ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023 - 2024

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ/ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20 Μαΐου 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΚ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α043

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 λεπτά

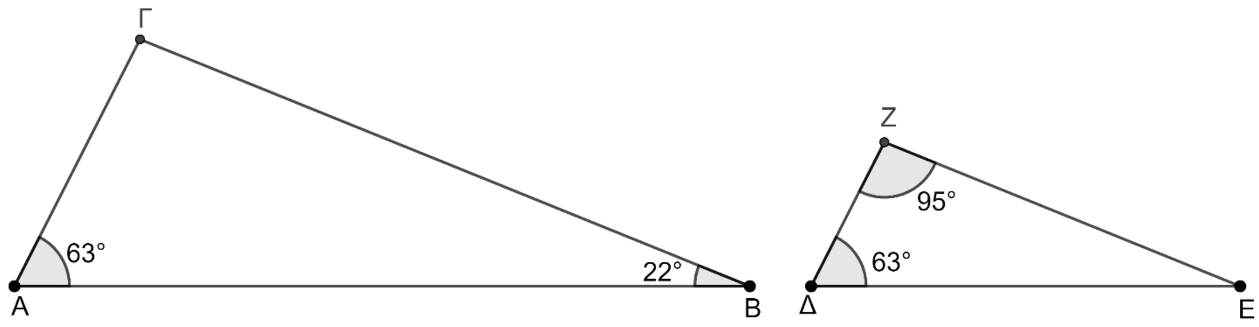
ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων, να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κ.λπ.
6. Η τελευταία λευκή σελίδα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πρόχειρο ή ως συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων.
7. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
8. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
9. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Μέρος Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

Α1. Να αποδείξετε ότι τα πιο κάτω τρίγωνα είναι όμοια.



Α2. Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας με μέτρο $160°$.

Α3. Στο διπλανό διάγραμμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση:

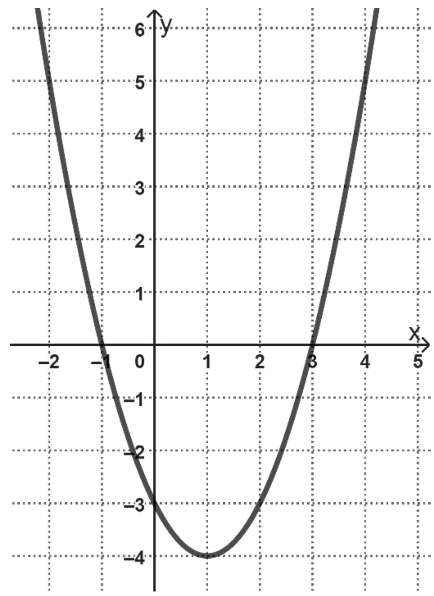
$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0.$$

Να βρείτε:

α) το πρόσημο του α,

β) τις λύσεις x_1, x_2 της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$.

Να αιτιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



Α4. α) Η τιμή 31 έχει βαρύτητα 0,1, η τιμή 43 έχει βαρύτητα 0,4 και η τιμή 52 έχει βαρύτητα 0,5. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πιο πάνω τιμών.

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\varepsilon\varphi x \cdot \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + \sigma\varphi x \cdot \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = 1$$

Α5. α) i. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\sqrt[3]{3+\sqrt{23+\sqrt[4]{16}}}$$

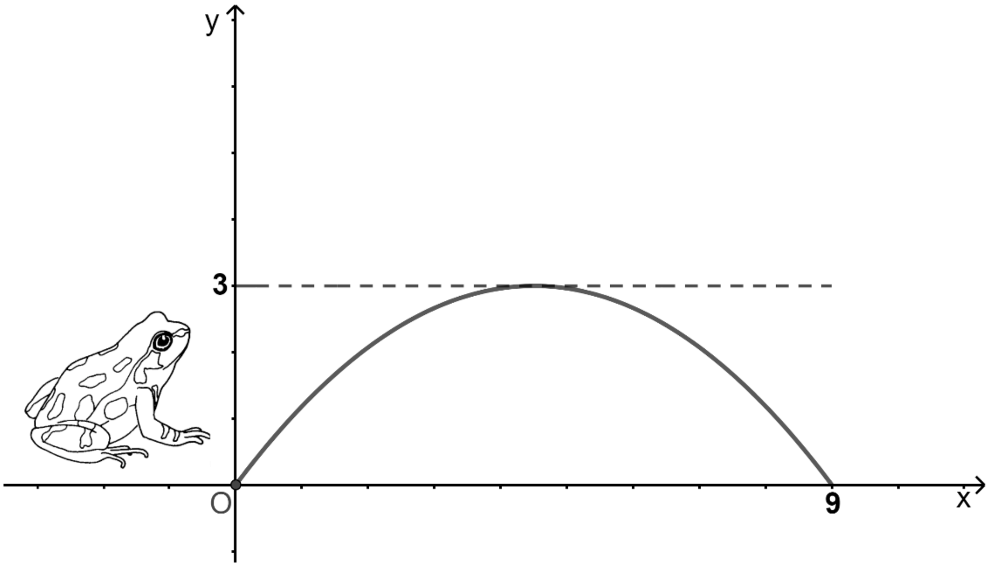
ii. Να αποδείξετε τη σχέση:

$$(\,\alpha^{\frac{1}{2}}-\beta^{\frac{1}{2}})^2=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta},\quad \alpha,\beta\geq 0$$

β) Η εξίσωση $2x^2-6x+1=0$ έχει λύσεις τις $x_1,\ x_2$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(49^{x_1})^{x_2}+3^{x_1}\cdot 3^{x_2}$$

Α6. Ένα νεογέννητο βατραχάκι, ξεκινά από την αρχή των αξόνων και μπορεί να αναπηδήσει σε ύψος μέχρι 3 cm και να καλύψει οριζόντια απόσταση μέχρι 9 cm. Η τροχιά της κίνησής του έχει σχήμα παραβολής, όπως παρουσιάζεται στην πιο κάτω εικόνα.



α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου, στο οποίο το βατραχάκι θα επιτύχει το μέγιστο ύψος.

β) Η εξίσωση της παραβολής που περιγράφει την τροχιά της κίνησης του βατραχιού, δίνεται από τον τύπο:

$$y=\lambda x^2+\frac{4}{3}x,\quad \lambda\neq 0\ \text{ και } \lambda\in\mathbb{R}.$$

Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου λ.

Μέρος Β΄: Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.
Η άσκηση Β1 βαθμολογείται με 10 μονάδες, ενώ οι ασκήσεις Β2 και Β3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.
Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Β1. α) Να λύσετε την ανίσωση:

$$x^2 - 7x + 12 \leq 0$$

(Μονάδες 4)

β) Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2x^2 + y^2 = 27 \end{cases}$ **(Μονάδες 6)**

Β2. α) Αν $\eta\mu\theta = \frac{15}{17}$ και $90° < \theta < 180°$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{17\eta\mu\theta - 15\sigma\varphi\theta}{23\ \varepsilon\varphi\theta \cdot \sigma\varphi\theta}$$

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu(180° - x)}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu(90° - x) - \sigma\upsilon\nu x \cdot \eta\mu(90° - x)} = \frac{1}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}$$

(Μονάδες 7)

Β3. α) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

i) $\sqrt{2\kappa + 1} = 3$ **(Μονάδες 6)**

ii) $\lambda^{\frac{1}{3}} = 2, \quad \lambda > 0$ **(Μονάδες 4)**

β) Αν $\kappa = 4$ και $\lambda = 8$, να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με λύσεις τις κ και λ.

(Μονάδες 5)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