45^\circ - 8 + R_A = 0 \Rightarrow$$

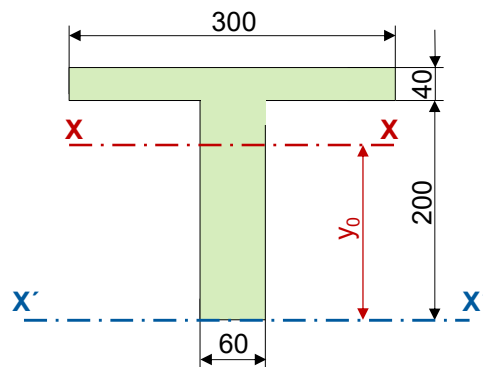
$$F_2 = \frac{R_A - 8}{\eta\mu 45^\circ} = \frac{15 - 8}{0,707} \Rightarrow F_2 = 9,9 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ - F_3 = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 = F_3 - F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 8 - 9,9 \cdot 0,707 \Rightarrow F_1 = 1 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

ΟΙ ΙΔΙΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΖΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΔΕΞΙΑ ΤΗΣ ΤΟΜΗΣ

14. Στο Σχήμα 9 φαίνεται μια σύνθετη διατομή. Να υπολογίσετε:



Σχήμα 9

(α) Την απόσταση y_0 , που βρίσκεται ο κεντροβαρικός άξονας X-X.

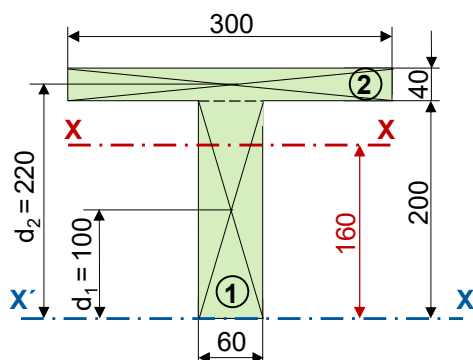
Μονάδες (3)

$$y_0 = \frac{\sum A \cdot y}{\sum A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} \Rightarrow$$

$$y_0 = \frac{(60 \cdot 200) \cdot 100 + (300 \cdot 40) \cdot 220}{(60 \cdot 200) + (300 \cdot 40)} \Rightarrow y_0 = 160 \text{ mm}$$

(β) Τη ροπή αδράνειας της σύνθετης διατομής ως προς τον παράλληλο άξονα X'-X', που βρίσκεται στη βάση της διατομής.

Μονάδες (5)



$$I_{XX} = I_{X'X'1} + I_{X'X'2}$$

$$I_{X'X'1} = I_{XX1} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 \Rightarrow$$

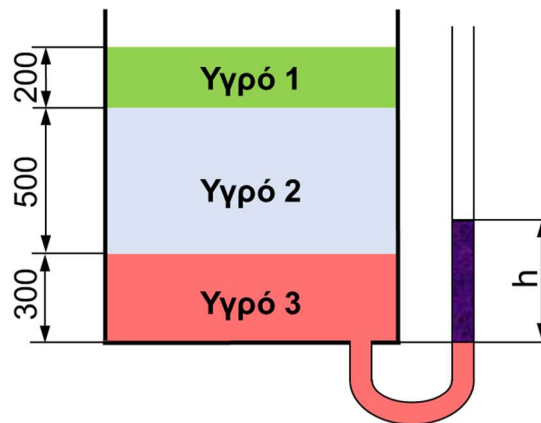
$$I_{X'X'1} = \frac{60 \cdot 200^3}{12} + (60 \cdot 200) \cdot 100^2 \Rightarrow I_{X'X'1} = 160 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{X'X'2} = I_{XX2} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'2} = \frac{300 \cdot 40^3}{12} + (300 \cdot 40) \cdot 220^2 \Rightarrow I_{X'X'2} = 582,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{X'X'} = I_{X'X'1} + I_{X'X'2} = 160 \cdot 10^6 + 582,4 \cdot 10^6 \Rightarrow I_{X'X'} = 742,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

15. Στο Σχήμα 10, φαίνεται ανοικτή δεξαμενή διαστάσεων βάσης (1000 x 1000) mm, η οποία περιέχει τρία (3) διαφορετικά μη αναμειγνυόμενα υγρά. Το ύψος των υγρών μέσα στο ντεπόζιτο είναι $h_1 = 200 \text{ mm}$, $h_2 = 500 \text{ mm}$ και $h_3 = 300 \text{ mm}$ αντίστοιχα.



