

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023 - 2024
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16 Μαΐου 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 λεπτά

Προτεινόμενες λύσεις

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- A1.** Η εταιρεία διαχείρισης ηλεκτρικού ρεύματος, αποφάσισε να αυξήσει τους λογαριασμούς κατά 10%. Αν ένας καταναλωτής πλήρωνε για το ηλεκτρικό ρεύμα €150 πόσο θα πληρώσει μετά την αύξηση;

Λύση:

Αύξηση: $10\% \cdot 150 = 15$
Τελικό κόστος: $150 + 15 = €165$

ή

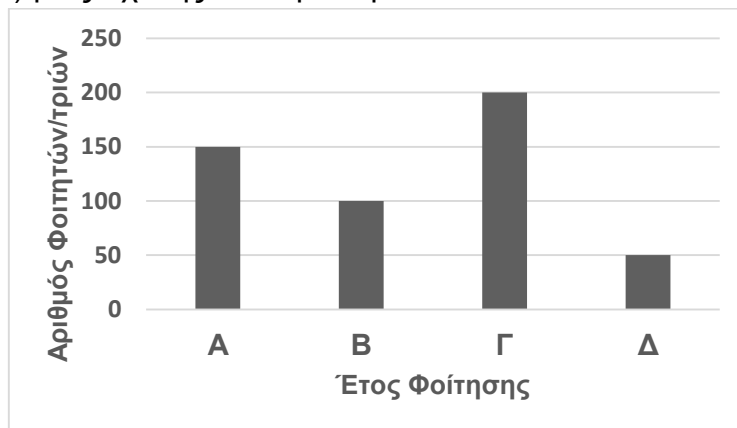
$\frac{100}{150} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{150 \cdot 10}{100} = 15$ αύξηση
Επομένως, $150 + 15 = €165$ τελικό κόστος

- A2.** Δίνεται ορθό πρίσμα με βάση τετράγωνο. Το ύψος του πρίσματος είναι $6m$ και το εμβαδόν της βάσης του $16m^2$. Να υπολογίσετε:
(α) τον όγκο του
(β) την πλευρά της βάσης του

Λύση:

(α) $V = E_{\beta} \cdot \upsilon \Rightarrow V = 16 \cdot 6 = 96m^3$
(β) $E_{\beta} = \alpha^2 = 16 \Rightarrow \alpha = \sqrt{16} = 4m$

- A3.** Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα φαίνεται ο αριθμός των φοιτητών/τριών στα τέσσερα έτη (Α', Β', Γ', Δ') μιας Σχολής Ηλεκτρολόγων.



- (α) Πόσοι φοιτητές/τριες βρίσκονται στο Δ' έτος; **(2 μον.)**
 (β) Πόσοι είναι όλοι οι φοιτητές/τριες που φοιτούν στη Σχολή; **(3 μον.)**
 (γ) Σε ποια έτη φοιτούν το πολύ 150 φοιτητές/τριες; **(3 μον.)**
 (δ) Ποιο είναι το ποσοστό των φοιτητών/τριών που φοιτούν στο Γ' έτος; **(2 μον.)**

Λύση:

- (α) 50 φοιτητές/τριες
 (β) $150 + 100 + 200 + 50 = 500$
 (γ) Στο Α', στο Β' και στο Δ'
 (δ) $\frac{200}{500} \cdot 100\% = 40\%$

- A4.** Η μέγιστη θερμοκρασία (σε βαθμούς κελσίου) στη Λευκωσία τις πρώτες δέκα μέρες του Μαΐου ήταν:

24, 19, 29, 20, 21, 24, 22, 27, 20, 24

Να βρείτε :

- (α) την επικρατούσα τιμή (x_ε) **(2 μονάδες)**
 (β) τη διάμεσο τιμή (x_δ) **(4 μονάδες)**
 (γ) τη μέση τιμή (\bar{x}) **(4 μονάδες)**

Λύση:

- (α) $x_\varepsilon = 24$
 (β) $x_\delta = \frac{22+24}{2} = 23$
 (γ) $\bar{x} = \frac{19+20+20+21+22+24+24+24+27+29}{10} = \frac{230}{10} = 23$

