

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2026

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ (400)
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΤΕΤΑΡΤΗ, 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026
ΩΡΑ : 8:00 – 10:30

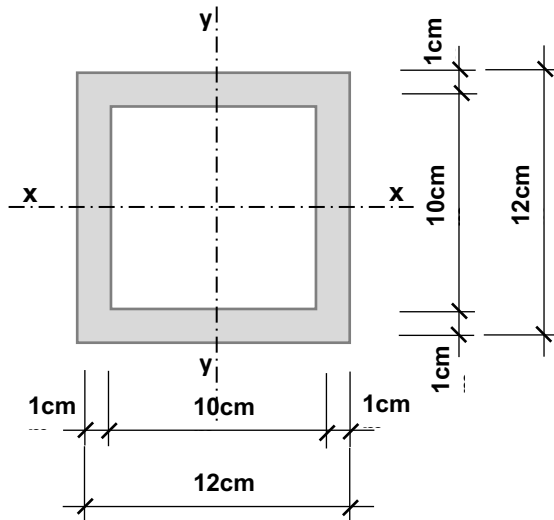
**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δεκαοκτώ (18) σελίδες
και περιλαμβάνει τρία (3) μέρη (Α΄, Β΄ και Γ΄).**

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από δώδεκα (12) ασκήσεις

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες. Σύνολο σαράντα οκτώ (48) μονάδες

1. Σε δοκό τετραγωνικής κοίλης διατομής όπως φαίνεται στο **Σχήμα 1**, η οποία καταπονείται σε κάμψη, αναπτύσσεται μέγιστη ροπή κάμψης $M_{\max} = 110\text{kNm}$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης ($\sigma_{\max}$) που αναπτύσσεται στη διατομή της.



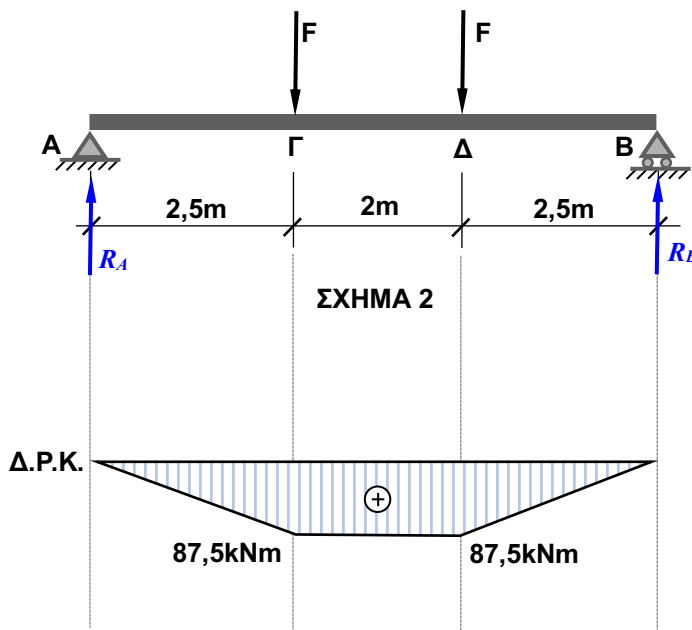
ΣΧΗΜΑ 1

$$I_x = I_y = \frac{12^4}{12} - \frac{10^4}{12} = 1728 - 833,33 = 894,67\text{cm}^4$$
$$= 894,67 \cdot 10^4\text{mm}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} \cdot y_{\max} = \frac{110\text{kNm}}{894,67\text{cm}^3} = \frac{110 \cdot 10^3\text{N} \cdot 10^3\text{mm}}{894,67 \cdot 10^4\text{mm}^4} \cdot 6 \cdot 10\text{mm} \Rightarrow$$

$$\sigma_{\max} = 737,70\text{ N/mm}^2$$

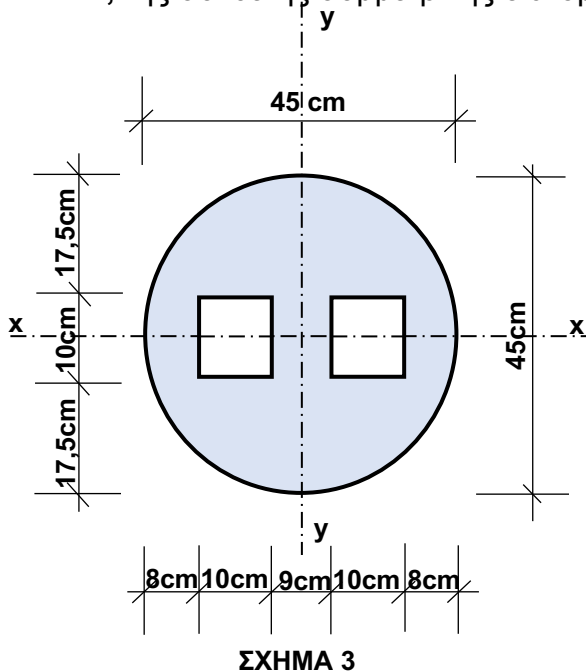
2. Στο **Σχήμα 2**, δίνονται αμφιέρειστη δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**). Να υπολογίσετε το μέγεθος των δυνάμεων F που καταπονούν τη δοκό.



$$\begin{aligned} \text{Από το Δ.Ρ.Κ. } M_{\Gamma} &= 87,5 \text{ kNm} \\ \text{και } M_{\Gamma} &= R_A \cdot 2,5 \\ \Rightarrow 87,5 &= R_A \cdot 2,5 \Rightarrow R_A = 35 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Λόγω συμμετρίας } R_A &= R_B = \frac{F+F}{2} = F \\ \text{Άρα η } F &= 35 \text{ kN} \end{aligned}$$

3. Να υπολογίσετε την ακτίνα αδράνειας i_x ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $x - x$, της σύνθετης συμμετρικής διατομής που φαίνεται στο **Σχήμα 3**.



Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής

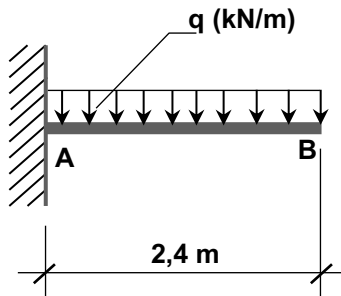
$$\begin{aligned} I_x &= \frac{\pi \cdot 45^4}{64} - 2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{12} = 201288,96 - 2 \cdot 833,33 = \\ &= 201288,96 - 1666,66 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$I_x = 199622,3 \text{ cm}^4$$

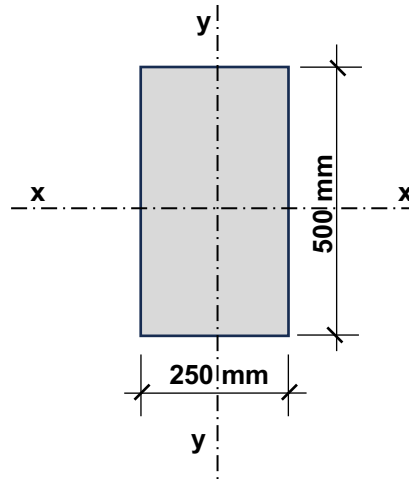
Ακτίνα αδράνειας

$$\begin{aligned} i_x &= \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{199622,3}{\pi \cdot 22,5^2 - 2 \cdot 10^2}} = \sqrt{\frac{199622,3}{\pi \cdot 22,5^2 - 2 \cdot 10^2}} \Rightarrow \\ i_x &= \sqrt{\frac{199622,3}{1390,43}} = 11,98 \text{ cm} \end{aligned}$$

4. Δοκός πρόβολος ορθογωνικής διατομής (**Σχήμα 4β**), φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 4α**. Αν η επιτρεπόμενη τάση του υλικού της δοκού είναι $\sigma_{\varepsilon\pi} = 20 \text{ N/mm}^2$ να υπολογίσετε το φορτίο q (kN/m) που μπορεί να δεχθεί η δοκός.



