ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

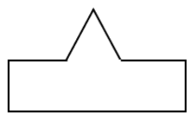
ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΓΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΣΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ ΔΙΟΡΙΣΙΜΩΝ

Γνωστικό Αντικείμενο: Δασκάλων (Μαθηματικά) (311)

Ημερομηνία Εξέτασης: 19 Νοεμβρίου 2021

ΛΥΣΕΙΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α	
Ερώτημα	**Ορθή απάντηση**
1	Γ
2	Γ
3	Δ
4	Β
5	Δ
6	Α
7	Γ
8	Δ
9	Γ
10	Β
11	Ε
12	Α
13	Β
14	Ε
15	Β
16	Δ
17	Β
18	Γ
19	Δ
20	Γ

<table>
<tr><th colspan="2">ΜΕΡΟΣ Β</th></tr>
<tr><th>Ερώτημα</th><th>Ορθή απάντηση</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Ενδεικτική απάντηση:
<table>
<tr><th></th><th>Ορθή</th><th>Λανθασμένη</th><th>Αντιπαράδειγμα</th></tr>
<tr><td>(α) Αν διπλασιάσεις έναν αριθμό και προσθέσεις 1, τότε το αποτέλεσμα είναι πάντα περιττός αριθμός.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(β) Αν τριπλασιάσεις έναν αριθμό και προσθέσεις 1, τότε το αποτέλεσμα είναι πάντα περιττός αριθμός.</td><td></td><td>√</td><td>Π.χ., $3 \times 5 + 1 = 16$ που είναι άρτιος αριθμός</td></tr>
<tr><td>(γ) Οι τετράγωνοι αριθμοί είναι πάντα άρτιοι.</td><td></td><td>√</td><td>Το 25 είναι τετράγωνος και περιττός αριθμός</td></tr>
<tr><td>(δ) Αν ένας αριθμός διαιρείται με το 2 και με το τρία, διαιρείται πάντα και με το 6.</td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(ε) Αν ένα ευθύγραμμο σχήμα έχει 4 ορθές γωνίες, τότε είναι πάντα ορθογώνιο.</td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Ενδεικτική απάντηση:

<u>Στρατηγική επίλυσης κατάλληλη για Δ΄ τάξη:</u>

Οι στρατηγικές που είναι ορθές είναι η «δοκιμή και έλεγχος/πλάνη» ή «κάνω πίνακα» ή «οργανωμένος κατάλογος/λίστα».

Ενδεικτική περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης με τη στρατηγική «δοκιμή και έλεγχος»:

Οι μαθητές μπορούν να ετοιμάσουν πίνακα και να δοκιμάζουν διάφορες ηλικίες μέχρι να προκύψει το άθροισμα 35. Για παράδειγμα:</td></tr>
</table>

Ηλικία Μαρίας	Ηλικία αδελφού της Μαρίας	Ηλικία αδελφής της Μαρίας	Άθροισμα	Έλεγχος
7	1	9	17	Χ
14	8	16	38	Χ
13	7	15	35	√

<u>Στρατηγική επίλυσης κατάλληλη για Στ΄ τάξη:</u>

Η ορθή στρατηγική είναι η αναπαράσταση των πληροφοριών του προβλήματος με τη χρήση άλγεβρας και την επίλυση εξίσωσης.
Ενδεικτική περιγραφή της διαδικασίας:

- Χρησιμοποιούμε μία μεταβλητή, όπως το χ, για να αναπαραστήσουμε την ηλικία της Μαρίας (γίνεται δεκτή η αναπαράσταση της ηλικίας οποιουδήποτε ατόμου)
- Στη συνέχεια, γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουμε την ηλικία των αδελφών της Μαρίας καθώς και το άθροισμα των ηλικιών τους ως προς χ.
  Ηλικία αδελφού της Μαρίας: $\chi - 6$
  Ηλικία αδελφής της Μαρίας: $\chi + 2$
  Άθροισμα ηλικιών: $\chi + \chi - 6 + \chi + 2 = 3\chi - 4$
- Αφού το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 35, η αριθμητική τιμή της παράστασης $3\chi - 4$ είναι 35.
  $3\chi - 4 = 35$
- Επιλύουμε την εξίσωση και υπολογίζουμε ότι $\chi = 13$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή 13 σε κάθε αλγεβρική παράσταση, υπολογίζουμε τις ηλικίες των αδελφών της Μαρίας.
  Ηλικία αδελφού της Μαρίας: $\chi - 6 = 13 - 6 = 7$
  Ηλικία αδελφής της Μαρίας: $\chi + 2 = 13 + 2 = 15$

3

Ενδεικτική απάντηση:

Η κυρία Αναστασία αναμένεται να απαντήσει στον/στη μαθητή/τρια ότι η σκέψη του είναι λανθασμένη, γιατί ένα σχήμα, για να είναι παραλληλόγραμμο πρέπει να είναι τετράπλευρο με τις απέναντι πλευρές παράλληλες και ίσες.