Σχήμα 10

- (α) Να υπολογίσετε τις πυκνότητες ρ_1 , ρ_2 και ρ_3 του καθενός από τα τρία (3) υγρά που βρίσκονται μέσα στη δεξαμενή, εάν το υγρό 1 έχει μάζα $m_1 = 540 \text{ kg}$, το υγρό 2 έχει ειδικό βάρος $w_2 = 38,259 \text{ kN}$ και το υγρό 3 έχει σχετική πυκνότητα $\rho_{\text{σχ}3} = 9$.
Μονάδες (6)

$$m_1 = \rho_1 \cdot V_1 \Rightarrow \rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \quad (1)$$

$$V_1 = A_1 \cdot h_1 = 1 \cdot 1 \cdot 0,200 \Rightarrow V_1 = 0,2 \text{ m}^3 \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow \rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{540}{0,2} \Rightarrow \rho_1 = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$w_2 = \frac{W_2}{V_2} \quad (3)$$

$$m_2 = \rho_2 \cdot V_2 \quad (4)$$

$$W_2 = m_2 \cdot g \quad (5)$$

$$(3)\&(4)\&(5) \Rightarrow w_2 = \frac{\rho_2 \cdot \dot{V}_2 \cdot g}{\dot{V}_2} = \rho_2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\rho_2 = \frac{w_2}{g} = \frac{38259}{9,81} \Rightarrow \rho_2 = 3900 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\sigma\chi 3} = \frac{\rho_3}{\rho_{\nu\epsilon\rho\acute{o}\upsilon}} \Rightarrow \rho_3 = \rho_{\sigma\chi 3} \cdot \rho_{\nu\epsilon\rho\acute{o}\upsilon} = 9 \cdot 1000 \Rightarrow \rho_3 = 9000 \text{ kg/m}^3$$

(β) Στη δεξαμενή του Σχήματος 10, είναι συνδεδεμένο ένα απλό μανόμετρο τύπου U, όπου το μανομετρικό υγρό είναι υδράργυρος πυκνότητας $\rho_{\text{υδρ}} = 13600 \text{ kg/m}^3$. Να υπολογίσετε το ύψος h του υδραργύρου στο μανόμετρο, αν η απόλυτη πίεση στον πυθμένα της δεξαμενής είναι $P_{\text{abs}} = 152,214 \text{ kPa}$.

Μονάδες (2)

$$P_{m(\text{πυθμένα})} = P_{m(\text{μανόμετρο})} = \rho_{\text{μανόμετρο}} \cdot g \cdot h_{\text{μανόμετρο}} \Rightarrow$$

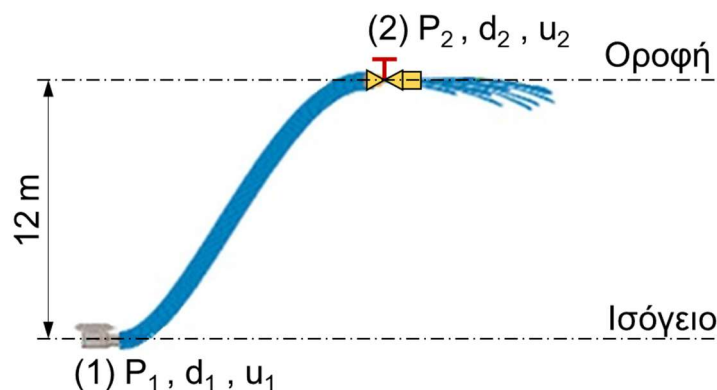
$$h_{\text{μανόμετρο}} = \frac{P_{m(\text{μανόμετρο})}}{\rho_{\text{μανόμετρο}} \cdot g} \quad (1)$$