ΣΧΗΜΑ 0α



ΣΧΗΜΑ 4β

Ροπή αντίστασης

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{250 \cdot 500^2}{6} = 10416666,67 \text{ mm}^3$$

Μέγιστη ροπή κάμψης

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{M_{\max}}{W} \Rightarrow M_{\max} = \sigma_{\varepsilon\pi} \cdot W = 20 \cdot 10416666,67 = 208333333,4 \text{ Nmm} \Rightarrow$$

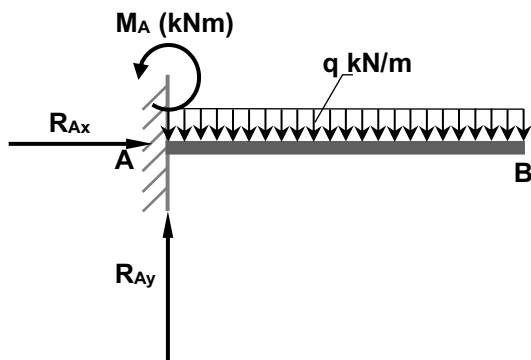
$$M_{\max} = 208333333,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} = 208,33 \text{ kNm}$$

$$M_{\max} = q \cdot 2,4 \cdot \frac{2,4}{2} = q \cdot 2,88 \Rightarrow q = \frac{208,33}{2,88} = 72,34 \text{ kN/m}$$

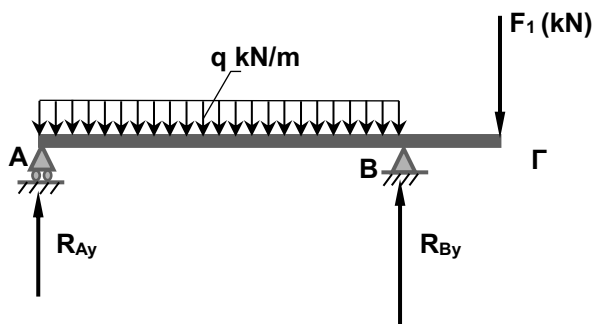
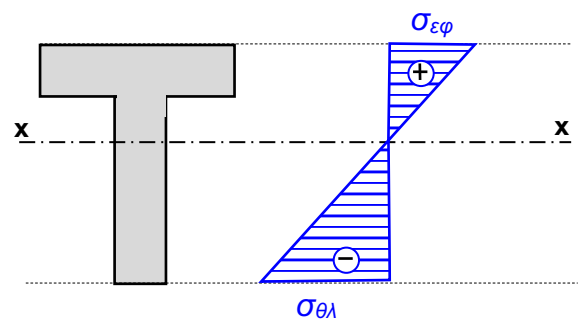
5. Στο **Σχήμα 5α**, δίνεται δοκός πρόβολος και η διατομή της.

Στο **Σχήμα 5β**, δίνεται μονοπρόεχουσα δοκός και η διατομή της.

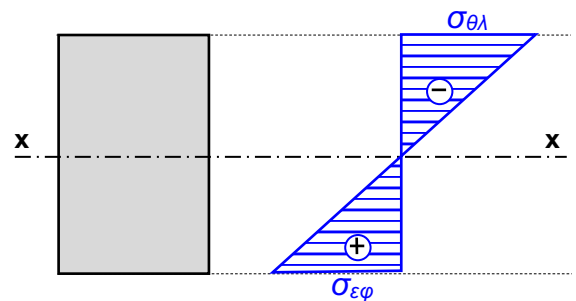
- α) Να σχεδιάσετε το **διάγραμμα των τάσεων (σ)** το οποίο αντιστοιχεί στο **Σχήμα 5α**. (1,5 Μονάδα)
- β) Να σχεδιάσετε το **διάγραμμα των τάσεων (σ)** το οποίο αντιστοιχεί στο **Σχήμα 5β**, λαμβάνοντας υπόψιν ότι η μέγιστη θετική ροπή κάμψης ($M_{\max}$), παρουσιάζεται στο άνοιγμα της δοκού (τμήμα AB). (1,5 Μονάδα)
- γ) Να αναγράψετε στα διαγράμματα τις τάσεις θλίψης και εφελκυσμού. (1 Μονάδα)



ΣΧΗΜΑ 5α

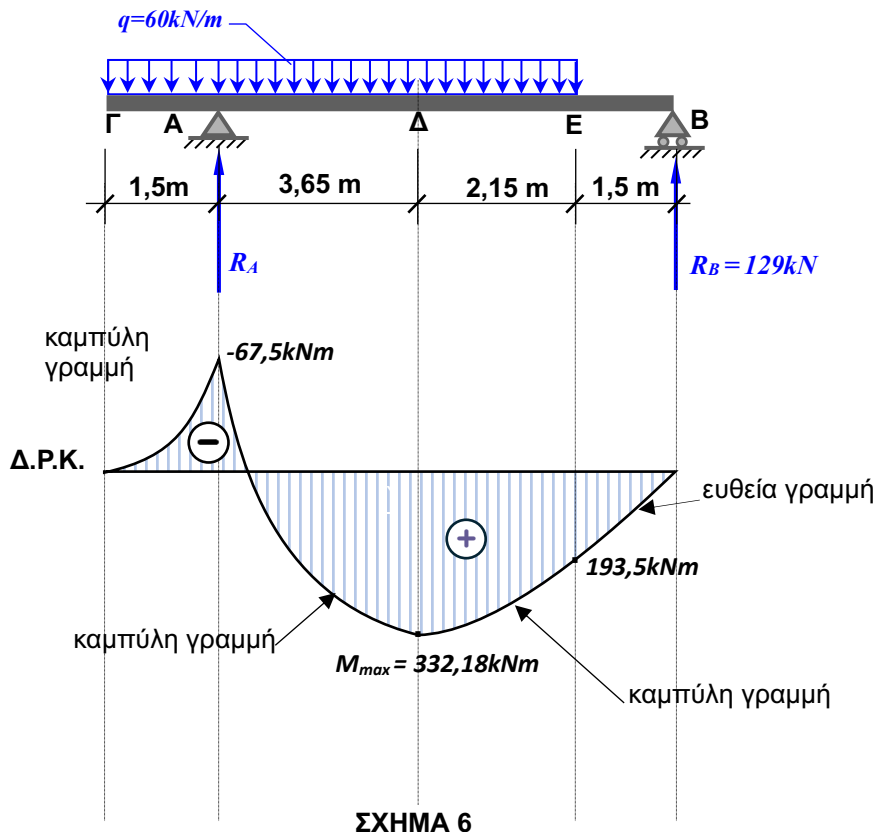


ΣΧΗΜΑ 5β



6. Στο **Σχήμα 6**, δίνονται προέχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των ροπών κάμψης (**Δ.Π.Κ.**).

