

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΚΑΙ
ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

20 23 - 20 24

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΣΕΙΡΑ Α΄

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Δευτέρα, 20 Μαΐου 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΙΙΙ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thmgmemo301

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από οκτώ (8) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 4 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

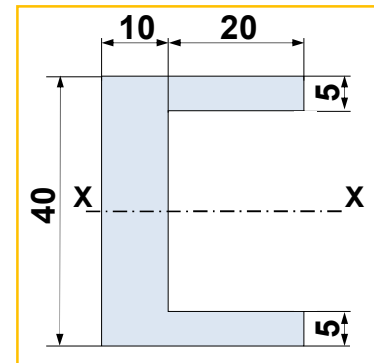
1. Η ροπή αδράνειας της διατομής της δοκού που φαίνεται στο Σχήμα 1, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x, είναι:

(α) $I_{xx} = 720000 \text{ mm}^4$

(β) $I_{xx} = 256000 \text{ mm}^4$

(β) $I_{xx} = 200000 \text{ mm}^4$

(δ) $I_{xx} = 115000 \text{ mm}^4$.



Σχήμα 1

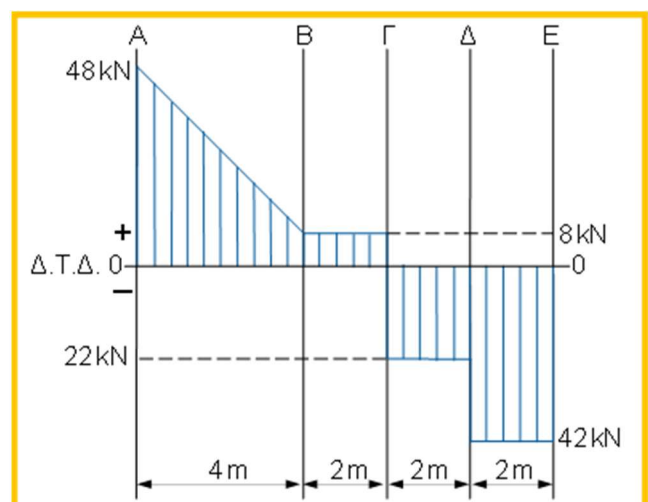
2. Στο Σχήμα 2, δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων δοκού μήκους 10 m. Το ομοιόμορφα καταναμημένο φορτίο q που καταπονεί τη δοκό είναι:

(α) $q = 6 \text{ kN/m}$

(β) $q = 8 \text{ kN/m}$

(γ) $q = 10 \text{ kN/m}$

(δ) $q = 12 \text{ kN/m}$.



Σχήμα 2

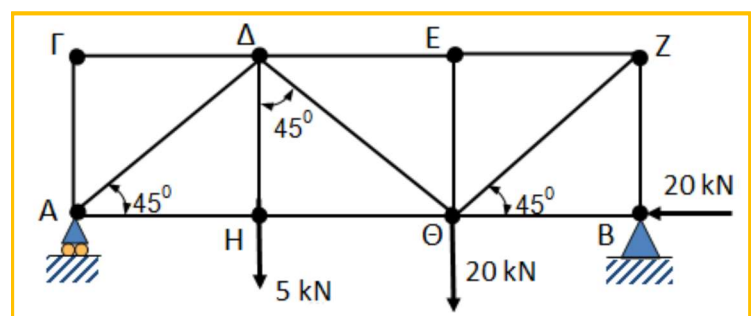
3. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο Σχήμα 3, οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:

(α) ΑΓ, ΓΔ και ΕΘ

(β) ΑΔ, ΓΔ και ΕΘ

(γ) ΒΖ, ΓΔ και ΒΘ

(δ) ΑΓ, ΗΔ και ΗΘ.



