ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2024

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη ΙΙΙ (414)
Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Παρασκευή, 14 Ιουνίου 2024
08:00 – 10:30

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β και Γ) σε δεκαέξι (16) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις

1. Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο. Σε περίπτωση που θα χρειαστεί περισσότερος χώρος για τις απαντήσεις, να χρησιμοποιηθεί ο συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων στη σελίδα 16.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Η λύση του δοκιμίου να γίνει με τη χρήση πέννας χρώματος μπλε.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
5. Δίνεται τυπολόγιο σε ξεχωριστό φύλλο.

<u>ΜΕΡΟΣ Α΄:</u> **Αποτελείται από δώδεκα (12) ερωτήσεις.**
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

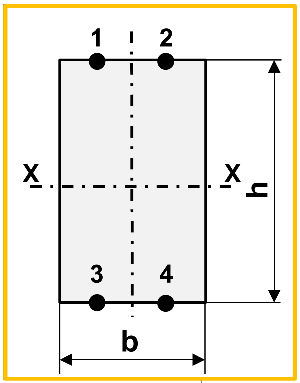
1. Στο Σχήμα 1, παρουσιάζεται δοκός με ορθογωνική διατομή πλάτους b και ύψους h η οποία καταπονείται σε κάμψη ως προς τον άξονα X-X. Η ορθή σχέση μεταξύ των τάσεων που αναπτύσσονται στη διατομή της δοκού στα σημεία 1,2,3 και 4 αντίστοιχα, είναι:

(α) $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0$

(β) $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 \neq 0$

(γ) $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3 = \sigma_4$

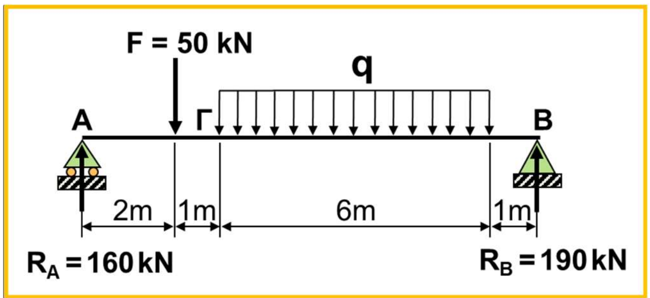
(δ) $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3 = \sigma_4$.



Σχήμα 1

2. Για τη δοκό που φαίνεται στο Σχήμα 2, η τέμνουσα δύναμη, **<u>εντός του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου,</u>** είναι ίση με μηδέν σε απόσταση από το σημείο Γ ίση με:

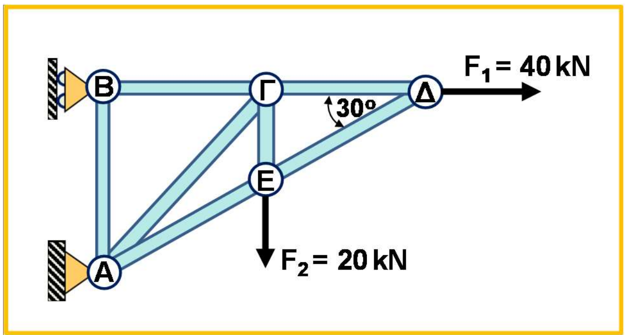
(α) X = 2,2 m
(β) X = 3,2 m
(γ) X = 4,2 m
(δ) X = 5,2 m.



Σχήμα 2

3. Στο επίπεδο δικτύωμα που φαίνεται στο Σχήμα 3, το μέγεθος των εσωτερικών δυνάμεων στα μέλη του κόμβου Δ είναι:

(α) $F_{ΔΓ}$ = 20 kN και $F_{ΔΕ}$ = 20 kN
(β) $F_{ΔΓ}$ = 5.36 kN και $F_{ΔΕ}$ = 34,64 kN
(γ) $F_{ΔΓ}$ = 40 kN και $F_{ΔΕ}$ = 0
(δ) $F_{ΔΓ}$ = 34,64 kN και $F_{ΔΕ}$ = 5,36 kN.



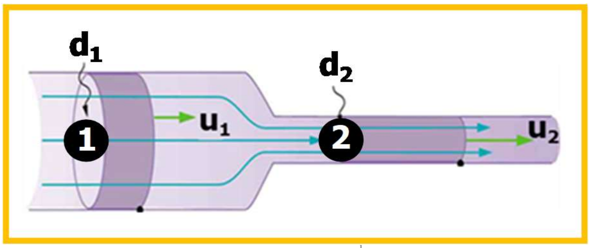
Σχήμα 3

4. Σφόνδυλος μάζας 400 kg και ακτίνας αδράνειας 212 mm έχει διάμετρο ίση με:

(α) d = 106 mm
(β) d = 300 mm
(γ) d = 424 mm
(δ) d = 600 mm.

5. Στο Σχήμα 4, η σχέση μεταξύ των διαμέτρων d_1 και d_2 στις διατομές 1 και 2 του σωλήνα, είναι $d_1 = 3d_2$. Αν η ταχύτητα ροής u_1 στη διατομή 1 είναι ίση με 3 m/s, τότε η ταχύτητα ροής u_2 στη διατομή 2 θα είναι ίση με:

(α) 1 m/s
(β) 3 m/s
(γ) 9 m/s
(δ) 27 m/s.



Σχήμα 4

6. Ιδανικό αέριο έχει όγκο V_1 = 150 cm^3, πίεση $P_1 = 10^5$ Pa και θερμοκρασία θ_1 = 22 ^{O}C. Όταν η πίεση του αερίου γίνει $P_2 = 2 \cdot 10^5$ Pa και η θερμοκρασία του θ_2 = 62 ^{O}C, ο όγκος του θα είναι ίσος με:

(α) 85,2 cm^3
(β) 106,5 cm^3
(γ) 211,4 cm^3
(δ) 264,2 cm^3.