- α) Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο **Δ.Π.Κ.** (2Μονάδες)
 β) Να υπολογίσετε την αντίδραση R_{By} (kN). (1 Μονάδα)
 γ) Να υπολογίσετε το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q (kN/m). (1 Μονάδα)



β) Από **Δ.Π.Κ.**

$$M_E = 193,5 \text{ kNm}$$

$$M_E = -(-R_B \cdot 1,5)$$

$$\Rightarrow 193,5 = R_B \cdot 1,5 \Rightarrow$$

$$R_B = 129 \text{ kN}$$

γ) Από **Δ.Π.Κ.**

$$M_A = -67,5 \text{ kNm}$$

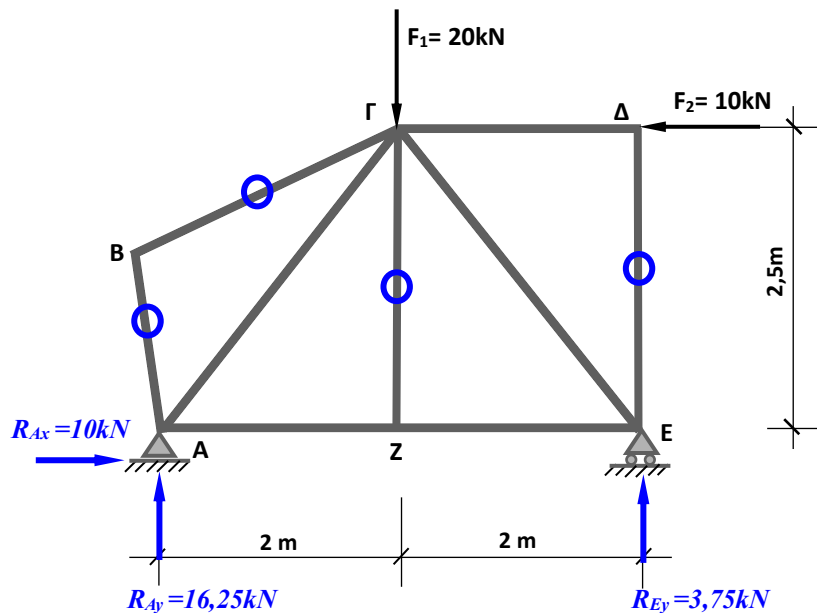
$$M_A = -q \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2}$$

$$\Rightarrow -67,5 = -q \cdot \frac{2,25}{2} \Rightarrow$$

$$q = 60 \text{ kN/m}$$

7. Για το δικτύωμα του **Σχήματος 7**:

- α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις Α και Ε.
(3 Μονάδες)
- β) Να κατονομάσετε τις τέσσερις (4) ράβδους με μηδενική εσωτερική δύναμη.
(1 Μονάδα)



ΣΧΗΜΑ 7

$$\alpha) \sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ax} - F_2 = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 10kN$$

$$\begin{aligned} \curvearrowright + \sum M_A = 0 &\Rightarrow F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 2,5 - R_{Ey} \cdot 4 = 0 \\ &\Rightarrow R_{Ey} = \frac{20 \cdot 2 - 10 \cdot 2,5}{4} \Rightarrow \\ &R_{Ey} = 3,75kN \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_{Ey} = \frac{20 \cdot 2 - 10 \cdot 2,5}{4} \Rightarrow$$

$$R_{Ey} = 3,75kN$$

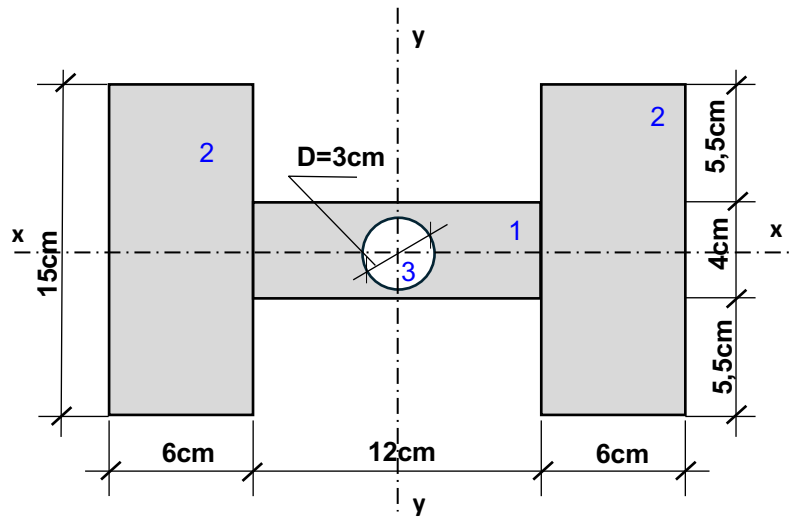
$$\begin{aligned} \curvearrowright + \sum M_E = 0 &\Rightarrow R_{Ay} \cdot 4 - F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 2,5 = 0 \\ &\Rightarrow R_{Ay} = \frac{20 \cdot 2 + 10 \cdot 2,5}{4} \Rightarrow \\ &R_{Ay} = 16,25kN \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_{Ay} = \frac{20 \cdot 2 + 10 \cdot 2,5}{4} \Rightarrow$$

$$R_{Ay} = 16,25kN$$

β) Ράβδοι με μηδενικές εσωτερικές δυνάμεις : BG, BA, ΓZ, ΔE.

8. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας I_{y-y} , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $y-y$, της σύνθετης διατομής του **Σχήματος 8**.