Σχήμα 3

4. Σε άξονα ηλεκτροκινητήρα μεταφέρεται ροπή στρέψης $M_t = 80 \text{ Nm}$. Αν ο άξονας περιστρέφεται με $n = 1500 \text{ rpm}$ και $\pi = 3,14$, η ισχύς P του ηλεκτροκινητήρα είναι ίση με:

- (α) $P = 2 \text{ kW}$
 (β) $P = 12 \text{ kW}$
 (γ) $P = 12,56 \text{ kW}$
 (δ) $P = 1200 \text{ W}$.

5. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τάση κάμψης $\sigma_{b\max}$, σε δοκό κυκλικής διατομής με διάμετρο $D = 200 \text{ mm}$, όταν η ροπή που ασκείται στη διατομή είναι $M_{b\max} = 78,5 \text{ kNm}$.

$$M_{b\max} = 78,5 \text{ kNm} \Rightarrow M_{b\max} = 78,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$I_{xx} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 200^4}{64} \Rightarrow I_{xx} = 78,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

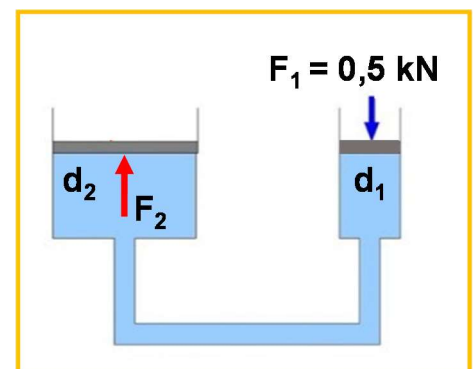
$$\frac{M_{b\max}}{I_{xx}} = \frac{\sigma_{\max}}{y} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_{b\max} \cdot y}{I_{xx}}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{78,5 \cdot 10^6 \cdot 100}{78,5 \cdot 10^6} \Rightarrow \sigma_{\max} = 100 \text{ N/mm}^2$$

6. Στο Σχήμα 4, φαίνεται υδραυλικό πιεστήριο του οποίου το έμβολο 1 έχει διάμετρο $d_1 = 20 \text{ cm}$ και το έμβολο 2 έχει διάμετρο $d_2 = 40 \text{ cm}$. Αν στο έμβολο 1 ασκηθεί δύναμη $F_1 = 0,5 \text{ kN}$, να υπολογίσετε τη δύναμη F_2 που θα αναπτυχθεί στο έμβολο 2.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{F_2}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot d_2^2}{d_1^2} = \frac{500 \cdot 0,4^2}{0,2^2} = 2 \text{ kN}$$



Σχήμα 4

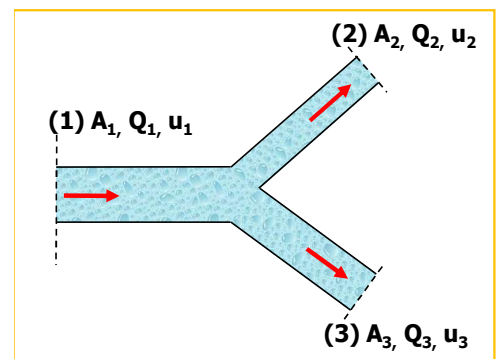
7. Άξονας με τα περιστρεφόμενα μέρη του, επιταχύνεται από την ηρεμία με επιτάχυνση $\alpha = 2,25 \text{ rad/s}^2$. Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα ω_2 που θα έχει ο άξονας μετά από $N = 5$ πλήρεις περιστροφές.