7. Να υπολογίσετε τη διάμετρο της διατομής ατράκτου μήκους 1,2 m στην οποία αναπτύσσεται μέγιστη διατμητική τάση τ_{max} = 157 N/mm^2 και γωνία στρέψης θ = 9^{O}. Το μέτρο διάτμησης του υλικού της ατράκτου είναι G = 80.10^3 N/mm^2.

$$\theta_{rad} = \frac{2\pi}{360} \cdot \theta^o = \frac{2 \cdot 3,14}{360} \cdot 9 \Rightarrow \theta_{rad} = 0,157 \text{ rad}$$

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{max}}{r} = \frac{G \cdot \theta}{\ell} \Rightarrow r = \frac{\tau_{max} \cdot \ell}{G \cdot \theta} \Rightarrow r = \frac{157 \cdot 1,2 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^3 \cdot 0,157} \Rightarrow$$

$$r = 15 \text{ mm} \Rightarrow D = 30 \text{ mm}$$

8. Για τη δοκό που φαίνεται στο Σχήμα 5, δίνεται το διάγραμμα ροπών κάμψης. Αν οι αντιδράσεις στα στηρίγματα Α και Β της δοκού είναι R_A = 36 kN και R_B = 24 kN, να υπολογίσετε το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q που ασκείται στη δοκό.

Από αριστερά προς δεξιά

$$\text{Λύση 1α}: M_{b\Delta} = R_A \cdot 4 - Q \cdot 2 = 64 \Rightarrow$$

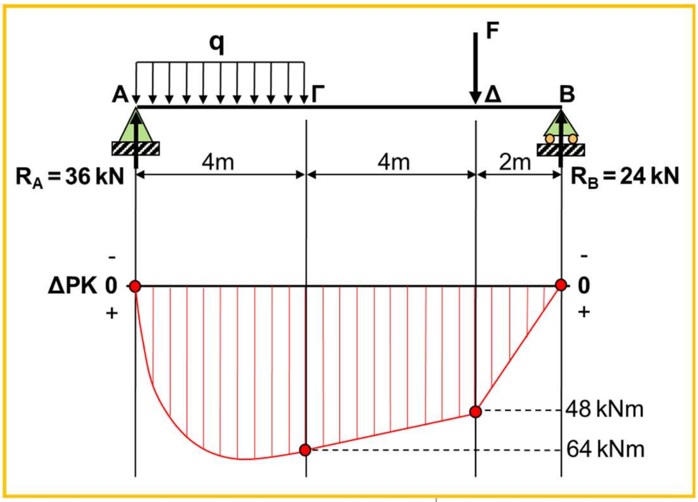
$$Q = \frac{R_A \cdot 4 - 64}{2} = \frac{36 \cdot 4 - 64}{2} \Rightarrow Q = 40 \text{ kN}$$

$$Q = q \cdot L \Rightarrow q = \frac{Q}{L} = \frac{40}{4} \Rightarrow q = 10 \text{ kN/m}$$

$$\text{Λύση 1β}: M_{b\Delta} = R_A \cdot 4 - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 64 \Rightarrow$$

$$q = \frac{(R_A \cdot 4 - 64) \cdot 2}{x^2} = \frac{(36 \cdot 4 - 64) \cdot 2}{4^2} \Rightarrow$$

$$q = 10 \text{ kN/m}$$



Σχήμα 5

$$\text{Λύση 2}: \text{Από δεξιά προς αριστερά}$$

$$M_{b\Gamma} = -(-R_B \cdot 6 + F \cdot 4) = 64 \Rightarrow F = \frac{R_B \cdot 6 - 64}{4} = \frac{24 \cdot 6 - 64}{4} \Rightarrow F = 20 \text{ kN}$$

$$\text{Λύση 2α}: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - Q - F = 0 \Rightarrow Q = R_A + R_B - F = 36 + 24 - 20 \Rightarrow Q = 40 \text{ kN}$$

$$\text{Λύση 2β}: M_{bA} = R_B \cdot 10 - F \cdot 8 - Q \cdot 2 = 0 \Rightarrow Q = \frac{R_B \cdot 10 - F \cdot 8}{2} = \frac{24 \cdot 10 - 20 \cdot 8}{2} \Rightarrow Q = 40 \text{ kN}$$

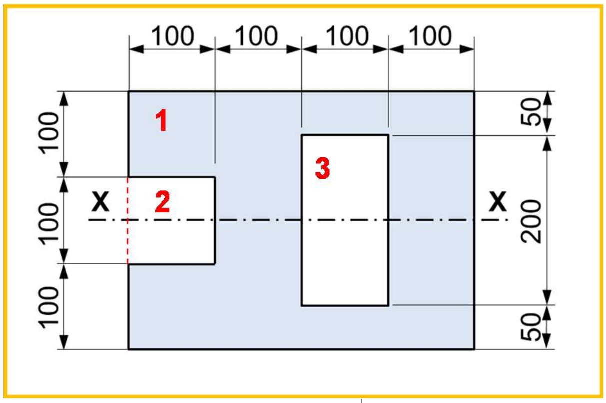
$$Q = q \cdot L = 40 \text{ kN} \Rightarrow q = \frac{40 \text{ kN}}{4 \text{ m}} \Rightarrow q = 10 \text{ kN/m}$$

9. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της διατομής της δοκού που φαίνεται στο Σχήμα 6, ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα, X–X.

$$I_{xx} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} - \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} - \frac{b_3 \cdot h_3^3}{12} \Rightarrow$$

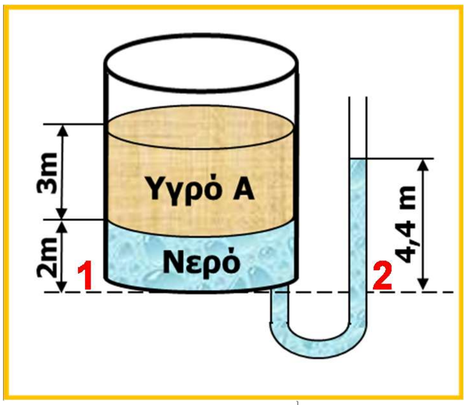
$$I_{xx} = \frac{400 \cdot 300^3}{12} - \frac{100 \cdot 100^3}{12} - \frac{100 \cdot 200^3}{12} \Rightarrow$$

$$I_{xx} = 825 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



Σχήμα 6

10. Στο Σχήμα 7, σε ανοικτή κυλινδρική δεξαμενή, υπάρχουν νερό πυκνότητας ρ_ν = 1000 kg/m^3 ύψους h_ν = 2 m και υγρό άγνωστης πυκνότητας ρ_A ύψους h_A = 3 m. Αν το ύψος του νερού μέσα στο απλό μανόμετρο τύπου U, που είναι συνδεδεμένο με τη δεξαμενή, είναι h = 4,4m, να υπολογίσετε την πυκνότητα ρ_A του άγνωστου υγρού.