- A5.** Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας ενός κώνου είναι $60\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του είναι $96\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
- (α) την ακτίνα της βάσης του (2 μονάδες)
 (β) τη γενέτειρά του λ (2 μονάδες)
 (γ) το ύψος του (3 μονάδες)
 (δ) τον όγκο του. (3 μονάδες)

Λύση:

(α) $E_{ολ} = E_{\beta} + E_{\kappa} \Rightarrow E_{\beta} = E_{ολ} - E_{\kappa} = 96\pi - 60\pi = 36\pi \text{ cm}^2$

Επομένως,

$$E_{\beta} = \pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R^2 = 36 \Rightarrow R = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

(β) $E_{\kappa} = \pi R\lambda = 60\pi \Rightarrow 6\lambda = 60 \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm}$

(γ) Ισχύει, $\lambda^2 = R^2 + v^2 \Rightarrow v^2 = 10^2 - 6^2 = 64$

Επομένως, $v = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$

(δ) $V = \frac{E_{\beta} \cdot v}{3} = \frac{36\pi \cdot 8}{3} = 96\pi \text{ cm}^3$

- A6.** Ο όγκος ενός κύβου είναι 64 m^3 . Να υπολογίσετε:
- (α) την ακμή του (3 μονάδες)
 (β) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας. (3 μονάδες)
- (γ) Αν χρησιμοποιήσουμε το 75% της χωρητικότητας του για να τον γεμίσουμε με άμμο να βρείτε πόσος όγκος του κύβου θα μείνει κενός. (4 μονάδες)

Λύση:

(α) $V = a^3 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4 \text{ m}$

(β) $E_{ολ} = 6a^2 = 6 \cdot 4^2 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ m}^2$

(γ) $\frac{75}{100} \cdot 64 = 48 \text{ m}^3$

Ο όγκος του κύβου που θα μείνει κενός είναι, $64 - 48 = 16 \text{ m}^3$

ή $\frac{25}{100} \cdot 64 = 16 \text{ m}^3$

ΜΕΡΟΣ Β΄:

B1. Ένας εισαγωγέας αγόρασε 50 πλυντήρια για €20000. Πάνω στο κόστος της αγοράς ο εισαγωγέας πλήρωσε 5% για μεταφορικά, 4% για ασφάλιστρα και 6% για εκτελωνισμό. Επιπλέον πλήρωσε €1000 για την τοποθέτηση των πλυντηρίων σε αποθήκη.

(α) Πόσα πρέπει να πωλεί ο εισαγωγέας το κάθε πλυντήριο, αν θέλει να έχει κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος; **(6 μονάδες)**

(β) Αν η τιμή πώλησης ενός πλυντηρίου είναι €576, πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή που θα επιβαρυνθεί επιπλέον με 19% Φ.Π.Α; **(4 μονάδες)**

Λύση:

$$(α) 5\% + 4\% + 6\% = 15\%$$

$$15\% \cdot 20000 = €3000$$

$$€20000 + €3000 + €1000 = €24000 \quad \text{συνολικά έξοδα}$$

$$\text{Συνολικό κέρδος } 20\% \cdot 24000 = €4800$$

$$\text{Κόστος και κέρδος: } 4800 + 24000 = €28800$$

Τιμή πώλησης του κάθε πλυντηρίου:

$$\frac{28800}{50} = €576$$

$$(β) 19\% \cdot 576 = €109,44$$

$$\text{Συνολικό κόστος } €109,44 + €576 = €685,44$$

B2. Ο παρακάτω πίνακας μας δίνει τον αριθμό των υπνοδωματίων ενός δείγματος 30 τυχαίων σπιτιών μιας πόλης.

2	0	2	4	1	2	3	0	2	2
1	1	2	3	3	2	1	1	1	3
2	3	3	2	0	4	3	3	2	2

(α) Να μεταφέρετε τον πιο κάτω πίνακα συχνοτήτων στο τετράδιο απαντήσεων σας και να τον συμπληρώσετε, σύμφωνα με τις πιο πάνω παρατηρήσεις **(5 μονάδες)**

x_j	f_j

(β) Να υπολογίσετε:

i. τη μέση τιμή (\bar{x}) των πιο πάνω παρατηρήσεων **(4 μονάδες)**

ii. την τυπική απόκλιση (σ) των πιο πάνω παρατηρήσεων κατά προσέγγιση ενός

δεκάτου.