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \Rightarrow \theta = N \cdot 2\pi = 5 \cdot 2 \cdot 3,14 \Rightarrow \theta = 31,4 \text{ rad}$$

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \theta \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\omega_1^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \theta} \Rightarrow$$

$$\omega_2 = \sqrt{0 + 2 \cdot 2,25 \cdot 31,4} \Rightarrow \omega_2 = 11,9 \text{ rad/s}$$

8. Στο Σχήμα 5 κεντρικός αγωγός νερού (1) έχει παροχής $Q_1 = 8 \text{ m}^3/\text{h}$ και διακλαδώνεται σε δύο μικρότερους αγωγούς (2) και (3) αντίστοιχα. Αν ο αγωγός (2) έχει παροχή $Q_2 = 3 \text{ m}^3/\text{h}$ και ο αγωγός (3) έχει εμβαδόν διατομής $A_3 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ να υπολογίσετε την ταχύτητα ροής (u_3) στον αγωγό (3).



Σχήμα 5

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_3 = Q_1 - Q_2 = 8 - 3 \Rightarrow Q_3 = 5 \text{ m}^3 / \text{h}$$

$$Q_3 = 5 \text{ m}^3 / \text{h} = \frac{5}{3600} \Rightarrow Q_3 = 1,389 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

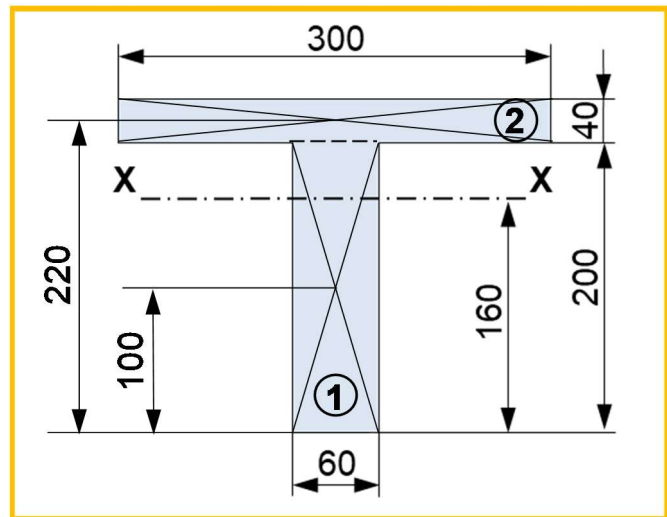
$$Q_3 = u_3 \cdot A_3 \Rightarrow u_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{1,389 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow u_3 = 2,78 \text{ m/s}$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

9. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της σύνθετης διατομής που φαίνεται στο Σχήμα 6, ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα X-X.



Σχήμα 6

$$I_{X'X'} = I_{X'X'1} + I_{X'X'2} \Rightarrow$$

$$I_{X'X'1} = I_{XX1} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'1} = \frac{60 \cdot 200^3}{12} + (60 \cdot 200) \cdot 60^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'1} = 83,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{X'X'2} = I_{XX2} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 \Rightarrow$$

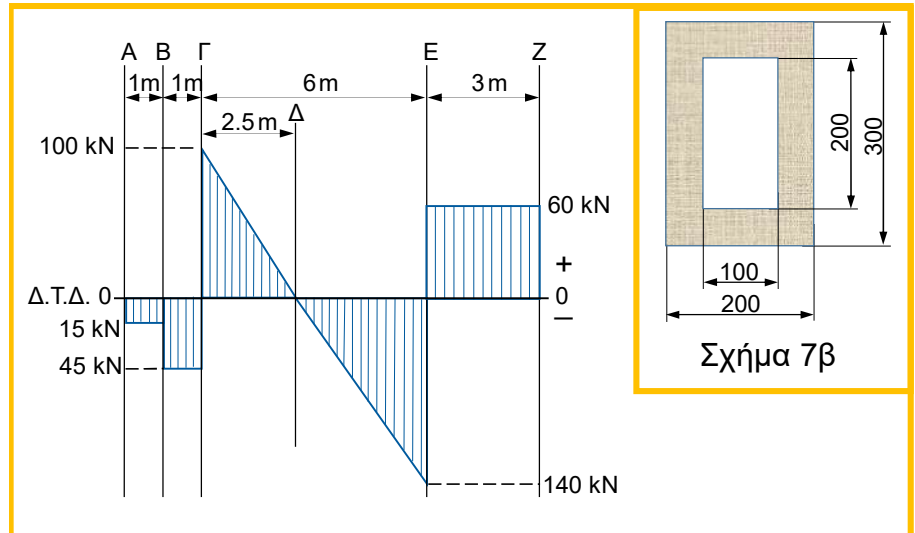
$$I_{X'X'2} = \frac{300 \cdot 40^3}{12} + (300 \cdot 40) \cdot 60^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'2} = 44,8 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{X'X'} = I_{X'X'1} + I_{X'X'2} = 83,2 \cdot 10^6 + 44,8 \cdot 10^6 \Rightarrow I_{X'X'} = 128 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