Σχήμα 7

Λύση 1

$$P_1 = P_2$$

$$\rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu + \rho_A \cdot g \cdot h_A = \rho_\nu \cdot g \cdot h_{\nu\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\alpha} \Rightarrow$$

$$\rho_A = \frac{\rho_\nu \cdot g \cdot h_{\nu\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\alpha} - \rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu}{g \cdot h_A} \Rightarrow$$

$$\rho_A = \frac{\rho_\nu \cdot \left(h_{\nu\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\alpha} - h_\nu\right)}{h_A} = \frac{1000 \cdot (4,4-2)}{3} \Rightarrow$$

$$\rho_A = 800 \text{ kg} / \text{m}^3$$

Λύση 2

$$P_2 = \rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu = 1000 \cdot 9,81 \cdot 4,4 \Rightarrow P_2 = 43164 \text{ Pa}$$

$$P_1 = P_2 = 43164 \text{ Pa}$$

$$P_1 = \rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu + \rho_A \cdot g \cdot h_A \Rightarrow$$

$$\rho_A = \frac{P_1 - \rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu}{g \cdot h_A} = \frac{43164 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 2}{9,81 \cdot 3} \Rightarrow$$

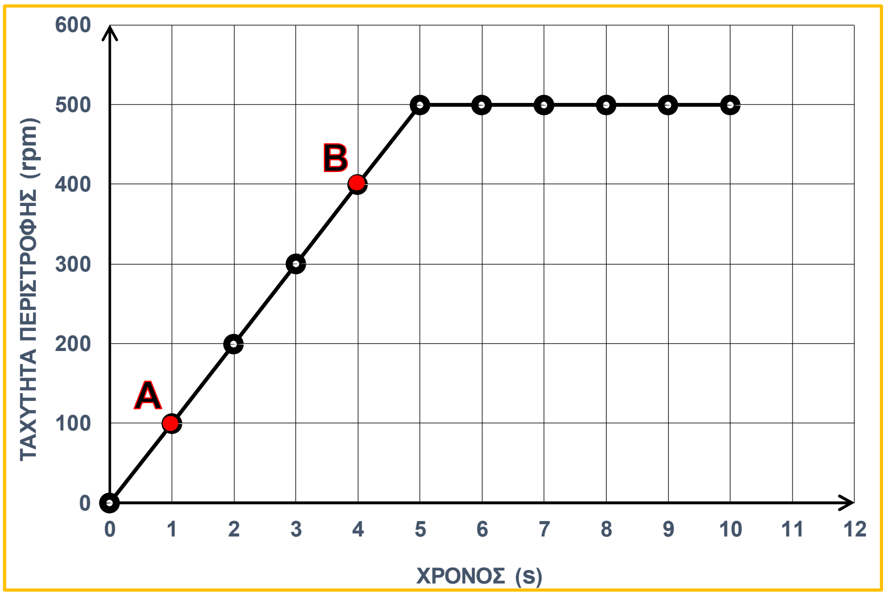
$$\rho_A = 800 \text{ kg} / \text{m}^3$$

11. Να υπολογίστε την ποσότητα θερμότητας που απαιτείται για να αυξηθεί το μήκος χαλύβδινης ράβδου μάζας m = 2 kg και μήκους ℓ = 1 m κατά $\Delta\ell$ = 1 mm. Η ειδική θερμοχωρητικότητα του χάλυβα είναι c = 0,460 kJ/Kg·^{O}C και ο συντελεστής γραμμικής διαστολής του είναι α = 12 · 10^{-6} ^{O}C^{-1}.

$$\Delta\ell = \alpha \cdot \ell_o \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\Delta\ell}{\alpha \cdot \ell_o} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 1} \Rightarrow \Delta\theta = 83,3\ ^\circ\text{C}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta = 2 \cdot 0,460 \cdot 83,3 \Rightarrow Q = 76,64 \text{ kJ}$$

12. Στο Σχήμα 8, δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας περιστροφής ενός άξονα σε (rpm) σε σχέση με τον χρόνο σε (s). Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του άξονα σε (rad/s^2), μεταξύ των σημείων Α και Β.



Σχήμα 8

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{41,87 - 10,47}{3} \Rightarrow \alpha = 10,47\ rad/s^2$$

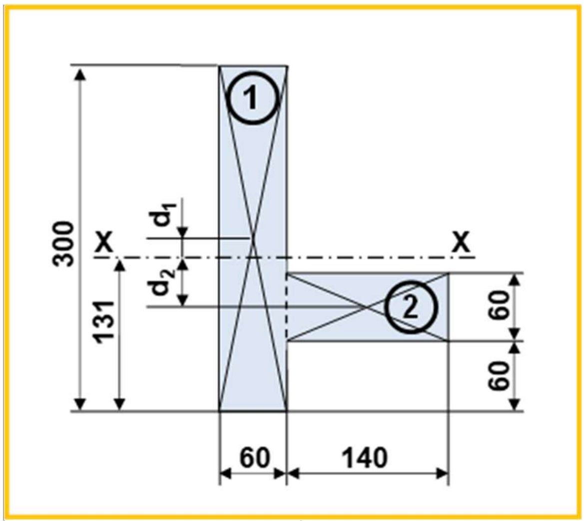
$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 100}{60} \Rightarrow \omega_1 = 10,47\ rad/s$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 400}{60} \Rightarrow \omega_2 = 41,87\ rad/s$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

