ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΓΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΣΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ ΔΙΟΡΙΣΙΜΩΝ

Γνωστικό Αντικείμενο: Δημοτική - Μαθηματικά

Ημερομηνία Εξέτασης: 22 Νοεμβρίου 2019

ΛΥΣΕΙΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ερώτημα	Ορθή απάντηση

1

Πρόταση	Ορθή	Λανθασμένη
(α) Το μέτρο κάθε εσωτερικής γωνίας στο κανονικό εξάγωνο είναι 120^o.	√	
(β) Αν ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο, τότε είναι και ρόμβος.	√	
(γ) Όλες οι εξωτερικές γωνίες σε ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο είναι οξείες.		√
(δ) Αν ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο, τότε είναι και ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.	√	
(ε) Το σημείο τομής των υψών του τριγώνου βρίσκεται πάντοτε εντός του τριγώνου.		√
(στ) Δεν υπάρχει τετράπλευρο που να έχει 4 άξονες συμμετρίας.		√
(ζ) Το άθροισμα των γωνιών του τραπεζίου είναι μεγαλύτερο από 360^o.		√
(η) Ο κύβος είναι και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και πρίσμα.	√	

2

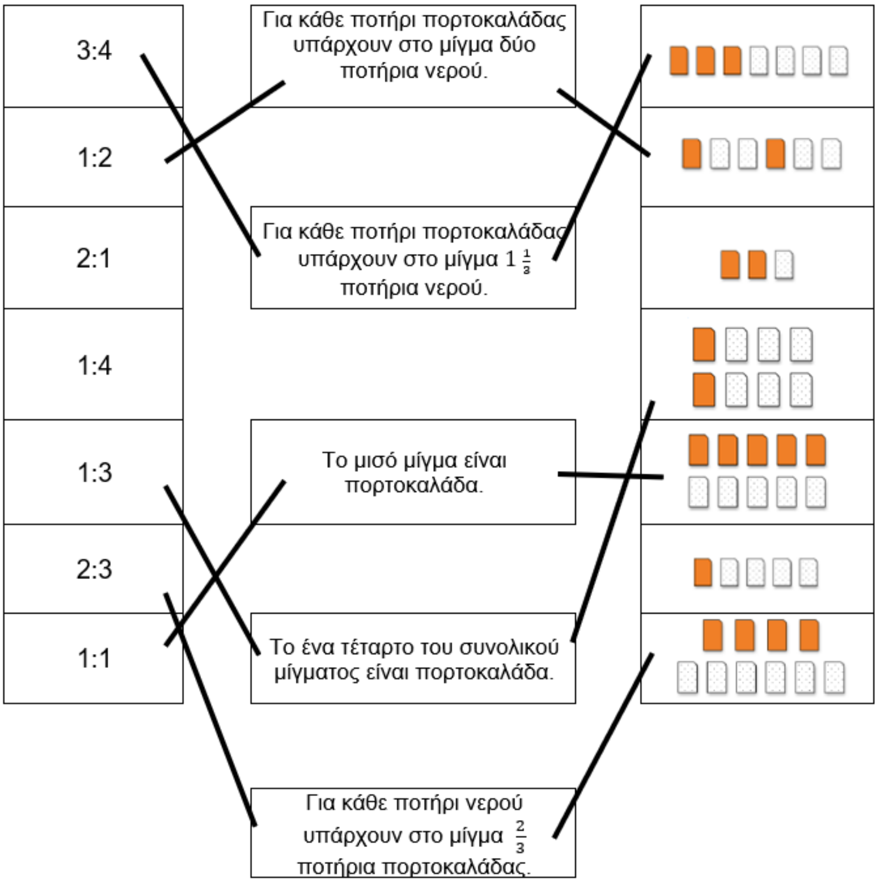
	Απάντηση μαθητή	Ορθή	Λανθασμένη	Σωστή Απάντηση
	$5 - 8 = \mathbf{3}$		√	$\mathbf{5 - 8 = -3}$
(α)	$2 \times 0{,}65 = \mathbf{1{,}3}$	√		
(β)	$0{,}2 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}6}$		√	$0{,}2 \times 0{,}3 = \mathbf{0{,}06}$
(γ)	$12 + 8 \times 5 = \mathbf{100}$		√	$12 + 8 \times 5 = \mathbf{52}$
(δ)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{2}{5}}$		√	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{5}{6}}$
(ε)	$6 \div \frac{1}{2} = \mathbf{3}$		√	$6 \div \frac{1}{2} = \mathbf{12}$
(στ)	$10\% \times 5\% = \mathbf{50\%}$		√	$10\% \times 5\% = \mathbf{0{,}5\%}$
(ζ)	$0{,}8 \div 0{,}2 = \mathbf{4}$	√		
(η)	$\frac{3}{4} \times 1\frac{3}{9} = \mathbf{1}$	√		

<table>
<tr>
<td>3</td>
<td>
(α)
<table>
<tr><td>Ηλικία Μαρίας</td><td>Ηλικία Μαρίας</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>Ηλικία Χάρη</td><td>3</td></tr>
</table>
(β)
<table>
<tr><td>Ηλικία Μυρτώς</td><td>Ηλικία Κώστα</td><td>Ηλικία Κώστα</td><td>Ηλικία Κώστα</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>Ηλικία Αντρέα</td><td>3</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>
(α) Το μήκος της πλευράς ενός ρόμβου σε σχέση με την περίμετρό του.
ΝΑΙ **ΟΧΙ**
Εξήγηση: *Π $_{(ρόμβου)}$ = 4 × μήκος πλευράς*
Ο λόγος του μήκους της περιμέτρου του ρόμβου προς το μήκος της πλευράς του είναι σταθερός, δηλαδή Περίμετρος : πλευρά = 4