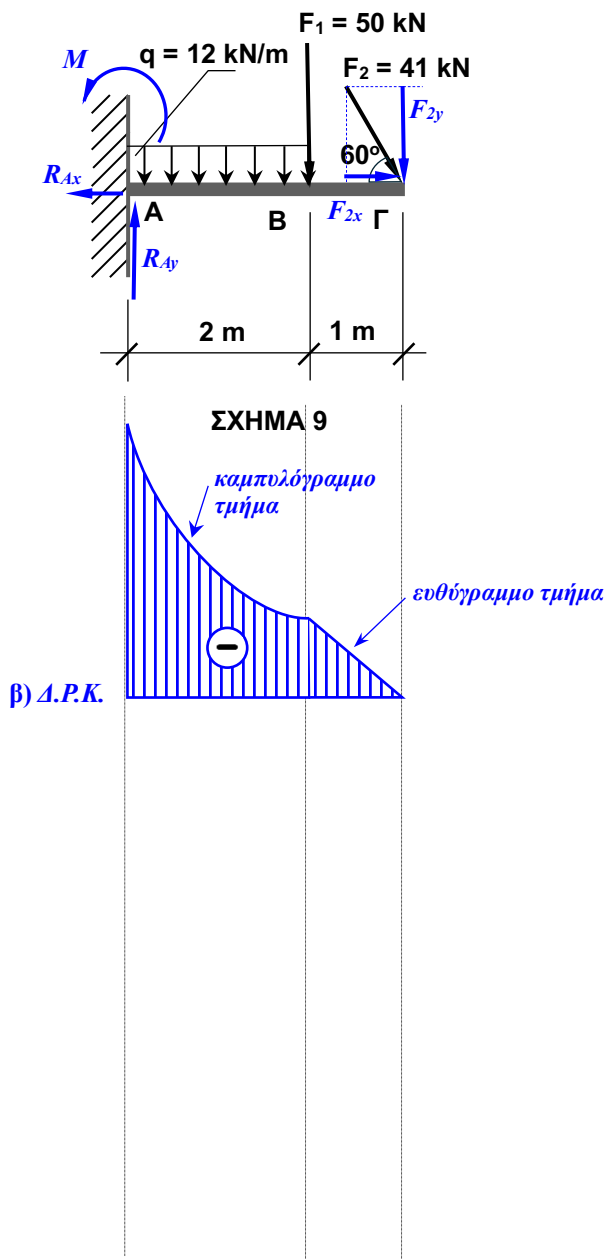


ΣΧΗΜΑ 8

$$\begin{aligned}
 I_{y-y} &= I_{y1} + 2(I_{y2} + A \cdot d^2) - I_{y3} = \frac{h_1 b_1^3}{12} - 2 \cdot \left(\frac{h_2 b_2^3}{12} + (h_2 \cdot b_2) \cdot d^2 \right) - \frac{\pi \cdot D^4}{64} \\
 &= \frac{4 \cdot 12^3}{12} + 2 \cdot \left(\frac{15 \cdot 6^3}{12} + (15 \cdot 6) \cdot 9^2 \right) - \frac{\pi \cdot 3^4}{64} \\
 &= 576 + 15120 - 3,97 = 15692,03 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

9. Δοκός πρόβολος φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 9**.

- α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στη στήριξη της δοκού.
(3 Μονάδες)
- β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ροπών κάμψης (Δ.Ρ.Κ.), χωρίς υπολογισμούς και να σημειώσετε τα ευθύγραμμο και καμπυλόγραμμο τμήματά του.
(1 Μονάδα)



$$\alpha) F_{2x} = F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60 = 41 \cdot \sigma\upsilon\nu 60 = 20,5kN$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \eta\mu 60 = 41 \cdot \eta\mu 60 = 35,51kN$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$$

$$-R_{Ax} + F_{2x} = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ax} = 20,5kN$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} - q \cdot 2 - F_1 - F_{2y} = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} = 24 + 50 + 35,51 \Rightarrow R_{Ay} = 109,51kN$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow$$

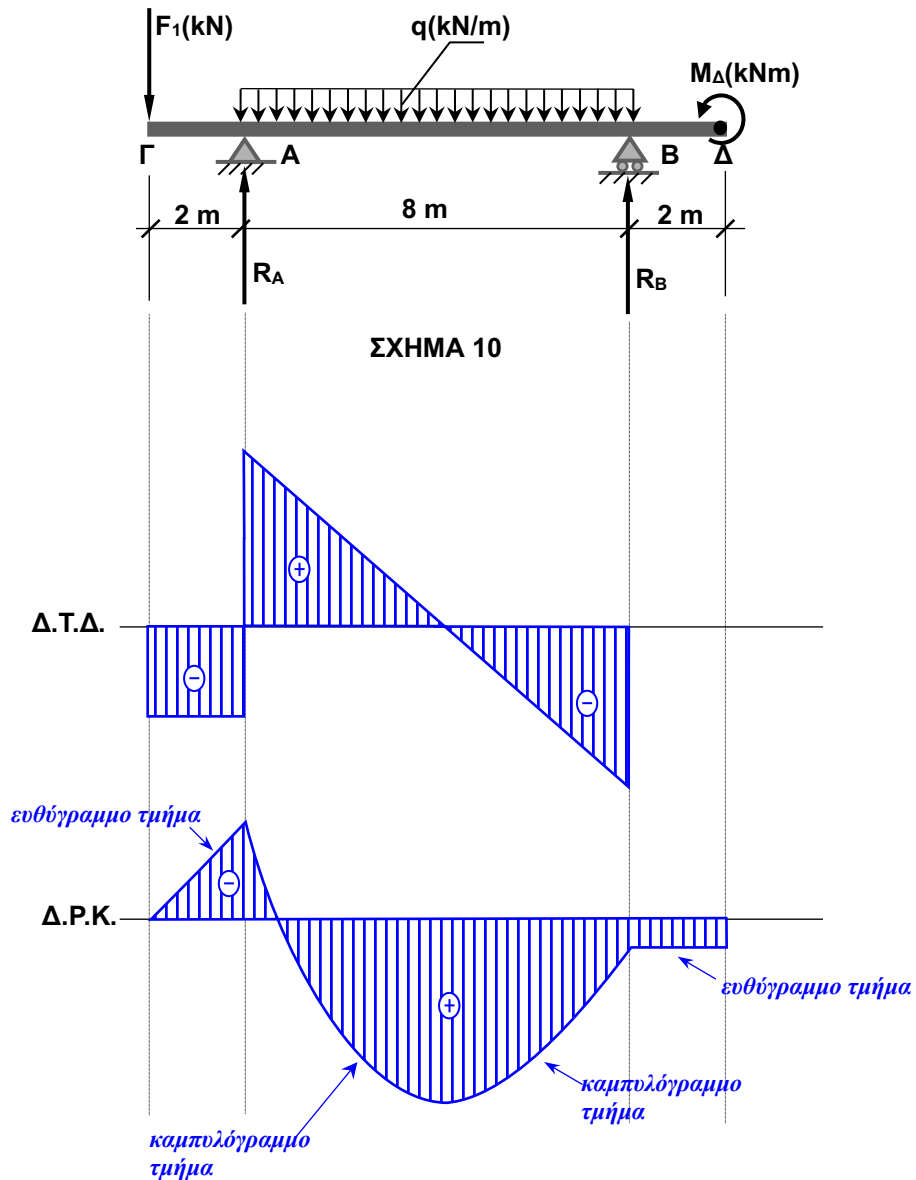
$$-M + q \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + F_1 \cdot 2 + F_{2y} \cdot 3 = 0 \Rightarrow$$

$$-M + 12 \cdot 2 \cdot 1 + 50 \cdot 2 + 35,51 \cdot 3 = 0 \Rightarrow$$

$$M = 24 + 100 + 106,53 \Rightarrow M = 230,53kNm$$

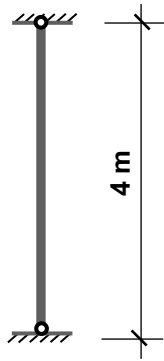
10. Για την πιο κάτω αμφιπροέχουσα δοκό του **Σχήματος 10**:

- Να σχεδιάσετε μία πιθανή λύση του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**).
- Να σχεδιάσετε μία πιθανή λύση του διαγράμματος των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**) και να σημειώσετε τα ευθύγραμμο και καμπυλόγραμμα τμήματά του.