(6 μονάδες)

Λύση:

(α)

x_i	f_i
0	3
1	6
2	11
3	8
4	2

(β)

i. $\bar{x} = \frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 11 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 2}{30} = \frac{60}{30} = 2$

ii.

x_i	f_i	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
0	3	$(0 - 2)^2 = 4$	$3 \cdot 4 = 12$
1	6	$(1 - 2)^2 = 1$	$6 \cdot 1 = 6$
2	11	$(2 - 2)^2 = 0$	$11 \cdot 0 = 0$
3	8	$(3 - 2)^2 = 1$	$8 \cdot 1 = 8$
4	2	$(4 - 2)^2 = 4$	$2 \cdot 4 = 8$
			$\Sigma = 34$

$$s = \sqrt{\frac{34}{30}} = \sqrt{1,133} = 1,06458 \cong 1,1$$

B3. Ένας επιπλοποιός θα κατασκευάσει ένα μοντέρνο τραπέζι με ορθογώνιο γυαλί το οποίο στηρίζεται σε κώνο με διάμετρο βάσης 28cm και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του οποίου οι διαστάσεις της βάσης του είναι $\alpha = 10\text{cm}$ και $\beta = 30\text{cm}$. Τα δύο στερεά έχουν το ίδιο ύψος. Ο κώνος και το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι συμπαγή.

Αν ο όγκος του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι 14400cm^3 να βρείτε:

(α) το ύψος των δύο στερεών

(4 μονάδες)

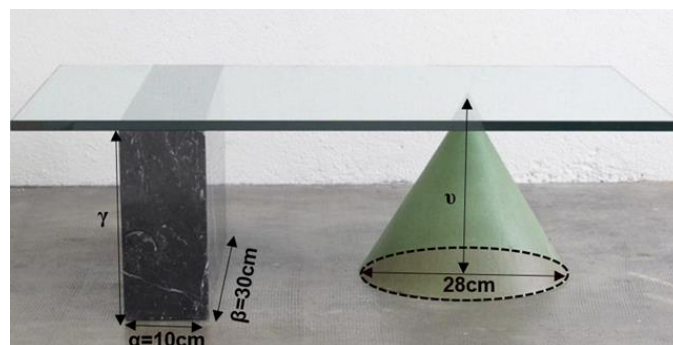
(β) τη γενέτειρα (λ) του κώνου

(4 μονάδες)

(γ) το κόστος κατασκευής του τραπεζιού, αν το γυαλί στοιχίζει €150 και τα δύο στερεά στα οποία στηρίζεται, κώνος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, έχουν ύψος 48cm και θα κατασκευαστούν από το ίδιο υλικό αξίας €0,01/ cm^3 . Να

χρησιμοποιήσετε την προσέγγιση $\pi \cong \frac{22}{7}$.

(7 μονάδες)



Λύση:

(α) Ο όγκος του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου δίνεται από τον τύπο

$$V = a \cdot \beta \cdot \gamma \Rightarrow 14400 = 10 \cdot 30 \cdot \gamma \Rightarrow \gamma = \frac{14400}{300} = 48cm$$

(β) Στον κώνο ισχύει: $2R = 28cm \Rightarrow R = 14cm$

$$\text{Και } \lambda^2 = R^2 + v^2 \Rightarrow \lambda^2 = 14^2 + 48^2 = 196 + 2304$$

$$\Rightarrow \lambda = \sqrt{196 + 2304} = \sqrt{2500} = 50cm$$

$$\text{(γ) } V(\text{κώνου}) = \frac{E\beta \cdot v}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot v}{3} = \frac{22}{7} \cdot \frac{196 \cdot 48}{3} = 9856cm^3$$

$$\text{Συνολικός όγκος: } 14400 + 9856 = 24256cm^3$$

$$\text{Κόστος κατασκευής κώνου και πρίσματος: } 0,01 \cdot 24256 = \text{€}242,56$$

$$\text{Συνολικό κόστος: } 150 + 242,56 = \text{€}392,56$$