4

Ενδεικτική απάντηση:

Οι τρεις στρατηγικές είναι:
(α) Σύγκριση ετερώνυμων κλασμάτων με αναφορά στο $\frac{1}{2}$. Τα κλάσματα $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{7}$ είναι μικρότερα από το μισό ενώ τα κλάσματα $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ και $\frac{7}{8}$ είναι μεγαλύτερα από το $\frac{1}{2}$.

(β) Σύγκριση ετερώνυμων κλασμάτων που έχουν τον ίδιο αριθμητή (ή εναδικά κλάσματα). Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή. Άρα,

$\frac{1}{7} < \frac{1}{6}$.

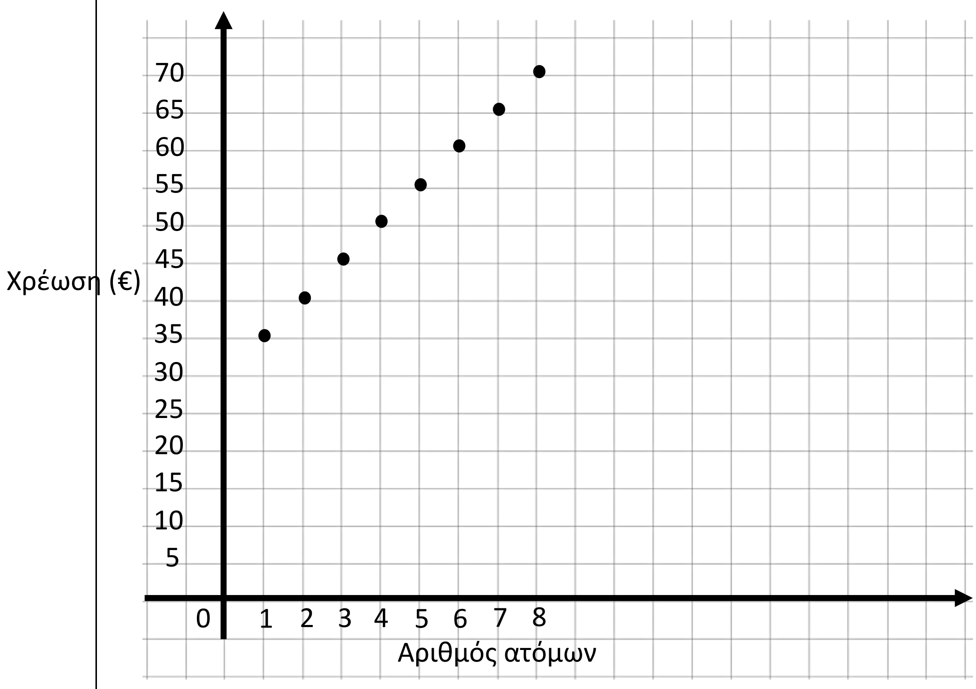
(γ) Σύγκριση ετερώνυμων κλασμάτων με αναφορά στην ακέραια μονάδα. Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ είναι κατά $\frac{1}{4}$ μικρότερο από την ακέραια μονάδα, το κλάσμα $\frac{5}{6}$ είναι κατά $\frac{1}{6}$ μικρότερο από την ακέραια μονάδα και το κλάσμα $\frac{7}{8}$ είναι κατά $\frac{1}{8}$ μικρότερο από την ακέραια μονάδα. Το $\frac{1}{4}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{6}$ και το $\frac{1}{6}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{8}$. Συνεπώς, $\frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8}$.

5

(α) Ενδεικτικός πίνακας:

Αριθμός ατόμων	**Συνολική Χρέωση**
1	30+5=35
2	$30+(2\times 5) = 40$
3	$30+(3\times 5) = 45$
4	$30+(4\times 5) = 50$
5	$30+(5\times 5) = 55$
6	$30+(6\times 5) = 60$
7	$30+(7\times 5) = 65$
8	$30+(8\times 5) = 70$

(β) Ενδεικτική γραφική παράσταση:



6	Ενδεικτική απάντηση: Η ανατροφοδότηση που αναμένεται να δώσει ο/η εκπαιδευτικός είναι η εξής: Οι απαντήσεις των δύο μαθητών είναι λανθασμένες, γιατί υπάρχουν άπειροι αριθμοί μεταξύ των δύο αυτών κλασμάτων. Επομένως, μπορεί να γίνει αναφορά στην εύρεση άλλων ισοδύναμων κλασμάτων, για να οριστεί κλάσμα που είναι μεταξύ των δεδομένων αριθμών μέσω παρουσίασης συγκεκριμένων παραδειγμάτων π.χ. $\frac{13}{84}$
7	Ενδεικτική απάντηση: **Πρόβλημα 1:** Ο Αλέξης έφαγε το $\frac{1}{4}$ από τα μπισκότα που ήταν μέσα στο πιάτο. Τι μέρος από τα μπισκότα έχουν απομείνει; ($1-\frac{1}{4}$, Πρόβλημα με αφαίρεση ή συμπληρωματική πρόσθεση). **Πρόβλημα 2:** Ο Αλέξης έφαγε τα $\frac{2}{3}$ από το $\frac{1}{2}$ των μπισκότων που είχε το κουτί. Τι μέρος των μπισκότων έφαγε; ($\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}$, Πρόβλημα πολλαπλασιασμού). **Πρόβλημα 3:** Ο Αλέξης έφαγε 6 μπισκότα από το κουτί. Αυτά αποτελούσαν τα $\frac{3}{4}$ των μπισκότων που είχε το αρχικά το κουτί. Πόσα ήταν όλα τα μπισκότα στο κουτί αρχικά; ($\frac{3}{4}\cdot\square=6$, ή $6\div\frac{3}{4}=\square$ Πρόβλημα διαίρεσης ή πολλαπλασιασμού με άγνωστο έναν από τους δύο παράγοντες).
8	(α) Ενδεικτική απάντηση: Ο εκπαιδευτικός δίνει ξεκάθαρη οδηγία, για να συμπληρωθεί πίνακας που θα επιτρέπει στον/στη μαθητή/τρια να καταλήξει στον γενικό κανόνα για τον υπολογισμό του αθροίσματος εσωτερικών γωνιών πολυγώνου. Η πρώτη γραμμή του πίνακα πρέπει να είναι συμπληρωμένη από τον/την εκπαιδευτικό. Απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να αναγράφονται στον πίνακα είναι το σχήμα του πολυγώνου, ο αριθμός των πλευρών του, ο αριθμός των τριγώνων στα οποία διαχωρίζεται το πολύγωνο και το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών του πολυγώνου. Π.χ., Να συμπληρώσεις τον πιο κάτω πίνακα. Σε κάθε πολύγωνο να φέρεις από μία κορυφή ευθύγραμμα τμήματα, για να κατασκευάσεις τρίγωνα στο εσωτερικό του κάθε πολυγώνου.

Ονομασία Πολυγώνου (ή σχήμα πολυγώνου)	Αριθμός πλευρών πολυγώνου	Αριθμός τριγώνων που διαχωρίζεται το πολύγωνο	Άθροισμα εσωτερικών γωνιών πολυγώνου
Τρίγωνο	3	1	1 ×180=180
Τετράγωνο	4	2	360
Πεντάγωνο	5	3	540
Εξάγωνο			

(β) Ο γενικός κανόνας για τον υπολογισμό του αθροίσματος των εσωτερικών γωνιών κανονικών πολυγώνων με βάση τον αριθμό των πλευρών τους είναι ο εξής: (ν*-2)×180 (μπορεί να δοθεί και περιγραφικά).

* Το ν είναι ο αριθμός των πλευρών του πολυγώνου.

9

Ενδεικτική απάντηση:

(α) Η μαθηματική πρόταση είναι ορθή, γιατί προκύπτει από την πιο κάτω αναλογία:

Ώρες εργασίας	Μέρος εργασίας
$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
ν	$\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} \cdot 4\frac{1}{2} = \nu \cdot \frac{3}{4}$$

Άρα, $\left(\frac{1}{4} \cdot 4\frac{1}{2}\right) \div \frac{3}{4} = \nu$

(β) Η μαθηματική πρόταση είναι ορθή. Από την πιο κάτω αναλογία προκύπτει ο χρόνος που απαιτείται (χ) για ολόκληρη την εργασία.

Ώρες εργασίας	Μέρος εργασίας
$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
χ	$\frac{4}{4}$

$$4\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{4}=\chi\cdot\frac{3}{4}$$

$$4\frac{1}{2}\cdot 1=\chi\cdot\frac{3}{4}$$

$$4\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}=\chi$$

Στη συνέχεια αφαιρούνται οι $4\frac{1}{2}$ ώρες που ήδη εργάστηκε.

Άρα,

$$\left(4\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}\right)-4\frac{1}{2}=\nu$$

10

(α)

Αριθμός *α*	Αριθμός *β*	ΜΚΔ (*α*,*β*)	ΕΚΠ [*α*,*β*]
4	6	2	12
6	10	2	30
8	12	4	24
9	12	3	36
10	15	5	30

(β) Το γινόμενο του ΜΚΔ επί το ΕΚΠ ισούται με το γινόμενο των δύο αριθμών α και β.

(γ) Ενδεικτικός τρόπος εργασίας:

$M\Delta K\cdot EK\Pi = γινόμενο\ δύο\ αριθμών.$

$9\cdot 135=45\cdot\chi$

Άρα, $\chi=27$.