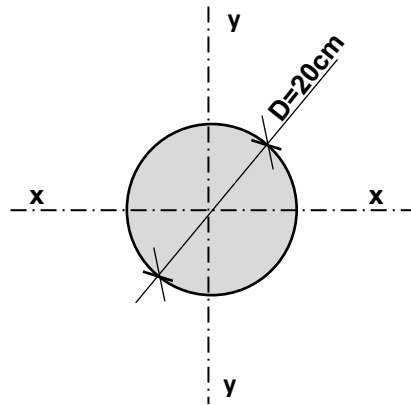


11. Υποστυλώμα πραγματικού μήκους $L=4m$ στηρίζεται με άρθρωση στο άνω και στο κάτω άκρο όπως φαίνεται στο **Σχήμα 11α** και έχει κυκλική διατομή όπως στο **Σχήμα 11β**.

Να υπολογίσετε τη λυγρότητα του υποστυλώματος.



ΣΧΗΜΑ 11α



ΣΧΗΜΑ 11β

$$\ell = 1 \cdot 4 = 4m = 4 \cdot 10^2 = 400cm$$

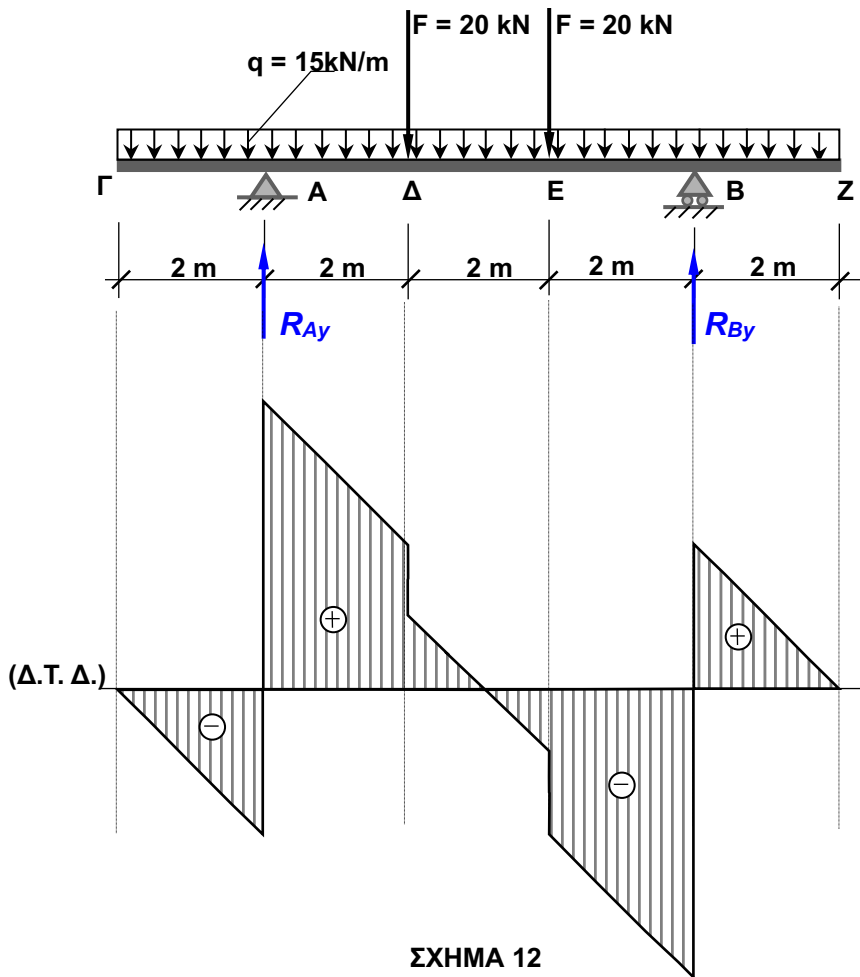
$$i_{ελ} = 0,25 \cdot D = 0,25 \cdot 20 = 5cm \text{ (Από τυπολόγιο)}$$

$$\lambda = \frac{\ell}{i_{ελ}} = \frac{400cm}{5cm} = 80$$

12. Δίνεται αμφιπρόεχουσα δοκός, η οποία φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 12**, καθώς και το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων της.

α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
(1 Μονάδα)

β) Να υπολογίσετε τις τιμές των τεμνουσών δυνάμεων στο σημείο **Δ** αριστερά ($Q_{\Delta}^{αρ.}$) και στο σημείο **E** δεξιά ($Q_E^{\delta\epsilon\chi.}$) (3 Μονάδες)



ΣΧΗΜΑ 12

α) Λόγω Συμμετρίας $R_{Ay} = R_{By}$
 $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} - 20 - 20 - 15 \cdot 10 = 0$
 $\Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 190$
 $\Rightarrow R_{Ay} = R_{By} = \frac{190}{2} = 95 \text{ kN}$

β) $Q_{\Delta}^{αρ.} = -15 \cdot 4 + 95 = 35 \text{ kN}$
 $Q_E^{\delta\epsilon\chi.} = -(-15 \cdot 4 + 95) = -35 \text{ kN}$ ή
 $Q_E^{\delta\epsilon\chi.} = -15 \cdot 6 + 95 - 20 - 20 = -35 \text{ kN}$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α'
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β

ΜΕΡΟΣ Β': Αποτελείται από τέσσερις (4) ασκήσεις.

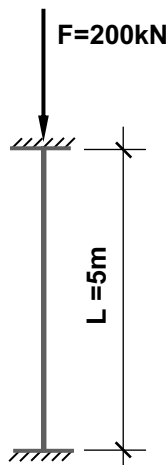
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες. Σύνολο τριάντα δυο (32) μονάδες.

13. Να υπολογίσετε το πλάτος **b** της ορθογωνικής διατομής ενός αμφίπακτου ξύλινου υποστυλώματος, με πραγματικό μήκος **L=5m**, το οποίο μεταφέρει με ασφάλεια αξονικό φορτίο **200kN**. (Σχήμα 13α και Σχήμα 13β).