<u>ΜΕΡΟΣ Β΄:</u> Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις.
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της σύνθετης διατομής που φαίνεται στο Σχήμα 9, ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα X-X:



Σχήμα 9

$$y_0 = \frac{\sum A \cdot y}{\sum A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_{ΟΛΙΚΟ}} = \frac{(60 \cdot 300) \cdot 150 + (140 \cdot 60) \cdot 90}{(60 \cdot 300) + (140 \cdot 60)} \Rightarrow y_0 = 131 \text{ mm}$$

$$I_{XX} = I_{X'X'1} + I_{X'X'2} \Rightarrow$$

$$I_{X'X'1} = I_{XX1} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'1} = \frac{60 \cdot 300^3}{12} + (60 \cdot 300) \cdot 19^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'1} = 141{,}5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

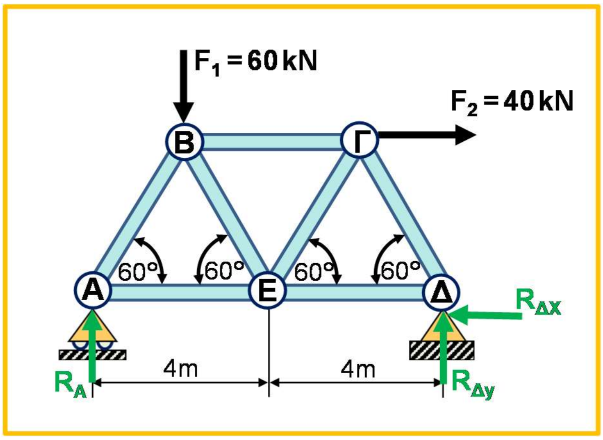
$$I_{X'X'2} = I_{XX2} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 \Rightarrow$$

$$I_{X'X'2} = \frac{140 \cdot 60^3}{12} + (140 \cdot 60) \cdot 41^2 \Rightarrow$$

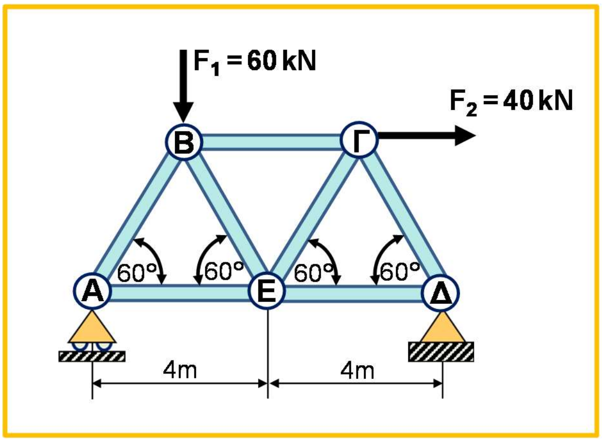
$$I_{X'X'2} = 16{,}6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{X'X'} = I_{X'X'1} + I_{X'X'2} = 141{,}5 \cdot 10^6 + 16{,}6 \cdot 10^6 \Rightarrow I_{X'X'} = 158{,}1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

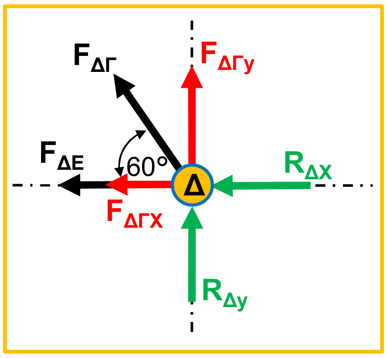
14. Για το επίπεδο δικτύωμα στο Σχήμα 10, εφαρμόζοντας την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του κόμβου Δ και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησης τους.



Σχήμα 10



Σχήμα 10



$$\varepsilon\varphi 60^{o} = \frac{h}{2} \Rightarrow h = \varepsilon\varphi 60^{o} \cdot 2 \Rightarrow h = 3,464 \text{ m}$$

$$\sum M_{A} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 3,46 - R_{\Delta y} \cdot 8 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{\Delta y} = \frac{F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 3,464}{8} = \frac{60 \cdot 2 + 40 \cdot 3,464}{8} \Rightarrow R_{\Delta y} = 32,32 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_{\Delta} = 0 \Rightarrow R_{A} \cdot 8 - F_1 \cdot 6 + F_2 \cdot 3,464 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{A} = \frac{F_1 \cdot 6 - F_2 \cdot 3,464}{8} = \frac{60 \cdot 6 - 40 \cdot 3,464}{8} \Rightarrow R_{A} = 27,68 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{A} + R_{\Delta y} - F_1 = 27,68 + 32,32 - 60 = 0$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{\Delta X} + F_2 = 0 \Rightarrow R_{\Delta X} = -F_2 = -40 \text{ kN} \Rightarrow R_{\Delta X} = 40 \text{ kN} \leftarrow$$

ΚΟΜΒΟΣ Δ

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{\Delta y} + F_{\Delta\Gamma y} = 0 \Rightarrow R_{\Delta} + F_{\Delta\Gamma} \cdot \eta\mu 60^o = 0 \Rightarrow$$