$$P_{\text{abs}(\text{πυθμένα})} = P_{m(\text{πυθμένα})} + P_{\text{atm}} \Rightarrow P_{m(\text{πυθμένα})} = P_{\text{abs}(\text{πυθμένα})} - P_{\text{atm}} \Rightarrow$$

$$P_{m(\text{πυθμένα})} = P_{m(\text{μανόμετρο})} = 152214 - 101300 = 50914 \text{ Pa} \quad (2)$$

$$(1)\&(2) \Rightarrow h_{\text{μανόμετρο}} = \frac{P_{m(\text{μανόμετρο})}}{\rho_{\text{μανόμετρο}} \cdot g} = \frac{50914}{13600 \cdot 9,81} \Rightarrow h_{\text{μανόμετρο}} = 0,382 \text{ m}$$

16. Στο Σχήμα 11, φαίνεται λάστιχο με εσωτερική διάμετρο $d_1 = 35 \text{ mm}$, το οποίο συνδέεται με βρύση στο ισόγειο (1), για να μεταφέρει νερό στην οροφή κτιρίου (2) σε ύψος $h = 12 \text{ m}$. Στο σημείο εκροής του νερού (2), τοποθετείται ακροφύσιο εσωτερικής διαμέτρου $d_2 = 15 \text{ mm}$. Δεδομένου ότι η τριβή του νερού στο εσωτερικό του λάστιχου θεωρείται αμελητέα, να υπολογίσετε:



Σχήμα 11

(α) Τη στατική (μανομετρική) πίεση P_1 του νερού στο στόμιο της βρύσης (1), όταν η ταχύτητα εκροής του στο ακροφύσιο (2) είναι $u_2 = 6 \text{ m/s}$.

Μονάδες (5)

$$Q = A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot u_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot u_2 \Rightarrow d_1^2 \cdot u_1 = d_2^2 \cdot u_2 \Rightarrow$$

$$u_1 = \frac{d_2^2 \cdot u_2}{d_1^2} = \frac{0,015^2 \cdot 6}{0,035^2} \Rightarrow u_1 = 1,1 \text{ m/s}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow$$

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_2^2 - u_1^2) + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$P_{abs} = P_{m(\text{στατική})} + P_{atm} = P_{atm}$$

Άρα η στατική πίεση στο σημείο 2: $P_2 = 0$

$$P_1 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot (6^2 - 1,1^2) + 10^3 \cdot 9,81 \cdot 12 \Rightarrow P_1 = 135115 \text{ Pa}$$

(β) Τη στατική (μανομετρική) πίεση P_2 του νερού στο ακροφύσιο (2) όταν η βαλβίδα ροής του είναι κλειστή και η απόλυτη πίεση του νερού στο στόμιο της βρύσης (1) είναι $P_{abs1} = 250 \text{ kPa}$.

Μονάδες (3)

$$P_{abs1} = P_1 + P_{atm} \Rightarrow P_1 = P_{abs1} + P_{atm} = 250000 + 101300 \Rightarrow$$

$$P_1 = 148,7 \text{ kPa}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 - \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) \Rightarrow$$

$$P_2 = 148,7 \cdot 10^3 - 10^3 \cdot 9,81 \cdot 12 \Rightarrow P_2 = 30980 \text{ Pa}$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από δύο (2) ερωτήσεις.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

17. Στο Σχήμα 12, φαίνεται προέχουσα δοκός, στην οποία ασκούνται το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $q = 10 \text{ kN/m}$, τα συγκεντρωμένα φορτία $F_1 = 10 \text{ kN}$ και $F_2 = 40 \text{ kN}$. Δίνονται οι αντιδράσεις $R_A = 5 \text{ kN}$ και $R_B = 85 \text{ kN}$ στα σημεία στήριξης της δοκού.

