

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2024

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 28 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024

8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο το οποίο
αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία
εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1 Να βρείτε το αόριστο ολοκλήρωμα:

$$\int (x^3 - 6x^2 + 4x - 12) dx$$

A2 Δίνονται οι ηλικίες οκτώ (8) υπαλλήλων μιας εταιρείας:

36, 37, 32, 30, 34, 30, 37, 40

Να υπολογίσετε:

- α) τα τεταρτημόρια Q_1, Q_2, Q_3 (3 Μονάδες)
β) το εύρος (R) των πιο πάνω ηλικιών και το ενδοτεταρτημοριακό
εύρος (IQR). (2 Μονάδες)

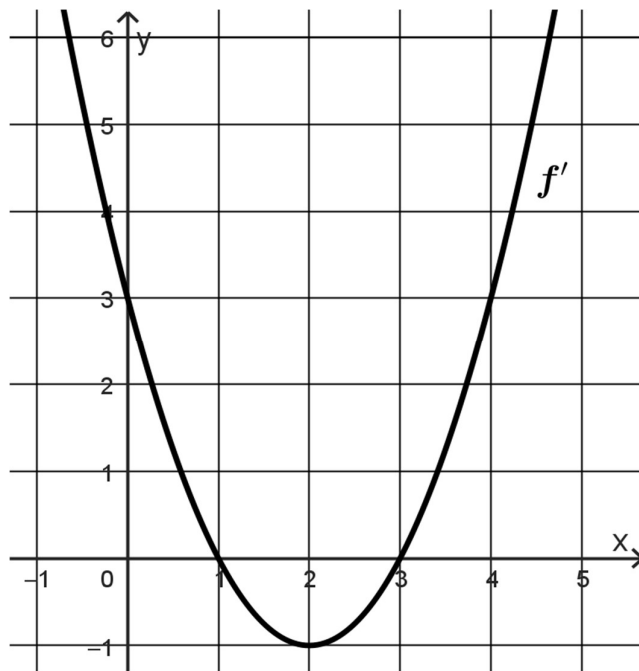
A3 Δίνεται η λέξη: **Μ Α Ρ Γ Α Ρ Ι Τ Α**

- α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης. (2 Μονάδες)
β) Να βρείτε πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς περιέχουν τη
λέξη «ΡΙΤΑ». (3 Μονάδες)

A4 Να βρείτε τη συνάρτηση f για την οποία $f''(x) = 4x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε να
ικανοποιούνται οι συνθήκες $f'(-1) = 0$ και $f(-1) = 1$.

A5 Δίνεται ημισφαίριο όγκου $144 \pi \text{ cm}^3$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής
επιφάνειας του ημισφαιρίου.

- A6** Η συνάρτηση $f(x) = \kappa x^3 + 3x^2 + 2\lambda$, $x \in \mathbb{R}$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x = -2$, την τιμή $f(-2) = 0$.
- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των κ και λ . (3 Μονάδες)
- β) Να χαρακτηρίσετε το είδος του ακροτάτου που παρουσιάζει η συνάρτηση f στο $x = -2$. (2 Μονάδες)
- A7** Από 4 Μαθηματικούς, 2 Φυσικούς και 3 Χημικούς ενός Λυκείου θα επιλεγεί μια πενταμελής ομάδα για να εκπροσωπήσει το σχολείο σε ένα επιστημονικό συνέδριο Χημείας. Να βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να γίνει η επιλογή, αν στην ομάδα:
- α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός, (1 Μονάδα)
- β) θα υπάρχουν ακριβώς δύο Χημικοί, (2 Μονάδες)
- γ) θα υπάρχει τουλάχιστον ένας Φυσικός και τουλάχιστον ένας Χημικός. (2 Μονάδες)
- A8** Έστω η δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου της f .
- α) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα μονοτονίας της f . (2 Μονάδες)
- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα και να χαρακτηρίσετε τα ακρότατα. (2 Μονάδες)
- γ) Να βρείτε για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει σημείο καμπής. (1 Μονάδα)



A9 Δίνονται δυο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με:

$$P(B) = \frac{7}{10}, \quad P(A|B) = \frac{3}{7}, \quad P(A - B) = \frac{1}{5}$$

Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: «να μην πραγματοποιηθεί το B »

(1 Μονάδα)

Δ: «να πραγματοποιηθεί και το A και το B »

(1,5 Μονάδες)

Ε: «να μην πραγματοποιηθεί το A δεδομένου ότι δεν πραγματοποιήθηκε το B »

(2,5 Μονάδες)

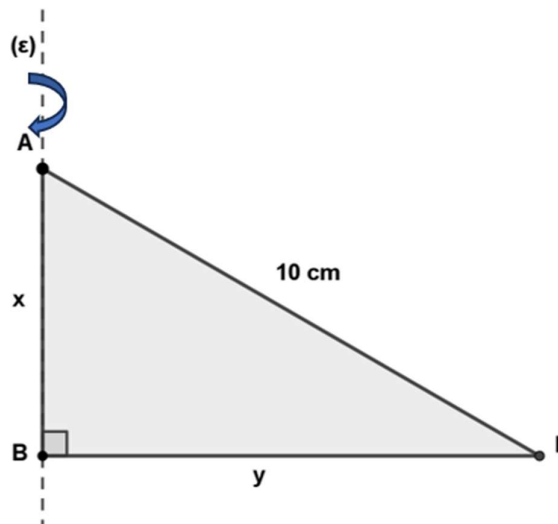
A10 Στο πιο κάτω σχήμα το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{B} = 90^\circ$), περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ε) . Τα σημεία A και B ανήκουν στην ευθεία (ε) . Αν $AB = x$, $B\Gamma = y$ και $A\Gamma = 10 \text{ cm}$:

α) να δείξετε ότι ο όγκος του παραγόμενου στερεού δίνεται από τον τύπο

$$V(x) = \frac{\pi}{3}(100x - x^3), \quad 0 < x < 10$$

(1,5 Μονάδες)

β) να βρείτε το μήκος του ύψους του παραγόμενου στερεού, ώστε ο όγκος του να είναι μέγιστος.



(3,5 Μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΥΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

B1 Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = x(x + 3)^2$$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες των συντεταγμένων. (2 Μονάδες)
- β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς:
- i. τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα, (3 Μονάδες)
 - ii. την κυρτότητα και τα σημεία καμπής, (2 Μονάδες)
 - iii. τη συμπεριφορά της στα άκρα του πεδίου ορισμού της. (1 Μονάδες)
- γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . (2 Μονάδες)

B2 Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες διαβάσματος οκτώ (8) μαθητών για το διαγώνισμα των Μαθηματικών και ο βαθμός που πήρε ο καθένας στο διαγώνισμα αυτό.

| Μαθητής | Ώρες διαβάσματος (x_i) | Βαθμός διαγωνίσματος (y_i) |
|---------|----------------------------|--------------------------------|
| M1 | 4 | 13 |
| M2 | 6 | 15 |
| M3 | 5 | 13 |
| M4 | 4 | 15 |
| M5 | 10 | 19 |
| M6 | 7 | 17 |
| M7 | 8 | 16 |
| M8 | 4 | 12 |

- α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς. (3 Μονάδες)
- β) Να υπολογίσετε τον γραμμικό συντελεστή συσχέτισης. (7 Μονάδες)
- B3** Μια δεξαμενή περιέχει νερό όγκου $V = 80 \text{ m}^3$. Όταν υπάρχει ροή νερού από τη δεξαμενή, δηλαδή όταν η δεξαμενή αδειάζει, ο όγκος του νερού στη δεξαμενή είναι συνάρτηση του χρόνου t σε ώρες. Ο ρυθμός μεταβολής του όγκου δίνεται από τον τύπο:

$$V'(t) = (-2t - 2) \text{ m}^3/\text{h}$$

- α) Να βρείτε τον τύπο για τον όγκο νερού στη δεξαμενή συναρτήσει του χρόνου, $V(t)$. (6 Μονάδες)
- β) Να βρείτε τον όγκο του νερού στη δεξαμενή μετά από δύο ώρες. (2 Μονάδες)
- γ) Να εξετάσετε αν μετά από 10 ώρες θα υπάρχει νερό στη δεξαμενή. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (2 Μονάδες)

- B4** Σε ένα τραπέζι υπάρχουν ποτήρια γεμάτα πλήρως με χυμό και ένα άδειο κυλινδρικό δοχείο. Το κάθε ποτήρι έχει σχήμα κολουρου κώνου με ύψος $v_1 = 12 \text{ cm}$ και ακτίνες βάσεων $\rho_1 = 4 \text{ cm}$ και $R_1 = 6 \text{ cm}$, ενώ το κυλινδρικό δοχείο έχει ακτίνα βάσης $R_2 = 16 \text{ cm}$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $E_k = 3040\pi \text{ cm}^2$. (Τα τοιχώματα και οι βάσεις των ποτηριών και του κυλινδρικού δοχείου θεωρούνται αμελητέου πάχους.)
- α) Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα (όγκο χυμού) ενός ποτηριού. (2 Μονάδες)
- β) Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα (όγκο) του κυλινδρικού δοχείου. (4 Μονάδες)
- γ) Αδειάζουμε το περιεχόμενο όλων των ποτηριών στο κυλινδρικό δοχείο και η στάθμη του χυμού φτάνει στα $\frac{4}{5}$ του ύψους του κυλίνδρου. Να υπολογίσετε τον αριθμό των ποτηριών που υπήρχαν γεμάτα πλήρως με χυμό πάνω στο τραπέζι. (4 Μονάδες)
- B5** Τέσσερις Ιταλοί και δυο Κύπριοι θα παρακολουθήσουν ένα αγώνα του Ευρωπαϊκού πρωταθλήματος ποδοσφαίρου (EURO) σε μια μπυραρία. Η μπυραρία έχει διαθέσιμες τρεις καρέκλες και ένα τετραθέσιο καναπέ, σε σειρά, μπροστά από την τηλεόραση. Να βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν τα έξι άτομα, αν:
- α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός, (3 Μονάδες)
- β) οι δυο Κύπριοι θα καθίσουν στον καναπέ, ο ένας δίπλα στον άλλο, (3 Μονάδες)
- γ) τουλάχιστον ένας Κύπριος θα καθίσει σε καρέκλα. (4 Μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