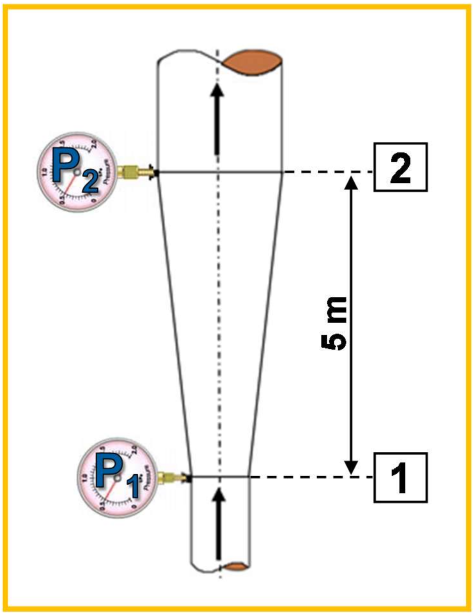
$$F_{\Delta\Gamma} = -\frac{32,32}{0,866} = -37,32 \text{ kN} \Rightarrow F_{\Delta\Gamma} = 37,32 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow -F_{\Delta E} - F_{\Delta\Gamma X} - R_{\Delta X} = 0 \Rightarrow -F_{\Delta E} - F_{\Delta\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu 60^o - R_{\Delta X} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{\Delta E} = -F_{\Delta\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu 60^o - R_{\Delta X} = -(-37,32) \cdot 0,5 - 40 \Rightarrow$$

$$F_{\Delta E} = -21,34 \text{ kN} \Rightarrow F_{\Delta E} = 21,34 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)}$$

15. Στο Σχήμα 11, φαίνεται κατακόρυφος σωλήνας μεταφοράς νερού, πυκνότητας ρ_v = 1000 kg/m^3 και παροχής Q = 75.10^{-3} m^3/s. Στα σημεία 1 και 2 του σωλήνα η εσωτερική διάμετρος είναι d_1 = 50 mm και d_2 = 150 mm αντίστοιχα. Η στατική πίεση στο σημείο 1 είναι P_1 = 300 kPa και η υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων 1 και 2 είναι h = 5 m. Να υπολογίσετε τη στατική πίεση P_2 στο σημείο 2.



Σχήμα 11

$$h_2 - h_1 = 5 \ \text{Για} \ h_1 = 0 \ \text{και} \ h_2 = 5 \Rightarrow$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_1^2 + \rho\cdot g\cdot \cancel{h_1} = P_2 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_2^2 + \rho\cdot g\cdot h_2 \Rightarrow$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_1^2 - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_2^2 - \rho\cdot g\cdot h_2 \Rightarrow$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\left(u_1^2 - u_2^2\right) - \rho\cdot g\cdot h_2 \Rightarrow$$

$$Q = u_1\cdot A_1 = u_2\cdot A_2 \Rightarrow$$

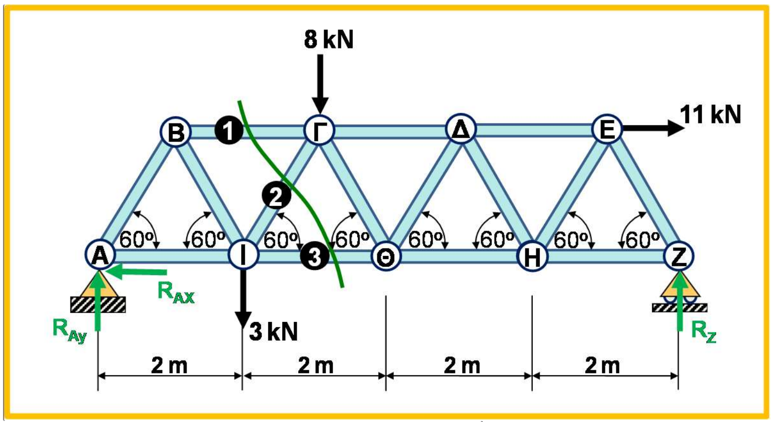
$$u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{\pi\cdot d_1^2}{4}} = \frac{75\cdot 10^{-3}}{\frac{3{,}14\cdot 0{,}05^2}{4}} \Rightarrow u_1 = 38{,}2 \ m/s$$

$$u_1\cdot A_1 = u_2\cdot A_2 \Rightarrow u_1\cdot\frac{\pi\cdot d_1^2}{4} = u_2\cdot\frac{\pi\cdot d_2^2}{4} \Rightarrow u_1\cdot d_1^2 = u_2\cdot d_2^2 \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{u_1\cdot d_1^2}{d_2^2} = \frac{38{,}2\cdot 0{,}05^2}{0{,}15^2} \Rightarrow u_2 = 4{,}2 \ m/s$$

$$P_2 = 300\cdot 10^3 + \frac{1}{2}\cdot 1000\cdot\left(38{,}2^2 - 4{,}2^2\right) - 1000\cdot 9{,}81\cdot 5 \Rightarrow P_2 = 971{,}75 \ kPa$$

16. Για το επίπεδο δικτύωμα στο Σχήμα 12, εφαρμόζοντας την αναλυτική μέθοδο των τομών, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους 1,2 και 3 και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.



Σχήμα 12

$$\text{ΥΨΟΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ}\,(h): \varepsilon\varphi 60^{O} = \frac{h}{1} \Rightarrow h = \varepsilon\varphi 60^{O}\cdot 1 \Rightarrow h = 1{,}732\ m$$

ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 3\cdot 2 + 8\cdot 3 + 11\cdot 1{,}732 - R_Z\cdot 8 = 0 \Rightarrow$$

$$R_Z = \frac{3\cdot 2 + 8\cdot 3 + 11\cdot 1{,}732}{8} \Rightarrow R_Z = 6{,}13\ kN \uparrow \Rightarrow$$

$$\sum M_Z = 0 \Rightarrow R_{Ay}\cdot 8 - 3\cdot 6 - 8\cdot 5 + 11\cdot 1{,}732 = 0 \Rightarrow$$

$$R_{Ay} = \frac{3\cdot 6 + 8\cdot 5 - 11\cdot 1{,}732}{8} \Rightarrow R_{Ay} = 4{,}87\ kN \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_Z - 3 - 8 = 0 \Rightarrow 4{,}87 + 6{,}13 - 3 - 8 = 0$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow -R_{AX} + 11 \Rightarrow R_{AX} = 11\ kN \leftarrow$$

ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΤΗΣ ΤΟΜΗΣ

$$\sum M_I = 0 \Rightarrow R_{Ay}\cdot 2 + F_1\cdot 1{,}732 = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 = -\frac{R_{Ay}\cdot 2}{1{,}732} = -\frac{4{,}87\cdot 2}{1{,}732} \Rightarrow F_1 = -5{,}62\ kN \Rightarrow F_1 = 5{,}62\ kN\ (\text{ΘΛΙΨΗ})$$

ΛΥΣΗ (i) $\sum M_\Gamma = 0 \Rightarrow R_{AX}\cdot 1{,}732 + R_{Ay}\cdot 3 - 3\cdot 1 - F_3\cdot 1{,}732 = 0 \Rightarrow$

$$F_3 = \frac{R_{AX}\cdot 1{,}732 + R_{Ay}\cdot 3 - 3\cdot 1}{1{,}732} = \frac{11\cdot 1{,}732 + 4{,}87\cdot 3 - 3\cdot 1}{1{,}732} \Rightarrow F_3 = 17{,}7\ kN\ (\text{ΕΦ / ΣΜΟΣ})$$

ΛΥΣΗ (iα) $\sum F_X = 0 \Rightarrow -R_{AX} - F_1 + F_3 + F_2\cdot \sigma\upsilon\nu 60^{O} = 0 \Rightarrow$

$$F_2 = \frac{R_{AX} + F_1 - F_3}{\sigma\upsilon\nu 60^{O}} = \frac{11 + 5{,}62 - 17{,}7}{0{,}5} \Rightarrow F_2 = -2{,}16\ kN \Rightarrow F_2 = 2{,}16\ kN\ (\text{ΘΛΙΨΗ})$$

ΛΥΣΗ (iβ) $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 3 + F_2\cdot \eta\mu 60^{O} = 0 \Rightarrow$

$$F_2 = \frac{3 - R_{Ay}}{\eta\mu 60^{O}} = \frac{3 - 4{,}87}{0{,}866} \Rightarrow F_2 = -2{,}16\ kN \Rightarrow F_2 = 2{,}16\ kN\ (\text{ΘΛΙΨΗ})$$

ΛΥΣΗ (iγ) $\sum M_B = 0 \Rightarrow$

$$R_{AX} \cdot 1,732 + R_{Ay} \cdot 1 + 3 \cdot 1 - F_3 \cdot 1,732 - F_2 \cdot \eta\mu 60^O \cdot 1 - F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O \cdot 1,732 = 0 \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{R_{AX} \cdot 1,732 + R_{Ay} \cdot 1 + 3 \cdot 1 - F_3 \cdot 1,732}{(\eta\mu 60^O \cdot 1 + \sigma\upsilon\nu 60^O \cdot 1,732)} = \frac{11 \cdot 1,732 + 4,87 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 17,7 \cdot 1,732}{(0,866 \cdot 1 + 0,5 \cdot 1,732)} \Rightarrow$$

$$F_2 = -2,16 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 2,16 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

ΛΥΣΗ (ii) $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 3 + F_2 \cdot \eta\mu 60^O = 0 \Rightarrow$

$$F_2 = \frac{3 - R_{Ay}}{\eta\mu 60^O} = \frac{3 - 4,87}{0,866} \Rightarrow F_2 = -2,16 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 2,16 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow -R_{AX} - F_1 + F_3 - F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O = 0 \Rightarrow$$

$$F_3 = R_{AX} + F_1 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O = 11 + 5,62 + 2,16 \cdot 0,5 \Rightarrow F_3 = 17,7 \text{ kN } (\mathrm{E}\Phi\mathrm{E}\Lambda\mathrm{KY}\Sigma\mathrm{MO}\Sigma)$$

ΔΕΞΙΑ ΤΗΣ ΤΟΜΗΣ

$$\sum M_\Gamma = 0 \Rightarrow F_3 \cdot 1,732 - R_Z \cdot 5 = 0 \Rightarrow F_3 = \frac{R_Z \cdot 5}{1,732} = \frac{6,13 \cdot 5}{1,732} \Rightarrow F_3 = 17,7 \text{ kN } (\mathrm{E}\Phi / \Sigma\mathrm{MO}\Sigma)$$

ΛΥΣΗ (i) $\sum M_I = 0 \Rightarrow -F_1 \cdot 1,732 + 8 \cdot 1 + 11 \cdot 1,732 - R_Z \cdot 6 = 0 \Rightarrow$

$$F_1 = \frac{8 \cdot 1 + 11 \cdot 1,732 - R_Z \cdot 6}{1,732} \Rightarrow F_1 = -5,62 \text{ kN} \Rightarrow F_1 = 5,62 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

ΛΥΣΗ (iα) $\sum F_X = 0 \Rightarrow 11 + F_1 - F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O - F_3 = 0 \Rightarrow$

$$F_2 = \frac{11 + F_1 - F_3}{\sigma\upsilon\nu 60^O} = \frac{11 + 5,62 - 17,7}{0,5} \Rightarrow F_2 = -2.16 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 2,16 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

ΛΥΣΗ (iβ) $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_Z - 8 - F_2 \cdot \eta\mu 60^O = 0 \Rightarrow$

$$F_2 = \frac{R_Z - 8}{\eta\mu 60^O} = \frac{6,13 - 8}{0,866} \Rightarrow F_2 = -2.16 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 2,16 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

ΛΥΣΗ (iγ) $\sum M_\theta = 0 \Rightarrow$

$$-R_Z \cdot 4 + 11 \cdot 1,732 - 8 \cdot 1 + F_1 \cdot 1,732 - F_2 \cdot \eta\mu 60^O \cdot 1 - F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O \cdot 1,732 = 0 \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{-R_Z \cdot 4 + 11 \cdot 1,732 - 8 \cdot 1 + F_1 \cdot 1,732}{(\eta\mu 60^O \cdot 1 + \sigma\upsilon\nu 60^O \cdot 1,732)} \Rightarrow F_2 = -2.16 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 2,16 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