(α) Για τη δοκό του Σχήματος 12, να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το Διάγραμμα Τεμνουσών Δυνάμεων (Δ.Τ.Δ.), εφαρμόζοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς.

Μονάδες (3)

$$T_{A-\Gamma} = R_A = 5 \text{ kN}$$

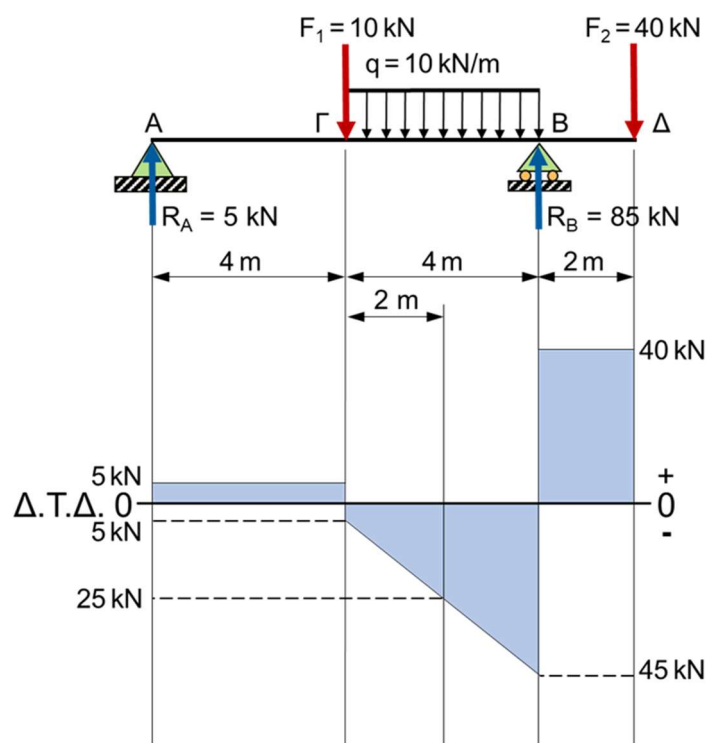
$$T_{\Gamma-\Delta} = R_A - 10 - q \cdot X$$

$$X = 0 \Rightarrow 5 - 10 - 10 \cdot 0 = -5 \text{ kN}$$

$$X = 2 \Rightarrow 5 - 10 - 10 \cdot 2 = -25 \text{ kN}$$

$$X = 4 \Rightarrow 5 - 10 - 10 \cdot 4 = -45 \text{ kN}$$

$$T_{B-\Delta} = R_A - 10 - 40 + R_B = 40 \text{ kN}$$



Σχήμα 12

(β) Για την ίδια δοκό του Σχήματος 12, να υπολογίσετε τις ροπές κάμψης M_b και να σχεδιάσετε το Διάγραμμα Ροπών Κάμψης (Δ.Ρ.Κ.), εφαρμόζοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς.

Μονάδες (4)

$$M_{bA} = 0$$

$$M_{b\Gamma} = R_A \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ kNm}$$

$$M_{b\Gamma-B} = R_A \cdot (4 + X) - 10 \cdot X - q \cdot X \cdot \frac{X}{2}$$

$$X = 0 \Rightarrow M_{b\Gamma-B} = R_A \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ kNm}$$