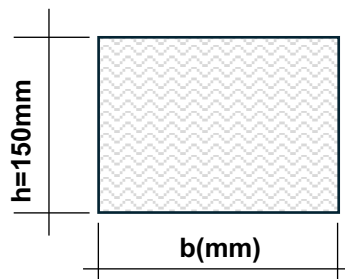
Δίνονται: Μέτρο Ελαστικότητας **E = 10 kN/mm²**

Συντελεστής Ασφάλειας **γ=3,5**

b > h



ΣΧΗΜΑ 13α



ΣΧΗΜΑ 13β

Ελεύθερο μήκος λυγισμού $\ell = 0,5 \cdot 5 = 2,5 \text{ m} = 2500 \text{ mm}$

Ελάχιστη ροπή αδράνειας (διότι $b > 150 \text{ mm}$)

$$I_{\varepsilon\lambda} = I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{b \cdot 150^3}{12} = 281250 \cdot b$$

$$F_{\varepsilon\pi} = \frac{F_{\kappa\rho}}{\gamma} \Rightarrow F_{\kappa\rho} = 3,5 \cdot 200 \text{ kN} = 700 \text{ kN}$$

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού

$$F_{\kappa\rho} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\varepsilon\lambda}}{\ell^2} = \frac{3,14^2 \cdot 10 \cdot 281250 \cdot b}{2500^2} = 700 \text{ kN} \Rightarrow$$

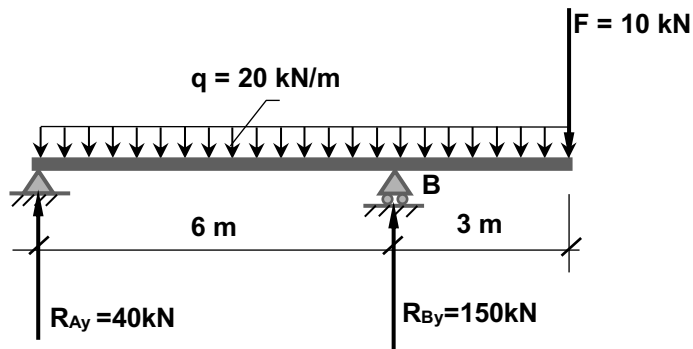
$$\Rightarrow b = 157,7 \text{ mm} \text{ \& } I_x = 44353125 \text{ mm}^4$$

14. Δίνεται προέχουσα μεταλλική δοκός όπως φαίνεται στο **Σχήμα 14α**. Η δοκός έχει διατομή Γ όπως φαίνεται στο **Σχήμα 14β**.

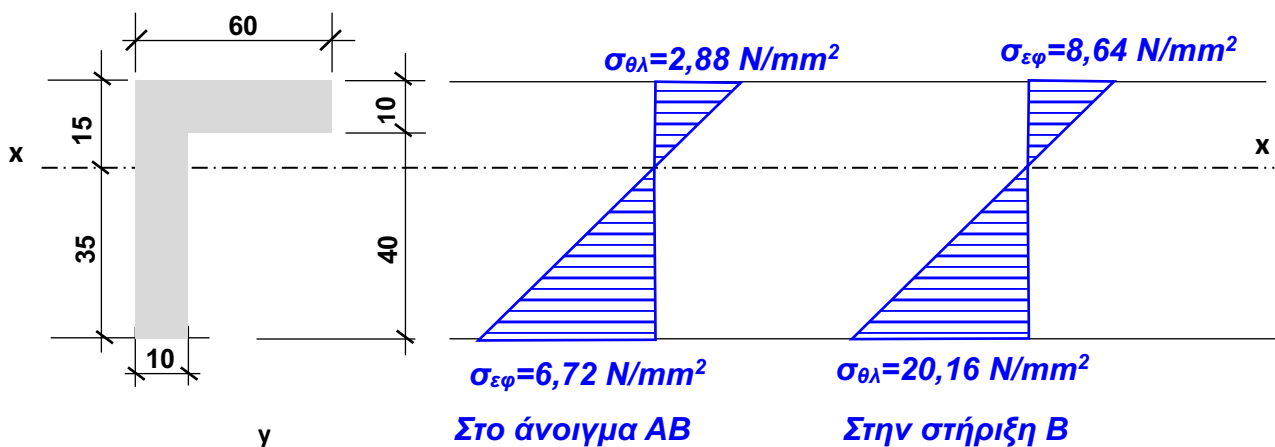
- α) Να υπολογίσετε τη μέγιστη θετική και τη μέγιστη αρνητική ροπή κάμψης.
(2 Μονάδες)
- β) Να υπολογίσετε τις τάσεις **θλίψης** και **εφελκυσμού** σε N/mm^2 που θα αναπτυχθούν στη θέση της **μέγιστης θετικής** και στη θέση της **μέγιστης αρνητικής** ροπής κάμψης.
(4 Μονάδες)
- γ) Να σχεδιάσετε στο **Σχήμα 14β** τα διαγράμματα των τάσεων και στις δύο θέσεις.
(2 Μονάδες)

Δίνεται η Ροπή Αδράνειας $I_{x-x} = 208333,33 \text{ cm}^4$.

Οι διαστάσεις της διατομής είναι σε cm.



ΣΧΗΜΑ 14α



ΣΧΗΜΑ 14β

Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$Q_x = 0 \rightarrow R_A - q \cdot x = 0$$

$$40 - 20 \cdot x = 0 \rightarrow x = 2m$$

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης

$$M_{max} = 40 \cdot 2 - 20 \cdot 2 \cdot 1 = 40 \text{ kNm}$$

Μέγιστη αρνητική ροπή κάμψης

$$M_B = 40 \cdot 6 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = -120 \text{ kNm}$$

$$(M_{max}=40\text{kN})$$

Μέγιστη τάση θλίψης

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{40 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 150 \text{ mm}}{208333,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = \underline{\underline{2,88 \text{ N/mm}^2}}$$

Μέγιστη τάση εφελκυσμού

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{40 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 350 \text{ mm}}{208333,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = \underline{\underline{6,72 \text{ N/mm}^2}}$$

$$(M_B=120\text{kN})$$

Μέγιστη τάση εφελκυσμού

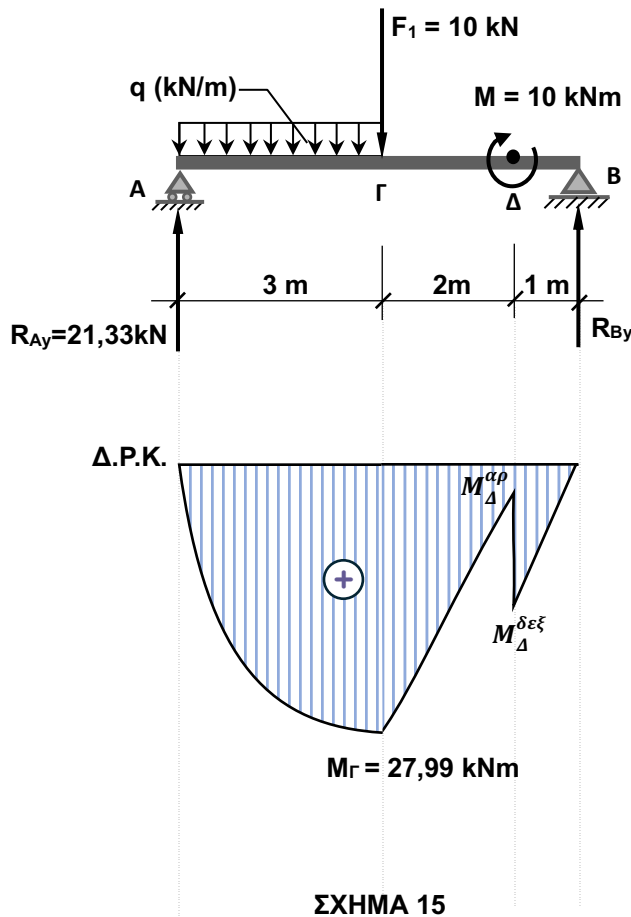
$$\sigma_{μεγ.} = \frac{120 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 150 \text{ mm}}{208333,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = \underline{\underline{8,64 \text{ N/mm}^2}}$$