ΛΥΣΗ (ii) $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_Z - 8 - F_2 \cdot \eta\mu 60^O = 0 \Rightarrow$

$$F_2 = \frac{R_Z - 8}{\eta\mu 60^O} = \frac{6,13 - 8}{0,866} \Rightarrow F_2 = -2.16 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 2,16 \text{ kN } (\Theta\Lambda\mathrm{I}\Psi\mathrm{H})$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow 11 + F_1 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O - F_3 = 0 \Rightarrow$$

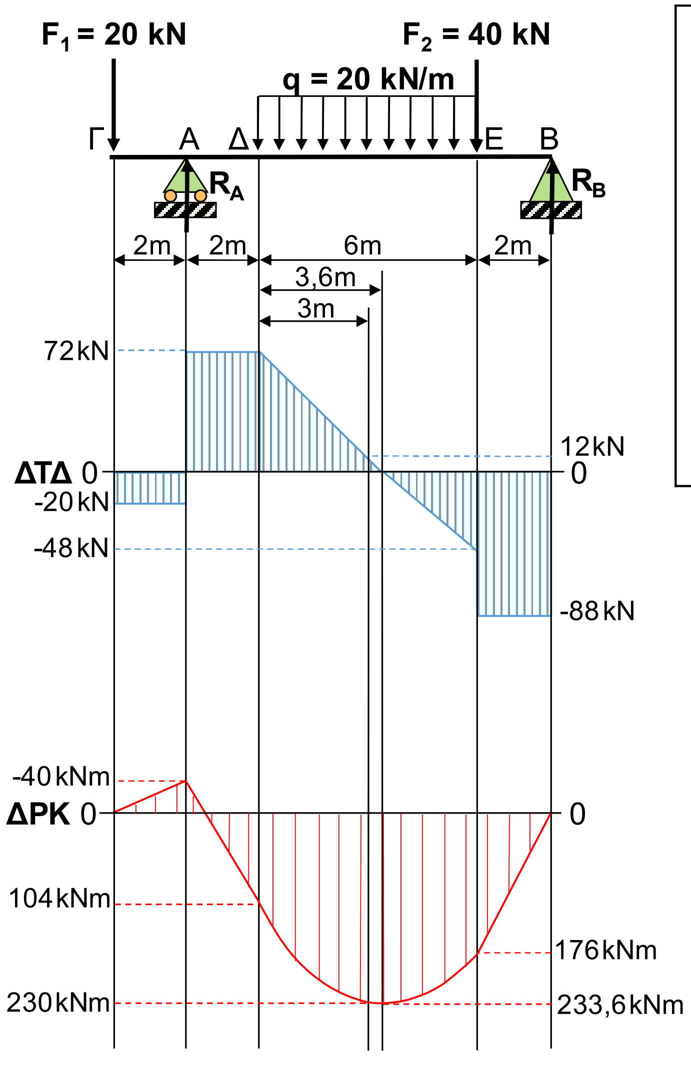
$$F_3 = 11 + F_1 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^O = 11 + 5,62 - 2,16 \cdot 0,5 \Rightarrow F_3 = 17,7 \text{ kN } (\mathrm{E}\Phi\mathrm{E}\Lambda\mathrm{KY}\Sigma\mathrm{MO}\Sigma)$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄

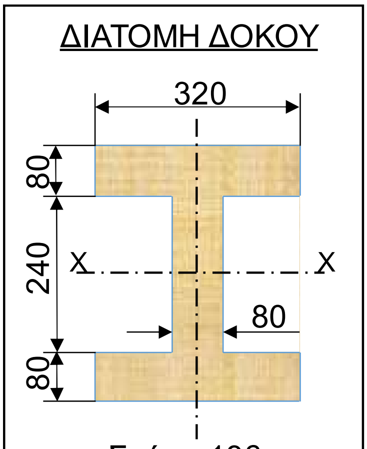
<u>ΜΕΡΟΣ Γ΄:</u> Αποτελείται από δύο (2) ερωτήσεις.
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

17. Στη δοκό που φαίνεται στο Σχήμα 13α ασκούνται τα συγκεντρωμένα φορτία F_1 = 20 kN, F_2 = 40 kN και το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο q = 20 kN/m. Η εγκάρσια διατομή της δοκού φαίνεται στο Σχήμα 13β. Να υπολογίσετε:

α) τις αντιδράσεις στα σημεία στήριξης της δοκού, (μονάδες 2)
β) τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το Δ.Τ.Δ. (μονάδες 3)
γ) τις ροπές κάμψης και να σχεδιάσετε το Δ.Ρ.Κ. και (μονάδες 3)
δ) τη μέγιστη τάση κάμψης. (μονάδες 2)



Σχήμα 13α



Σχήμα 13β

$\alpha)\ Q = q \cdot L = 20 \cdot 6 \Rightarrow Q = 120 \text{ kN}$

$\sum M_B = 0 \Rightarrow -20 \cdot 12 + R_A \cdot 10 - 120 \cdot 5 - 40 \cdot 2 = 0 \Rightarrow$

$R_A = \dfrac{-20 \cdot 12 - 120 \cdot 5 - 40 \cdot 2}{10} \Rightarrow R_A = 92 \text{ kN}$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow -20 \cdot 2 + 120 \cdot 5 + 40 \cdot 8 - R_B \cdot 10 = 0 \Rightarrow$

$R_B = \dfrac{-20 \cdot 2 + 120 \cdot 5 + 40 \cdot 8}{10} \Rightarrow R_B = 88 \text{ kN}$

$\sum F_y = -20 + 92 - 120 - 40 + 88 = 0$

$\beta)\ T\Delta_{\Gamma-A} = -20 \text{ kN}$

$T\Delta_{A-\Delta} = -20 + 92 = 72 \text{ kN}$

$T\Delta_{\Delta-E} = -20 + 92 - q \cdot X$

$X = 0 \Rightarrow -20 + 92 - 20 \cdot 0 = 72 \text{ kN}$

$X = 3 \Rightarrow -20 + 92 - 20 \cdot 3 = 12 \text{ kN}$

$X = 6 \Rightarrow -20 + 92 - 20 \cdot 6 = -48 \text{ kN}$

$T\Delta_{\Delta-E} = -20 + 92 - q \cdot X = 0 \Rightarrow X = \dfrac{-20 + 92}{20} \Rightarrow X = 3,6 \text{ m}$