10. Στο Σχήμα 7α, δίνεται το διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων δοκού μήκους 11 m. Η εγκάρσια διατομή της δοκού φαίνεται στο Σχήμα 7β. Να υπολογίσετε:

- α) τη μέγιστη ροπή κάμψης M_{bmax} , (μονάδες 4)
 β) τη μέγιστη τάση κάμψης σ_{bmax} . (μονάδες 6)



Σχήμα 7α

$$M_{bA} = 0$$

$$M_{bB} = -E_{A-B} = -15 \text{ kNm}$$

$$M_{b\Gamma} = -E_{A-B} - E_{B-\Gamma} = -60 \text{ kNm}$$

$$M_{b\Delta} = -E_{A-B} - E_{B-\Gamma} + E_{\Gamma-\Delta} = 65 \text{ kNm}$$

$$M_{bE} = -E_{A-B} - E_{B-\Gamma} + E_{\Gamma-\Delta} - E_{\Delta-E} = -180 \text{ kNm}$$

$$M_{bZ} = 0$$

$$M_{bmax} = M_{bE} = 180 \text{ kNm} \Rightarrow$$

$$M_{bmax} = 180 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$I_{XX} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} - \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{200 \cdot 300^3}{12} - \frac{100 \cdot 200^3}{12} \Rightarrow$$

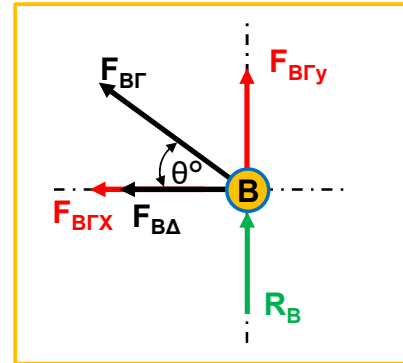
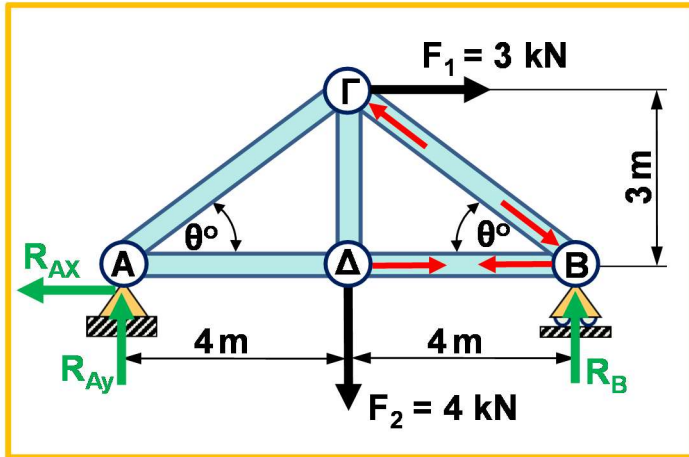
$$I_{XX} = 383,3 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\frac{M_{bmax}}{I_{XX}} = \frac{\sigma_{max}}{y_{max}} = \frac{E}{R} \Rightarrow$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{bmax} \cdot y_{max}}{I_{XX}} = \frac{180 \cdot 10^6 \cdot 150}{383,3 \cdot 10^6} \Rightarrow \sigma_{max} = 70,4 \text{ N/mm}^2$$

