

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023 - 2024

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16 Μαΐου 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 ΛΕΠΤΑ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΚΑΙ ΣΥΝΟΔΕΥΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΤΡΙΩΝ (3) ΣΕΛΙΔΩΝ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

- Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
- Να απαντήσετε όλα τα θέματα** στο εξεταστικό δοκίμιο.
- Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
- Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, **μόνο** σε σχήματα.
- Η τελευταία λευκή σελίδα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πρόχειρο ή ως συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

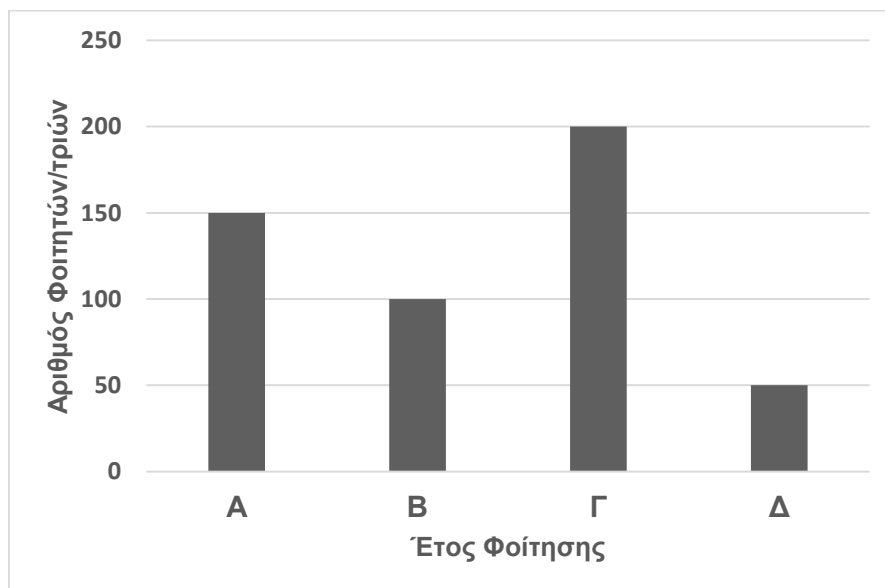
A1. Η εταιρεία διαχείρισης ηλεκτρικού ρεύματος, αποφάσισε να αυξήσει τους λογαριασμούς κατά 10%. Αν ένας καταναλωτής πλήρωνε για το ηλεκτρικό ρεύμα €150, πόσο θα πληρώσει μετά την αύξηση;

A2. Δίνεται ορθό πρίσμα με βάση τετράγωνο. Το ύψος του πρίσματος είναι 6m και το εμβαδόν της βάσης του 16 m^2 . Να υπολογίσετε:

(α) τον όγκο του

(β) την πλευρά της βάσης του

A3. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα φαίνεται ο αριθμός των φοιτητών/τριών στα τέσσερα έτη (Α΄, Β΄, Γ΄, Δ΄) μιας Σχολής Ηλεκτρολόγων.



(α) Πόσοι φοιτητές/τριες βρίσκονται στο Δ΄ έτος;

(2 μονάδες)

(β) Πόσοι είναι όλοι οι φοιτητές/τριες που φοιτούν στη Σχολή;

(3 μονάδες)

(γ) Σε ποια έτη φοιτούν το πολύ 150 φοιτητές/τριες;

(3 μονάδες)

(δ) Ποιο είναι το ποσοστό των φοιτητών/τριών που φοιτούν στο Γ΄ έτος;

(2 μονάδες)

A4. Η μέγιστη θερμοκρασία (σε βαθμούς κελσίου) στη Λευκωσία τις πρώτες δέκα μέρες του Μαΐου ήταν: 24, 19, 29, 20, 21, 24, 22, 27, 20, 24 . Να βρείτε :

- (α) την επικρατούσα τιμή (x_{ϵ}) (2 μονάδες)
(β) τη διάμεσο τιμή (x_{δ}) (4 μονάδες)
(γ) τη μέση τιμή (\bar{x}) (4 μονάδες)

A5. Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας ενός κώνου είναι $60\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του είναι $96\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

- (α) την ακτίνα της βάσης του (2 μονάδες)
(β) τη γενέτειρά του λ (2 μονάδες)
(γ) το ύψος του (3 μονάδες)
(δ) τον όγκο του. (3 μονάδες)

A6. Ο όγκος ενός κύβου είναι 64 m^3 . Να υπολογίσετε:

- (α) την ακμή του (3 μονάδες)
(β) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας (3 μονάδες)
(γ) Αν χρησιμοποιήσουμε το 75% της χωρητικότητας του για να τον γεμίσουμε με άμμο να βρείτε πόσος όγκος του κύβου θα μείνει κενός. (4 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ Α΄ ΜΕΡΟΥΣ

ΜΕΡΟΣ Β΄: Βαθμολογείται με 40 μονάδες. Αποτελείται από 3 ασκήσεις.

**Η άσκηση Β1 βαθμολογείται με 10 μονάδες ενώ οι ασκήσεις Β2 και Β3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.
Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.**

B1. Ένας εισαγωγέας αγόρασε 50 πλυντήρια για €20000. Πάνω στο κόστος της αγοράς ο εισαγωγέας πλήρωσε 5% για μεταφορικά, 4% για ασφάλιστρα και 6% για εκτελωνισμό. Επιπλέον πλήρωσε €1000 για την τοποθέτηση των πλυντηρίων σε αποθήκη.