$T\Delta_{E-B} = -20 + 92 - 120 - 40 = -88 \text{ kN}$

$\gamma)\ Mb_{\Gamma} = 0$

$Mb_A = -20 \cdot 2 = -40 \text{ kNm}$

$Mb_{\Delta} = -20 \cdot 4 + 92 \cdot 2 = 104 \text{ kNm}$

$Mb_{\Delta-E} = -20 \cdot (4 + X) + 92 \cdot (2 + X) - q \cdot \dfrac{X^2}{2}$

$X = 0 \Rightarrow -20 \cdot 4 + 92 \cdot 2 = 104 \text{ kNm}$

$X = 3 \Rightarrow -20 \cdot (4 + 3) + 92 \cdot (2 + 3) - q \cdot \dfrac{3^2}{2} = 230 \text{ kNm}$

$X = 3,6 \Rightarrow -20 \cdot (4 + 3,6) + 92 \cdot (2 + 3,6) - q \cdot \dfrac{3,6^2}{2} = 233,6 \text{ kNm}$

$X = 6 \Rightarrow -20 \cdot (4 + 6) + 92 \cdot (2 + 6) - q \cdot \dfrac{6^2}{2} = 176 \text{ kNm}$

$Mb_E = -20 \cdot 10 + 92 \cdot 8 - Q \cdot 3 = 176 \text{ kNm}$

$Mb_B = -20 \cdot 12 + 92 \cdot 10 - Q \cdot 5 - 40 \cdot 2 = 0$

$Mb_{max} = Mb_{\substack{\Delta-E \\ X=3,6}} = 233,6 \text{ kNm} \Rightarrow Mb_{max} = 233,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$

$\delta)\ I_{XX} = \left(\dfrac{b_1 \cdot h_1^3}{12}\right) - 2 \cdot \left(\dfrac{b_2 \cdot h_2^3}{12}\right) \Rightarrow I_{XX} = \left(\dfrac{320 \cdot 400^3}{12}\right) - 2 \cdot \left(\dfrac{120 \cdot 240^3}{12}\right) \Rightarrow$

$I_{XX} = 1430,19 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$\dfrac{M_{b\max}}{I_{XX}} = \dfrac{\sigma_{max}}{y} = \dfrac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{max} = \dfrac{M_{b\max} \cdot y}{I_{XX}} \Rightarrow \sigma_{max} = \dfrac{233,6 \cdot 10^6 \cdot 200}{1430,19 \cdot 10^6} \Rightarrow$

$\sigma_{max} = 32,67 \text{ N/mm}^2$

18. Χαλύβδινος σφόνδυλος διαμέτρου 400 mm, πάχους 40 mm και πυκνότητας 7800 kg/m^3 βρίσκεται σε ηρεμία. Ζητούνται να υπολογίσετε:

α) τη ροπή αδράνειας του σφόνδυλου γύρω από τον κεντροβαρικό του άξονα, (μον.2)
β) τη ροπή στρέψης που χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτόν για να επιταχυνθεί από την ηρεμία και να φτάσει τις 1500 rpm μετά από 200 πλήρης στροφές, αν η ροπή στρέψης της τριβής είναι 1,5 Nm, (μον.4)
γ) το χρόνο που θα χρειαστεί ο σφόνδυλος για να φτάσει στις 1500 rpm και (μον.2)
δ) το χρόνο που χρειάζεται για να σταματήσει να περιστρέφεται ο δίσκος, αν παύσει να ενεργεί πάνω του η ροπή στρέψης. (μον.2)

$$\alpha) \quad V = A \cdot h = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h = 3{,}14 \cdot \frac{0{,}4^2}{4} \cdot 0{,}04 \Rightarrow V = 5{,}024 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 7800 \cdot 5{,}024 \cdot 10^{-3} \Rightarrow m = 39{,}2\ \text{kg}$$

$$I = m \cdot \frac{d^2}{8} = 39{,}2 \cdot \frac{0{,}4^2}{8} \Rightarrow I = 0{,}784\ \text{kgm}^2$$

$$\beta) \quad \omega_1 = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1500}{60} \Rightarrow \omega_2 = 157\ \text{rad/s}$$

$$N = \frac{\theta}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \theta = 2 \cdot \pi \cdot N \Rightarrow \theta = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 200 = 1256\ \text{rad}$$

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \theta \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \cdot \theta} = \frac{157^2 - 0}{2 \cdot 1256} \Rightarrow \alpha = 9{,}8\ \text{rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t - M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow M_t = I \cdot \alpha + M_{tfr} = 0{,}784 \cdot 9{,}8 + 1{,}5 \Rightarrow M_t = 9{,}2\ \text{Nm}$$

$$\gamma) \quad \omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha} = \frac{157 - 0}{9{,}8} \Rightarrow t = 16\ \text{s}$$

$$\delta) \quad \Sigma M = I \cdot \alpha \Rightarrow M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_{tfr}}{I} = \frac{1{,}5}{0{,}784} \Rightarrow \alpha = 1{,}91\ \text{rad/s}^2$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} = \frac{157 - 0}{1{,}91} \Rightarrow t = 82\ \text{s}$$

<u>ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ.</u>

(Να χρησιμοποιηθεί **<u>μόνο</u>** ως συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων.
<u>Μη ξεχάσετε</u> να σημειώσετε τον αριθμό της ερώτησης που απαντάτε).

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

Τ Ε Λ Ο Σ   Ε Ξ Ε Τ Α Σ Τ Ι Κ Ο Υ   Δ Ο Κ Ι Μ Ι Ο Υ