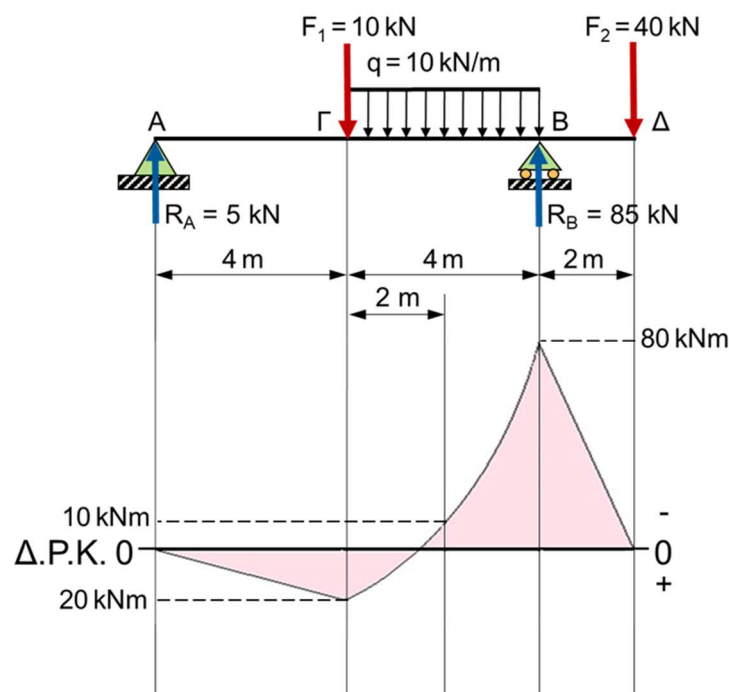
$$X = 2 \Rightarrow M_{b\Gamma-B} = R_A \cdot (4 + 2) - 10 \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} =$$

$$5 \cdot 6 - 10 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = -10 \text{ kNm}$$

$$X = 4 \Rightarrow M_{b\Gamma-B} = R_A \cdot (4 + 4) - 10 \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot \frac{4}{2} =$$

$$5 \cdot 8 - 10 \cdot 4 - 10 \cdot 4 \cdot \frac{4}{2} = -80 \text{ kNm}$$

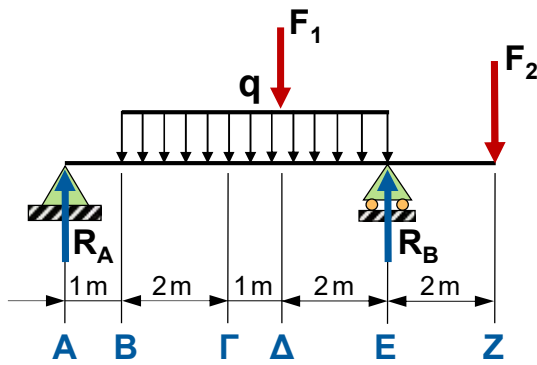
$$M_{b\Delta} = R_A \cdot 10 - 10 \cdot 6 - Q \cdot 4 + R_B \cdot 2 = 5 \cdot 10 - 10 \cdot 6 - 40 \cdot 4 + 85 \cdot 2 = 0$$



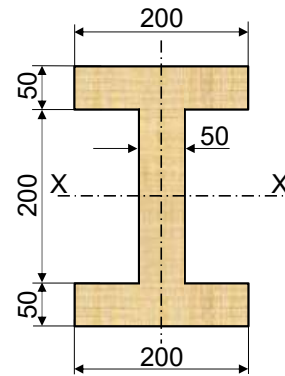
Σχήμα 12

(γ) Στο Σχήμα 13, φαίνεται προέχουσα δοκός της οποίας η εγκάρσια διατομή φαίνεται στο Σχήμα 14. Στα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ της δοκού αναπτύσσονται οι ροπές κάμψεις $M_{bA} = 0$, $M_{bB} = 38 \text{ kNm}$, $M_{b\Gamma} = 75 \text{ kNm}$, $M_{b\Delta} = 63 \text{ kNm}$, $M_{bE} = -100 \text{ kNm}$ και $M_{bZ} = 0$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης $\sigma_{b\max}$ που αναπτύσσεται στη δοκό.