11. Για το επίπεδο δικτύωμα στο Σχήμα 8, ζητούνται να:

- α) υπολογίσετε εφαρμόζοντας την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του κόμβου B, (μονάδες 8)
 β) προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησης στα μέλη του κόμβου B. (μονάδες 2)



Σχήμα 8

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 4 - R_B \cdot 8 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 4}{8} = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 4}{8} \Rightarrow R_B = 3,125 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot 8 + F_1 \cdot 3 - F_2 \cdot 4 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} = \frac{F_2 \cdot 4 - F_1 \cdot 3}{8} = \frac{4 \cdot 4 - 3 \cdot 3}{8} \Rightarrow R_{Ay} = 0,875 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_B - F_2 = 0,875 + 3,125 - 4 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} + F_3 = 0 \Rightarrow R_{Ax} = -F_3 = -3 \text{ kN} \Rightarrow R_{Ax} = 3 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\varepsilon \varphi \hat{\theta} = \frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow \hat{\theta} = 37^\circ$$

ΚΟΜΒΟΣ B

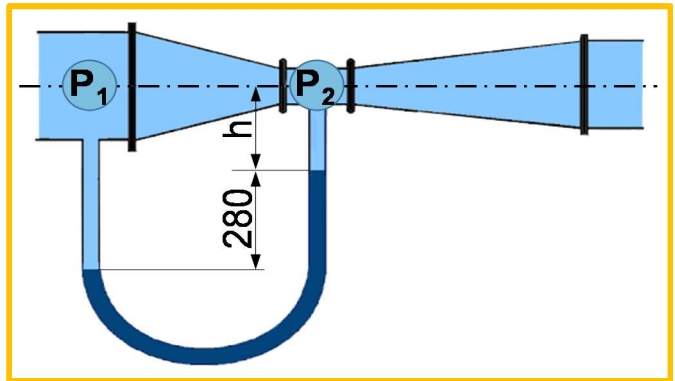
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_B + F_{B\Gamma y} = 0 \Rightarrow F_{B\Gamma} \cdot \eta\mu 37^\circ = -R_B \Rightarrow$$

$$F_{B\Gamma} = -\frac{3,125}{\eta\mu 37^\circ} = -\frac{3,125}{0,6} \Rightarrow F_{B\Gamma} = -5,2 \text{ kN} \Rightarrow F_{B\Gamma} = 5,2 \text{ kN} \text{ ΘΛΙΨΗ}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{B\Gamma x} - F_{B\Delta} = 0 \Rightarrow F_{B\Delta} = -F_{B\Gamma x} \Rightarrow$$

$$F_{B\Delta} = -F_{B\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu 37^\circ = -(-5,2) \cdot 0,8 \Rightarrow F_{B\Delta} = 4,16 \text{ kN} \text{ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ}$$

12. Σε αγωγό μέσα στον οποίο κινείται νερό τοποθετείται μανόμετρο υδραργύρου τύπου U, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9. Αν η διαφορά ύψους της στήλης υδραργύρου είναι 280 mm, να υπολογίσετε τη διαφορά της πίεσης μεταξύ των σημείων 1 και 2 του αγωγού. ($\rho_{\text{υδρ}} = 13600 \text{ kg/m}^3$ και $\rho_{\text{νερ}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)



