

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023 - 2024

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20 Μαΐου 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

- Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων, να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
- Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
- Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
- Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
- Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κ.λπ.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

A1. Να λύσετε την ανίσωση: $(x + 2)(x - 3) \leq 0$

A2. Να βρείτε τη σχετική θέση των κύκλων $(K, 6 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 9 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 7 \text{ cm}$.

A3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(2,4)$ και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα των τετμημένων.

A4. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $\frac{\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x} + \sigma\upsilon\nu x = \tau\epsilon\mu x$

β) $\epsilon\phi x \cdot (\sigma\phi x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x) = \sigma\upsilon\nu^2 x$

A5. α) Να διατυπώσετε τον ορισμό των ίσων διανυσμάτων. **(1,5 μονάδα)**

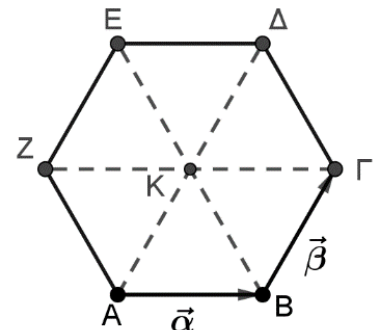
β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κανονικό εξάγωνο $AB\Gamma\Delta E Z$ (δηλ. έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνιές του ίσες), με $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\beta}$.

(Σημείωση: Ισχύει ότι $E\Delta // Z\Gamma // AB$, $ZE // A\Delta // B\Gamma$, $AZ // BE // \Gamma\Delta$.)

i. Να εκφράσετε τα διανύσματα \overrightarrow{BA} , $\overrightarrow{B\Delta}$, \overrightarrow{BE} συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **(4,5 μονάδες)**

ii. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{B\Delta} + \overrightarrow{BE} = 4\vec{\beta} - 4\vec{\alpha}$ **(1 μονάδα)**

iii. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{\mu} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{B\Delta} + \overrightarrow{BE}$ είναι παράλληλο με το διάνυσμα \overrightarrow{BK} . **(3 μονάδες)**



A6. Δίνεται η παραβολή $f(x) = 3x^2 - 12x + 11$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της. **(1,5 μονάδες)**

β) Να εξετάσετε αν έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε. **(2 μονάδες)**

γ) Χωρίς να βρείτε τις λύσεις x_1, x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$, να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ακέραιους συντελεστές που να έχει λύσεις τους αριθμούς $\frac{1}{x_1}$ και $\frac{1}{x_2}$. **(6,5 μονάδες)**

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Η άσκηση B1 βαθμολογείται με 10 μονάδες, ενώ οι ασκήσεις B2 και B3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής f με εξίσωση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Να βρείτε:

α) Το πρόσημο του a (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας), **(1,5 μονάδα)**

β) την τιμή του γ (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας), **(1,5 μονάδα)**

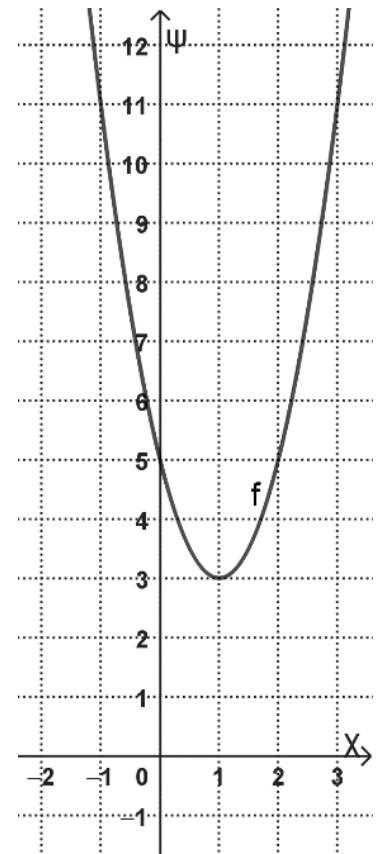
γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της f , **(1 μονάδα)**

δ) το σύνολο τιμών της f , **(1 μονάδα)**

ε) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας), **(2 μονάδες)**

στ) τις λύσεις x_1, x_2 της εξίσωσης: $ax^2 + bx + \gamma = 11$, **(1 μονάδα)**

ζ) τις λύσεις της ανίσωσης: $ax^2 + bx + \gamma \leq x$. **(2 μονάδες)**

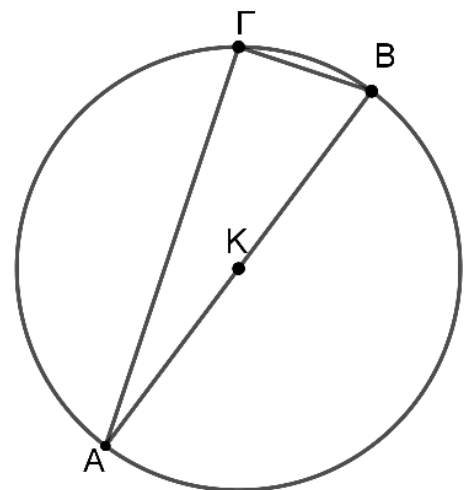


B2. Δίνεται η σχέση:
$$\frac{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{2}-\theta\right) \cdot \sigma\varphi(\pi-\theta) \cdot \eta\mu(3\pi-\theta)}{\sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)} = -\frac{1}{2}, \quad \theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right).$$

- α) Να αποδείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2}$. **(5 μονάδες)**
- β) Χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικές ταυτότητες, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 6\sigma\varphi\theta - 2\eta\mu\theta$. **(7 μονάδες)**
- γ) Να βρείτε τη γωνία θ . **(1 μονάδα)**
- δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής της τελικής πλευράς της γωνίας θ με τον τριγωνομετρικό κύκλο, αν αυτή τοποθετηθεί σε κανονική θέση σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. **(2 μονάδες)**

B3. Δίνεται κύκλος (K, ρ) , και το εγγεγραμμένο σε αυτόν τρίγωνο $AB\Gamma$ με την πλευρά του AB να είναι διάμετρος του κύκλου. Αν $A(4, -2), K(7, 2)$ και η χορδή $A\Gamma$ είναι παράλληλη με την ευθεία $3x - y + 5 = 0$, να βρείτε:

- α) την εξίσωση της διαμέτρου AB , **(2 μονάδες)**
- β) την εξίσωση της χορδής $B\Gamma$, **(7 μονάδες)**
- γ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ . **(3 μονάδες)**
- δ) Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο του A και παίρνουμε πάνω σε αυτή σημείο Δ τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $A\hat{\Delta}\Gamma$ και $A\hat{B}\Gamma$ είναι ίσες. **(3 μονάδες)**



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