Μονάδες (3)



Σχήμα 13



Σχήμα 14

$$\frac{M_{bmax}}{I_{XX}} = \frac{\sigma_{bmax}}{y_{max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{bmax} = \frac{M_{bmax} \cdot y_{max}}{I_{XX}} \quad (1)$$

$$M_{bmax} = M_{bE} = -100 \text{ kNm} \Rightarrow M_{bmax} = 100 \text{ kNm} = 100 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \quad (2)$$

$$I_{XX} = \left(\frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} \right) - 2 \cdot \left(\frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} \right) \Rightarrow I_{XX} = \left(\frac{200 \cdot 300^3}{12} \right) - 2 \cdot \left(\frac{75 \cdot 200^3}{12} \right) \Rightarrow$$

$$I_{XX} = 350 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad (3)$$

$$(1) \& (2) \& (3) \Rightarrow \sigma_{bmax} = \frac{M_{bmax} \cdot y_{max}}{I_{XX}} = \frac{100 \cdot 10^6 \cdot 150}{350 \cdot 10^6} \Rightarrow$$

$$\sigma_{bmax} = 42,9 \text{ N/mm}^2$$

18. Τύμπανο μάζας $m = 250 \text{ kg}$ και ροπής αδράνειας $I = 5 \text{ kgm}^2$ περιστρέφεται με $n = 300 \text{ rpm}$. Η ροπή στρέψης της τριβής είναι $M_{tfr} = 10 \text{ Nm}$. Να υπολογίσετε:

(α) Τη ροπή στρέψης που χρειάζεται να ασκηθεί στο τύμπανο για να επιταχύνει και να φτάσει στις $n = 600 \text{ rpm}$ μετά από $N = 20$ πλήρεις περιστροφές.

Μονάδες (5)

$$\sum M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t = I \cdot \alpha + M_{tfr} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \cdot \theta} \quad (2)$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 300}{60} \Rightarrow \omega_1 = 31,4 \text{ rad/s} \quad (3)$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 600}{60} \Rightarrow \omega_2 = 62,8 \text{ rad/s} \quad (4)$$

$$N = \frac{\theta}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \theta = 2 \cdot \pi \cdot N \Rightarrow \theta = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 = 125,6 \text{ rad} \quad (5)$$

$$(2) \& (3) \& (4) \& (5) \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \cdot \theta} = \frac{62,8^2 - 31,4^2}{2 \cdot 125,6} \Rightarrow \alpha = 11,78 \text{ rad/s}^2 \quad (6)$$

$$(1) \& (6) \Rightarrow \sum M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$M_t = I \cdot \alpha + M_{tfr} = 5 \cdot 11,78 + 10 \Rightarrow$$

$$M_t = 68,9 \text{ Nm}$$

(β) Το χρόνο t που χρειάζεται για να σταματήσει το τύμπανο, εάν κατά τη στιγμή που παύει (σταματά) να ενεργεί πάνω του η ροπή στρέψης, αυτό περιστρέφεται με $n = 3000$ rpm.

Μονάδες (3)

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} \quad (1)$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3000}{60} \Rightarrow \omega_1 = 314 \text{ rad/s} \quad (2)$$

$$\omega_1 = 314 \text{ rad/s} \rightarrow \omega_2 = 0$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_{tfr}}{I} = \frac{10}{5} \Rightarrow \alpha = 2 \text{ rad/s}^2 \quad (3)$$

$$(1) \& (2) \& (3) \Rightarrow t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{314 - 0}{2} \Rightarrow t = 157 \text{ s}$$

(γ) Τη ροπή αδράνειας που θα έχει το πιο πάνω τύμπανο, εάν η διάμετρος του διπλασιαστεί και η μάζα του παραμείνει η ίδια.

Μονάδες (2)

$$I_1 = m \cdot \frac{d_1^2}{8} = 5 \text{ kgm}^2$$

$$d_1^2 = \frac{I \cdot 8}{m} \Rightarrow d_1 = \sqrt{\frac{I \cdot 8}{m}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 8}{250}} \Rightarrow d_1 = 0,4 \text{ m}$$

$$I_2 = m \cdot \frac{d_2^2}{8} = 250 \cdot \frac{0,8^2}{8} \Rightarrow I_2 = 20 \text{ kgm}^2$$

ή

$$I_2 = m \cdot \frac{d_2^2}{8} = m \cdot \frac{(2 \cdot d_1)^2}{8} = 4 \cdot m \cdot \frac{d_1^2}{8} = 4 \cdot I_1 \Rightarrow I_2 = 4 \cdot 5 = 20 \text{ kgm}^2$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