

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023 – 2024
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 29 ΜΑΙΟΥ 2024**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
Α΄ ΣΕΙΡΑ**

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 2B

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: 90 λεπτά

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

A1. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $6x + 8y - 4x - 3y =$ (5μ)

(β) $(2x^2y) \cdot (3x^3y) =$ (5μ)

Λύση:

(α) $6x + 8y - 4x - 3y = 2x + 5y$

(β) $(2x^2y) \cdot (3x^3y) = 6x^5y^2$

A2. Να γράψετε υπό μορφή μιας δύναμης τις πιο κάτω παραστάσεις, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:

(α) $3^{10} \cdot 3^4 =$ (4μ)

(β) $(-7)^5 : (-7)^2 =$ (3μ)

(γ) $(5^3)^2 =$ (3μ)

Λύση:

(α) $3^{10} \cdot 3^4 = 3^{14}$

(β) $(-7)^5 : (-7)^2 = (-7)^3$

(γ) $(5^3)^2 = 5^6$

A3. Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ριζών:

(α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$ (4μ)

(β) $\sqrt{27} : \sqrt{3} =$ (3μ)

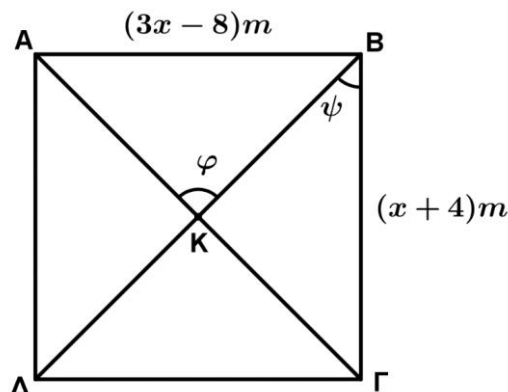
(γ) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$ (3μ)

Λύση:
(α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$
(β) $\sqrt{27} : \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$
(γ) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$

A4. Κατασκευαστική εταιρεία ανέλαβε να κτίσει ένα συγκρότημα εξοχικών κατοικιών. Για την υλοποίηση του έργου προσέλαβε 40 υπαλλήλους οι οποίοι θα τέλειωναν το έργο σε 180 εργάσιμες μέρες. Αν η εταιρεία προσλάμβανε ακόμη 10 υπαλλήλους, με σκοπό να παραδώσει το έργο νωρίτερα, σε πόσες εργάσιμες μέρες θα τέλειωνε τις εξοχικές κατοικίες;

Λύση:	
Αριθμός υπαλλήλων	Μέρες
40	180
50	x
<i>Αντιστρόφως ανάλογα ποσά</i>	
$50x = 40 \cdot 180 \Leftrightarrow 50x = 7200 \Leftrightarrow x = \frac{7200}{50} \Leftrightarrow x = 144$	
Απ: Θα τέλειωνε τις εξοχικές κατοικίες σε 144 μέρες	

- A5.** (α) Να γράψετε δυο ιδιότητες του ορθογωνίου παραλληλογράμμου: (3μ)
 i)
 ii)
- (β) Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο και K είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν $AB = (3x - 8)m$ και $B\Gamma = (x + 4)m$, να υπολογίσετε τις τιμές των x , ψ και φ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (7μ)



Λύση:

(α) Οποιοσδήποτε δυο από τις πιο κάτω ιδιότητες:

- τέσσερεις γωνίες ορθές
- οι διαγώνιοι του είναι ίσες
- οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες
- οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες
- οι διαγώνιοι του διχοτομούνται
- οι απέναντι πλευρές του παράλληλες

(β)

$$3x - 8 = x + 4 \text{ (πλευρές τετραγώνου)}$$

$$3x - x = 8 + 4$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$\psi = \frac{\hat{B}}{2} = 45^\circ \text{ (οι διαγώνιοι τετραγώνου διχοτομούν τις γωνίες του)}$$

$$\varphi = 90^\circ \text{ (οι διαγώνιοι τετραγώνου τέμνονται κάθετα)}$$

A6. Να λύσετε την πιο κάτω ανίσωση και να παραστήσετε γραφικά τη λύση της στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

$$\frac{x + 1}{6} - \frac{3x + 2}{3} < \frac{1 - x}{2}$$

Λύση:

$$\frac{x + 1}{6} - \frac{3x + 2}{3} < \frac{1 - x}{2}$$

$$x + 1 - 2(3x + 2) < 3(1 - x)$$

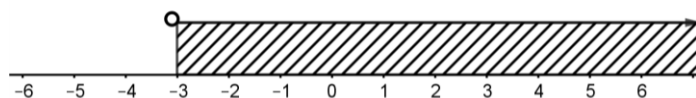
$$x + 1 - 6x - 4 < 3 - 3x$$

$$x - 6x + 3x < -1 + 4 + 3$$

$$-2x < 6$$

$$2x > -6$$

$$x > -3$$



ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Οι ασκήσεις Β1 και Β2 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία ενώ η άσκηση Β3 βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Β1. Δίνονται τα πολυώνυμα $\varphi(x) = 2x^2 - 5x - 3$ και $\rho(x) = x - 4$. Να υπολογίσετε τα:

(α) $\varphi(-2)$ (3μ)

(β) $\varphi(x) - \rho(x)$ (3μ)

(γ) $\rho(x) \cdot \varphi(x)$ (4μ)