Σχήμα 9

$$P_3 = \rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot (h_{\text{υδρ}} + h_{\text{νερ}}) + P_1$$

$$P_4 = \rho_{\text{υδρ}} \cdot g \cdot h_{\text{υδρ}} + \rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot h_{\text{νερ}} + P_2$$

$$P_3 = P_4 \Rightarrow$$

$$\rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot (h_{\text{υδρ}} + h_{\text{νερ}}) + P_1 = \rho_{\text{υδρ}} \cdot g \cdot h_{\text{υδρ}} + \rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot h_{\text{νερ}} + P_2 \Rightarrow$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho_{\text{υδρ}} \cdot g \cdot h_{\text{υδρ}} + \rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot h_{\text{νερ}} - \rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot (h_{\text{υδρ}} + h_{\text{νερ}}) \Rightarrow$$

$$P_1 - P_2 = \rho_{\text{υδρ}} \cdot g \cdot h_{\text{υδρ}} - \rho_{\text{νερ}} \cdot g \cdot h_{\text{υδρ}} = (\rho_{\text{υδρ}} - \rho_{\text{νερ}}) \cdot g \cdot h_{\text{υδρ}}$$

$$P_1 - P_2 = (13600 - 1000) \cdot 9,81 \cdot 0,28 \Rightarrow$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 34609,7 \text{ Pa}$$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄**

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από δύο (2) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

13. Σφόνδυλος μάζας 40 kg και ακτίνας αδράνειάς 30 cm, περιστρέφεται με 350 rpm. Για να επιταχύνει ο σφόνδυλος και να φτάσει τις 800 rpm πρέπει να ασκηθεί σε αυτόν ροπή στρέψης 70 Nm. Αν η ροπή τριβής στα έδρανα του σφόνδουλου είναι 8 Nm, να υπολογίσετε:

- α) τη ροπή αδράνειας του σφόνδουλου, (μονάδες 2)
β) το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει ο σφόνδυλος στις 800 rpm και (μονάδες 4)
γ) τη ροπή φρεναρίσματος που χρειάζεται να ασκηθεί στο σφόνδυλο για να σταματήσει να περιστρέφεται σε 5 s, από τη στιγμή που σταματά να ασκείται πάνω του ροπή στρέψης. (μονάδες 4)

$$\alpha) I = m \cdot r^2 = 40 \cdot 0,3^2 \Rightarrow I = 3,6 \text{ kgm}^2$$

$$\beta) \Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{\text{tfr}} = I \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{M_t - M_{\text{tfr}}}{I} = \frac{70 - 8}{3,6} \Rightarrow \alpha = 17,22 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 350}{60} \Rightarrow \omega_1 = 36,63 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 800}{60} \Rightarrow \omega_2 = 83,73 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{83,73 - 36,63}{17,22} \Rightarrow t = 2,7 \text{ s}$$

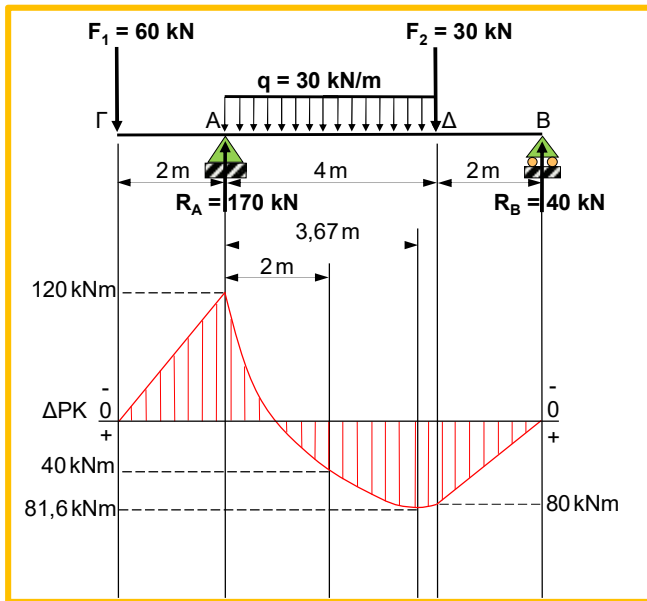
$$\gamma) \omega_1 = 83,73 \text{ rad/s} \rightarrow \omega_2 = 0$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t} \Rightarrow \alpha = \frac{83,73 - 0}{5} \Rightarrow \alpha = 16,75 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{\text{φρ}} + M_{\text{tfr}} = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{\text{φρ}} = I \cdot \alpha - M_{\text{tfr}} = 3,6 \cdot 16,75 - 8 \Rightarrow M_{\text{φρ}} = 52,3 \text{ Nm}$$