(α) Πόσα πρέπει να πωλεί ο εισαγωγέας το κάθε πλυντήριο, αν θέλει να έχει κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος ; **(6 μονάδες)**

(β) Αν η τιμή πώλησης ενός πλυντηρίου είναι €576, πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή που θα επιβαρυνθεί επιπλέον με 19% Φ.Π.Α; **(4 μονάδες)**

B2. Ο παρακάτω πίνακας μας δίνει τον αριθμό των υπνοδωματίων ενός δείγματος 30 τυχαίων σπιτιών μιας πόλης.

2	0	2	4	1	2	3	0	2	2
1	1	2	3	3	2	1	1	1	3
2	3	3	2	0	4	3	3	2	2

(α) Να μεταφέρετε τον πιο κάτω πίνακα συχνοτήτων στο τετράδιο απαντήσεων σας και να τον συμπληρώσετε, σύμφωνα με τις πιο πάνω παρατηρήσεις. **(5 μονάδες)**

x_i	f_i

(β) Να υπολογίσετε:

i) τη μέση τιμή (\bar{x}) των πιο πάνω παρατηρήσεων **(4 μονάδες)**

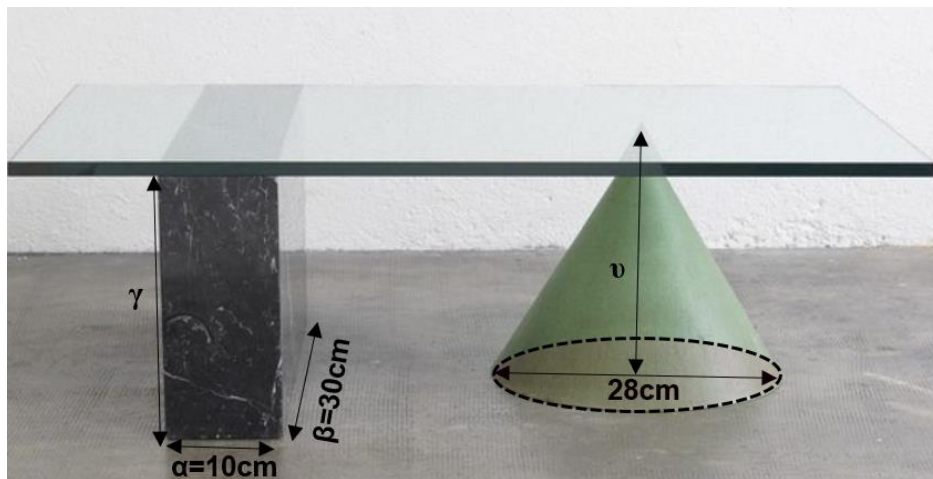
ii) την τυπική απόκλιση (σ) των πιο πάνω παρατηρήσεων κατά προσέγγιση ενός δεκάτου. **(6 μονάδες)**

B3. Ένας επιπλοποιός θα κατασκευάσει ένα μοντέρνο τραπέζι με ορθογώνιο γυαλί το οποίο στηρίζεται σε κώνο με διάμετρο βάσης 28cm και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του οποίου οι διαστάσεις της βάσης του είναι $\alpha = 10\text{cm}$ και $\beta = 30\text{cm}$. Τα δύο στερεά έχουν το ίδιο ύψος. Ο κώνος και το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι συμπαγή. Αν ο όγκος του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι 14400cm^3 να βρείτε:

(α) το ύψος των δύο στερεών (4 μονάδες)

(β) τη γενέτειρα (λ) του κώνου (4 μονάδες)

(γ) το κόστος κατασκευής του τραπεζιού, αν το γυαλί στοιχίζει €150 και τα δύο στερεά στα οποία στηρίζεται, κώνος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, έχουν ύψος 48cm και θα κατασκευαστούν από το ίδιο υλικό αξίας € $0,01/\text{cm}^3$. Να χρησιμοποιήσετε την προσέγγιση $\pi \cong \frac{22}{7}$. (7 μονάδες)



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\nu} (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i^2}{\nu} - \bar{x}^2},$$

όπου $\nu = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i$

$$r = \frac{\Sigma_{xy} - \nu \bar{x} \bar{y}}{\nu S_x S_y}, \quad \text{όπου} \quad \Sigma_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{\nu} y_{\nu}$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu \alpha$	$x = 360^\circ \kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ \kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi\kappa + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \alpha$	$x = 360^\circ \kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\varphi x = \epsilon\varphi \alpha$	$x = 180^\circ \kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \quad \gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}, \quad \alpha > \beta$$

Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\epsilon}$,

Εκκεντρότητα $\epsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x \quad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x \quad (\epsilon\phi x)' = \tau\epsilon\mu^2 x \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu x \, dx = \ln|\tau\epsilon\mu x + \epsilon\phi x| + c \quad \int \sigma\tau\epsilon\mu x \, dx = \ln\left|\epsilon\phi \frac{x}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu \frac{x}{\alpha} + c \quad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\epsilon\phi \frac{x}{\alpha} + c$$

7. Απλός Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$