(δ) $\varphi(x) : \rho(x)$ (5μ)

Λύση:
(α) $\varphi(-2) = 2(-2)^2 - 5 \cdot (-2) - 3$
$= 2 \cdot 4 + 10 - 3$
$= 8 + 10 - 3$
$= 15$
(β) $\varphi(x) - \rho(x) =$
$= 2x^2 - 5x - 3 - (x - 4)$
$= 2x^2 - 5x - 3 - x + 4$
$= 2x^2 - 6x + 1$
(γ) $\rho(x) \cdot \varphi(x) =$
$= (x - 4) \cdot (2x^2 - 5x - 3)$
$= 2x^3 - 5x^2 - 3x - 8x^2 + 20x + 12$
$= 2x^3 - 13x^2 + 17x + 12$
(δ) $\varphi(x) : \rho(x)$
$\begin{array}{r l} 2x^2 - 5x - 3 & x - 4 \\ -2x^2 + 8x & \hline +3x - 3 & \\ -3x + 12 & \\ \hline 9 & \end{array}$

- B2.** (α) Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ριζών και των δυνάμεων, να υπολογίσετε τις παραστάσεις A και B (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής). (8μ)

$$A = \sqrt{2}(\sqrt{50} - \sqrt{8}) - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + \sqrt[3]{7^3} =$$

$$B = \frac{5^6 \cdot 5^9 + 2 \cdot (8 - 3)^{-3}}{5^5 \cdot 25^{-4}} =$$

Λύση: (α)
$A = \sqrt{2}(\sqrt{50} - \sqrt{8}) - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + \sqrt[3]{7^3}$
$A = \sqrt{100} - \sqrt{16} - (-3)^2 + 7$
$A = 10 - 4 - 9 + 7$
$A = 4$
$B = \frac{5^6 \cdot 5^9 + 2 \cdot (8 - 3)^{-3}}{5^5 \cdot 25^{-4}}$
$B = \frac{5^{6-9} + 2 \cdot (5)^{-3}}{5^5 \cdot (5^2)^{-4}}$
$B = \frac{5^{-3} + 2 \cdot 5^{-3}}{5^5 \cdot 5^{-8}}$
$B = \frac{3 \cdot 5^{-3}}{5^{-3}}$
$B = 3$

- (β) i) Αν $A = 4$ και $B = 3$, να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις: (3μ)
 $2x + A \geq 0$ και $x - B < 0$

ii) Να παραστήσετε γραφικά την κοινή λύση των πιο πάνω ανισώσεων στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. (1,5μ)

iii) Να γράψετε τη κοινή λύση των πιο πάνω ανισώσεων υπό μορφή διαστήματος. (1,5μ)

iv) Να γράψετε την μικρότερη και την μεγαλύτερη κοινή ακέραιά τους λύση. (1μ)

Μικρότερη κοινή ακέραια λύση:

Μεγαλύτερη κοινή ακέραια λύση:

(β) (i)
$2x + A \geq 0$
$2x + 4 \geq 0$
$2x \geq -4$
$x \geq -\frac{4}{2}$
$x \geq -2$
$x - B < 0$
$x - 3 < 0$
$x < 3$
(ii)
(iii) $[-2,3)$
(iv)
Μικρότερη κοινή ακέραια λύση: -2
Μεγαλύτερη κοινή ακέραια λύση: 2

B3. Στο πιο κάτω σχήμα το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ισεμβαδικό με το ρόμβο $\Gamma\Delta EZ$. Το K είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου, $KE = 8\text{cm}$ και $EZ = 17\text{cm}$.

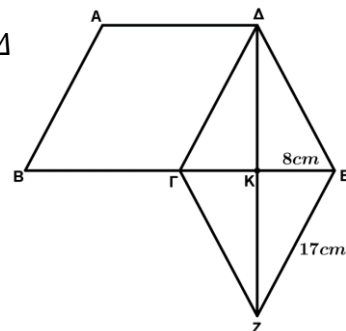
Να υπολογίσετε:

(α) τα μήκη των διαγωνίων του ρόμβου ΓE και ΔZ (4μ)

(β) το εμβαδόν του ρόμβου $\Gamma\Delta EZ$ (2μ)

(γ) το μήκος του ύψους του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ που αντιστοιχεί στην πλευρά $B\Gamma$ (1μ)

(δ) την περίμετρο του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ (3μ)



Λύση:
(α) $ΓΕ = 2ΚΕ = 16cm$
Τρίγωνο ZKE ορθογώνιο ($Z\hat{K}E = 90^\circ$)
Π. Θ.
$17^2 = 8^2 + (KZ)^2$
$289 = 64 + (KZ)^2$
$(KZ)^2 = 225$
$KZ = 15cm$
$\Delta Z = 2KZ = 30cm$
(β) $E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$
$E = \frac{16 \cdot 30}{2}$
$E = 240cm^2$
(γ) $\nu = \Delta K = 15cm$
(δ) $E_{ρομβ.} = E_{παραλλ.}$
$240 = BΓ \cdot \nu$
$240 = BΓ \cdot 15$
$BΓ = 16cm$
$\Pi_{ABΓ\Delta} = 2(BΓ) + 2(AB)$
$\Pi_{ABΓ\Delta} = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 17$
$\Pi_{ABΓ\Delta} = 66cm$

ΤΕΛΟΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