14. Στο Σχήμα 10, σε προέχουσα δοκό ασκούνται το ομοιόμορφα καταμεμημένο φορτίο $q = 30 \text{ kN/m}$ και τα συγκεντρωμένα φορτία $F_1 = 60 \text{ kN}$ και $F_2 = 30 \text{ kN}$. Οι αντιδράσεις στα σημεία στήριξης A και B είναι $R_A = 170 \text{ kN}$ και $R_B = 40 \text{ kN}$. Ζητούνται να:

- α) υπολογίσετε την απόσταση X από το σημείο Γ , όπου η τέμνουσα δύναμη εντός του ομοιόμορφα καταμεμημένου φορτίου είναι ίση με μηδέν. (μονάδες 2)
 β) υπολογίσετε τις ροπές κάμψης (μονάδες 5)
 γ) σχεδιάσετε το $\Delta.P.K.$ και (μονάδες 2)
 δ) υποδείξετε τη μέγιστη ροπή κάμψης. (μονάδες 1)



Σχήμα 10

$$\alpha) T_{A-\Delta} = -F_1 + R_A - q \cdot X = 0 \Rightarrow X = \frac{-F_1 + R_A}{q} = \frac{-60 + 170}{30} \Rightarrow X = 3,67 \text{ m}$$

$$\beta) Mb_{\Gamma} = 0$$

$$Mb_A = -F_1 \cdot 2 = -60 \cdot 2 = -120 \text{ kNm}$$

$$Mb_{A-\Delta} = -F_1 \cdot (2 + X) + R_A \cdot X - q \cdot X \cdot \frac{X}{2} = -F_1 \cdot (2 + X) + R_A \cdot X - q \cdot \frac{X^2}{2}$$

$$\Gamma \text{ για } X = 0 - 4$$

$$Mb_{A-\Delta}^{X=0} = -F_1 \cdot (2 + 0) + R_A \cdot 0 - q \cdot \frac{0^2}{2} = -60 \cdot 2 = -120 \text{ kNm}$$

$$Mb_{A-\Delta}^{X=2} = -F_1 \cdot (2 + 2) + R_A \cdot 2 - q \cdot \frac{2^2}{2} = -60 \cdot 4 + 170 \cdot 2 - 30 \cdot \frac{2^2}{2} = 40 \text{ kNm}$$

$$Mb_{A-\Delta}^{X=3,67} = -F_1 \cdot (2 + 3,67) + R_A \cdot 3,67 - q \cdot \frac{3,67^2}{2} = -60 \cdot 5,67 + 170 \cdot 3,67 - 30 \cdot \frac{3,67^2}{2} = 81,7 \text{ kNm}$$

$$Mb_{A-\Delta}^{X=4} = -F_1 \cdot (2 + 4) + R_A \cdot 4 - q \cdot \frac{4^2}{2} = -60 \cdot 6 + 170 \cdot 4 - 30 \cdot \frac{4^2}{2} = 80 \text{ kNm}$$

$$Mb_{\Delta} = -F_1 \cdot 6 + R_A \cdot 4 - Q \cdot 2 = -60 \cdot 6 + 170 \cdot 4 - 120 \cdot 2 = 80 \text{ kNm}$$

$$Mb_B = -F_1 \cdot 8 + R_A \cdot 6 - Q \cdot 4 - F_2 \cdot 2 = -60 \cdot 8 + 170 \cdot 6 - 120 \cdot 4 - 30 \cdot 2 = 0$$

$$\delta) Mb_{\max} = Mb_A = 120 \text{ kNm}$$