Μέγιστη τάση θλίψης

$$\sigma_{μεγ.} = \frac{120 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 350 \text{ mm}}{208333,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = \underline{\underline{20,16 \text{ N/mm}^2}}$$

15. Στο **Σχήμα 15**, δίνονται αμφιέριστη δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των ροπών κάμψης (**Δ.Π.Κ.**). Να υπολογίσετε:

- α) Το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο (q). (3 Μονάδες)
 β) Την ροπή κάμψης αριστερά του σημείου Δ ($M_{\Delta}^{\alpha\rho}$). (3 Μονάδες)
 γ) Την ροπή κάμψης δεξιά του σημείου Δ ($M_{\Delta}^{\delta\epsilon\xi}$). (2 Μονάδες)



α) Από το Δ.Π.Κ.

$$M_{\Gamma} = 27,99 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} M_{\Gamma} &= 21,33 \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 \\ \Rightarrow 27,99 &= 21,33 \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 \\ \Rightarrow q &= \frac{21,33 \cdot 3 - 27,99}{3 \cdot 1,5} = 8 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

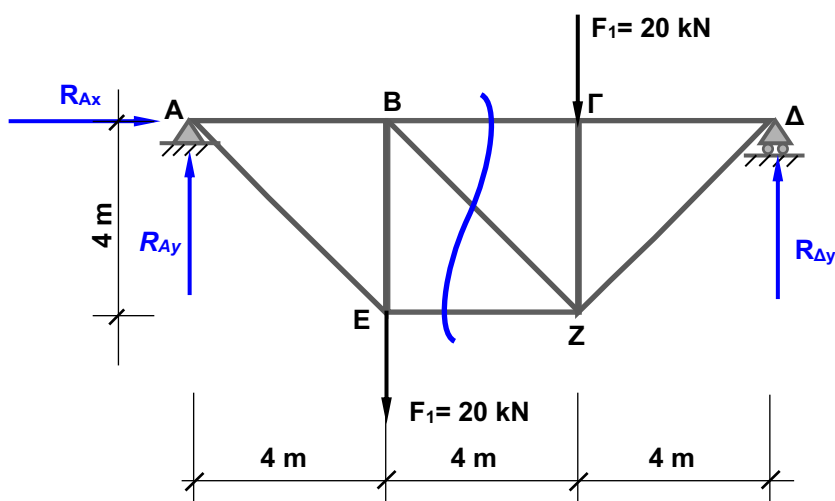
β)

$$\begin{aligned} M_{\Delta}^{\alpha\rho} &= 21,33 \cdot 5 - 8 \cdot 3 \cdot 3,5 - 10 \cdot 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_{\Delta}^{\alpha\rho} &= 2,65 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma) \quad M_{\Delta}^{\delta\epsilon\xi} &= 2,65 + 10 = 12,65 \text{ kNm} \end{aligned}$$

16. Για το δικτύωμα του **Σχήματος 16**:

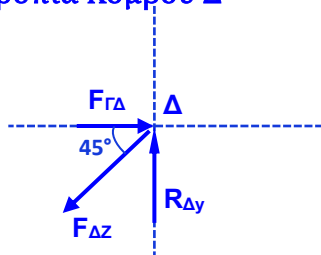
- Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **Δ**. (1 Μονάδες)
- Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος καταπόνησης που αναπτύσσεται στη ράβδο **ΓΔ** του δικτυώματος με τη μέθοδο ισορροπίας των **ΚΟΜΒΩΝ**. (3 Μονάδες)
- Να υπολογίσετε το μέγεθος της εσωτερικής δύναμης και να καθορίσετε το είδος καταπόνησης που αναπτύσσεται στις ράβδους **ΒΓ** και **ΒΖ** του δικτυώματος με τη μέθοδο των **ΤΟΜΩΝ**. (4 Μονάδες)



ΣΧΗΜΑ 16

α) Λόγω Συμμετρίας $R_{Ay} = R_{\Delta y}$
 $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{\Delta y} - 20 - 20 = 0$
 $\Rightarrow R_{Ay} + R_{\Delta y} = 40$
 $\Rightarrow R_{Ay} = R_{\Delta y} = \frac{40}{2} = 20 \text{ kN}$

β) Ισορροπία Κόμβου Δ



$$\Sigma F_y = 0$$

$$-F_{\Delta Z} \cdot \eta\mu 45 + R_{\Delta y} = 0$$

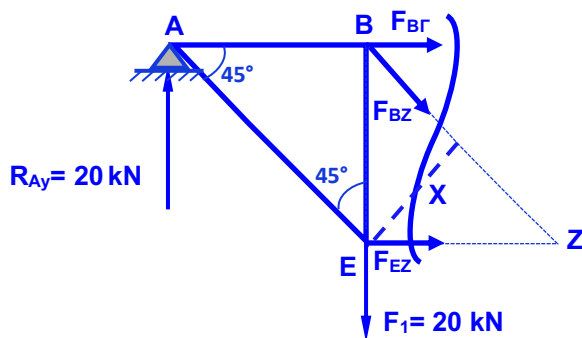
$$F_{\Delta Z} = 28,28 \text{ kN (εφελκυόμενη)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_{\Delta Z} \cdot \sigma\upsilon\nu 45 + F_{\Gamma\Delta} = 0$$

$$F_{\Gamma\Delta} = 20 \text{ kN (θλιβόμενη)}$$

γ)



$$\Sigma M_Z = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 8 - 20 \cdot 4 + F_{B\Gamma} \cdot 4 = 0$$

$$20 \cdot 8 - 20 \cdot 4 + F_{B\Gamma} \cdot 4 = 0$$

$$F_{B\Gamma} = -20 \text{ kN (θλιβόμενη)}$$

$$[X = \eta\mu 45 \cdot 4 \Rightarrow X = 2,828 \text{ m}]$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 4 + F_{B\Gamma} \cdot 4 + F_{BZ} \cdot 2,828 = 0$$

$$\Rightarrow F_{BZ} = 0 \text{ kN}$$

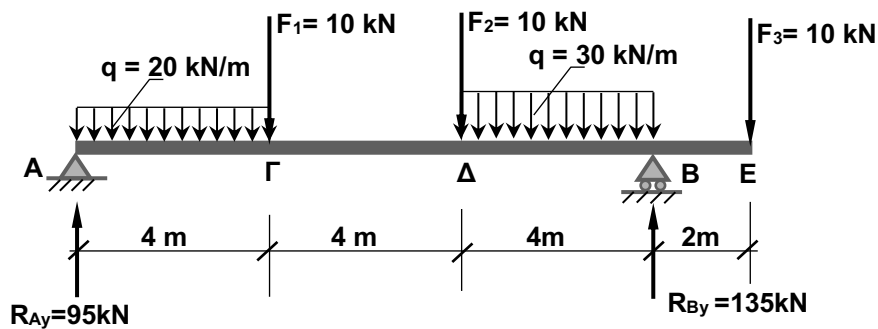
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β'
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ'

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από μια (1) άσκηση.

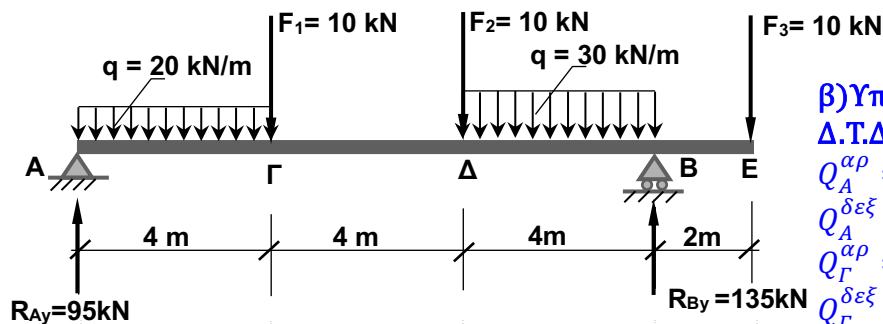
Η ερώτηση βαθμολογείται με είκοσι (20) μονάδες.

17. Προέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 17.

- α) Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A, B, Γ, Δ** και **E**. (10 Μονάδες)
- β) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων **Q (Δ.Τ.Δ.)** και των ροπών κάμψης **M (Δ.Ρ.Κ.)** και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A, B, Γ, Δ** και **E**, καθώς και το μέγεθος της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης **M_{max}**. Να σημειώσετε στο **Δ.Ρ.Κ.** τα ευθύγραμμα και καμπυλόγραμμα τμήματά του. (8 Μονάδες)
- γ) Να αναφέρετε σε ποιο σημείο αναπτύσσεται η μέγιστη θετική ροπή κάμψης **M_{max}** και να γράψετε το μέγεθός της. (2 Μονάδες)



ΣΧΗΜΑ 17



β) Υπολογισμός τεμνουσών δυνάμεων
Δ.Τ.Δ.

$$Q_A^{\alpha\rho} = 0 \text{ kN}$$

$$Q_A^{\delta\epsilon\zeta} = 95 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\alpha\rho} = 95 - 20 \cdot 4 = 15 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\zeta} = Q_{\Gamma}^{\alpha\rho} - 10 = 5 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\alpha\rho} = Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\zeta} = 5 \text{ kN}$$

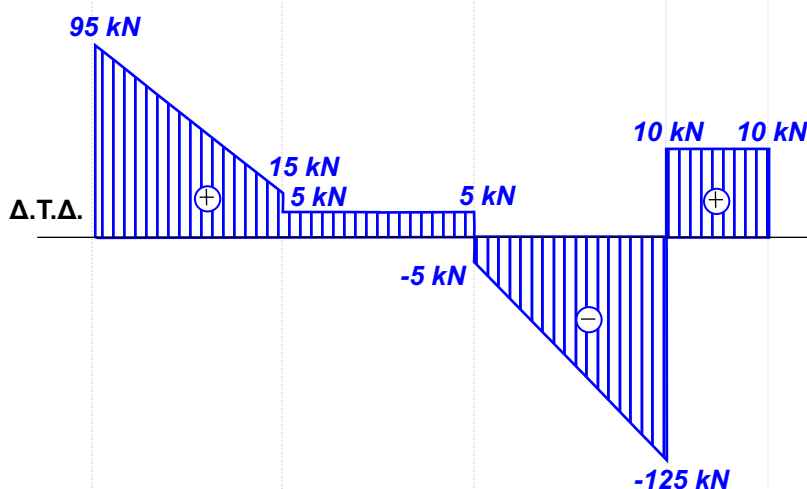
$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} = Q_{\Delta}^{\alpha\rho} - 10 = -5 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\alpha\rho} = Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\zeta} - 30 \cdot 4 = -125 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = Q_B^{\alpha\rho} + 135 = 10 \text{ kN}$$

$$Q_E^{\alpha\rho} = Q_B^{\delta\epsilon\zeta} = 10 \text{ kN}$$

$$Q_E^{\delta\epsilon\zeta} = Q_E^{\alpha\rho} - 10 = 0 \text{ kN}$$



Υπολογισμός ροπών κάμψης
Δ.Ρ.Κ.

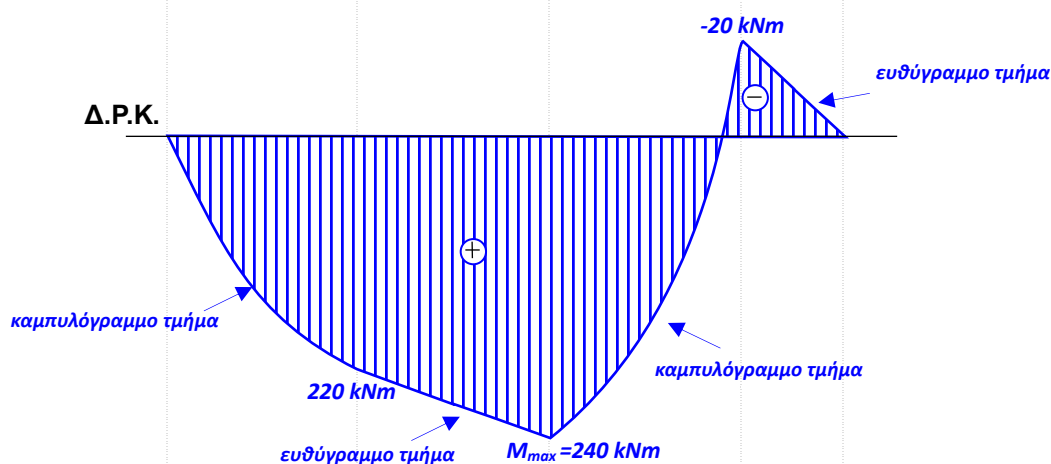
$$M_A^{x=0} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{\Gamma}^{x=4} = 95 \cdot 4 - 20 \cdot 4 \cdot 2 = 220 \text{ kNm}$$

$$M_{\Delta}^{x=8} = 95 \cdot 8 - 20 \cdot 4 \cdot (2 + 4) - 10 \cdot 4 = 240 \text{ kNm}$$

$$M_B^{x=12} = 95 \cdot 12 - 20 \cdot 4 \cdot (2 + 4 + 4) - 10 \cdot 8 - 10 \cdot 4 - 30 \cdot 4 \cdot 2 = -20 \text{ kNm}$$

$$M_E^{x=14} = 95 \cdot 14 - 20 \cdot 4 \cdot 12 - 10 \cdot 10 - 10 \cdot 6 - 30 \cdot 4 \cdot 4 + 135 \cdot 2 = 0 \text{ kNm}$$



γ) Η μέγιστη θετική ροπή κάμψης αναπτύσσεται,

⇒ Στο χαρακτηριστικό σημείο Δ, άρα $x = 8 \text{ m}$ ⇒ δεξιά του σημείου Α.

$$M_{\max} = M_{\Delta}^{x=8} = 240 \text{ kNm}$$