(β) Το μήκος της πλευράς ενός τετραγώνου σε σχέση με το εμβαδόν του.
ΝΑΙ **ΟΧΙ**
Εξήγηση: *Ο λόγος του εμβαδού του τετραγώνου προς το μήκος της πλευράς του, ΔΕΝ είναι σταθερός, δηλαδή $α^2 : α = α$ (μη σταθερός/ μεταβλητός)*

(γ) Το μήκος της πλευράς/ακμής ενός κύβου σε σχέση με τον όγκο του.
ΝΑΙ **ΟΧΙ**
Εξήγηση: *Ο λόγος του όγκου του κύβου προς το μήκος της πλευράς/ακμής του, ΔΕΝ είναι σταθερός, δηλαδή $α^3 : α = α^2$ (μη σταθερός/ μεταβλητός)*

(δ) Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου σε σχέση με την ακτίνα του.
ΝΑΙ **ΟΧΙ**
Εξήγηση: *Ο λόγος του μήκους της περιφέρειας του κύκλου προς το μήκος της ακτίνας του είναι σταθερός, δηλαδή Περιφέρεια : ακτίνα = 2π*
</td>
</tr>
</table>

5	
6	(α) Ενδεικτικά προβλήματα: *Διαίρεση ως επαναλαμβανόμενη αφαίρεση:* *«Στην τάξη μου έχω 20 παιδιά. Θα εργαστούν σε ομάδες των 4 παιδιών. Πόσες ομάδες θα σχηματίσουν;»* *Διαίρεση ως μερισμός:* *«Στην τάξη μου έχω 20 παιδιά. Θα τα μοιράσω σε 4 ίσες ομάδες. Πόσα παιδιά θα έχω σε κάθε ομάδα;»* *(β) Στη διαίρεση με κλασματικούς αριθμούς, είναι απαραίτητη η χρήση και κατανόηση και των δύο τύπων διαίρεσης.* *Παράδειγμα:* *Διαίρεση ως μερισμός* *Στην περίπτωση κλάσματος διά ακέραιο είναι απαραίτητη η χρήση της διαίρεσης ως μερισμός, π.χ.* $\frac{1}{6} \div 2 = \nu$ *Διαίρεση ως επαναλαμβανόμενη αφαίρεση* *Στις περιπτώσεις κλάσματος δια κλάσμα και ακέραιο διά κλάσμα είναι απαραίτητη η χρήση της διαίρεσης ως επαναλαμβανόμενη αφαίρεση, π.χ.* $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \nu$, $4 \div \frac{1}{3} = \nu$

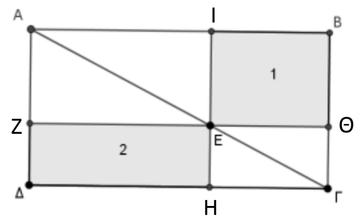
7	*Αρχικά οι μαθητές σχηματίζουν τον μειωτέο (αριθμό 84) με το υλικό Dienes (8 δεκάδες και 4 μονάδες).* *<u>Εβελίνα</u>* *Οι μονάδες του μειωτέου (4) δεν είναι αρκετές για να αφαιρεθούν οι μονάδες του αφαιρετέου (8). Θα πάρει μία δεκάδα από τις 8 και θα την ανταλλάξει με δέκα μονάδες. Επομένως, οι δεκάδες του μειωτέου θα γίνουν 7 και οι μονάδες 14. Θα αφαιρέσει 8 μονάδες και θα μείνουν 6 και στη συνέχεια 3 δεκάδες και θα μείνουν 4.* *<u>Αλέξανδρος</u>* *Οι μονάδες του μειωτέου (4) δεν είναι αρκετές για να αφαιρεθούν οι μονάδες του αφαιρετέου (8). Προσθέτει 10 μονάδες στο μειωτέο ώστε να γίνουν 14. Στη συνέχεια, θα αφαιρέσει 8 μονάδες και θα μείνουν 6 και ακολούθως θα αφαιρέσει 4 δεκάδες (αντί 3, γιατί προσθέτει και στους δύο όρους μια δεκάδα) και θα μείνουν 4.*
8	

		Αντιστοιχεί	**Δεν αντιστοιχεί**
(α)	Ο Χάρης χρησιμοποίησε $\frac{1}{2}$ kg άσπρη ζάχαρη και $\frac{1}{3}$ kg καστανή ζάχαρη, για την παρασκευή ενός γλυκού. Πόση ζάχαρη χρησιμοποίησε συνολικά;	√	
(β)	Η Μυρτώ κατανάλωσε το $\frac{1}{2}$ μιας μικρής πίτσας και ο Ιάκωβος το $\frac{1}{3}$ μιας μέτριας πίτσας. Τι μέρος της πίτσας κατανάλωσαν συνολικά και τα δύο παιδιά μαζί;		√
(γ)	Η Δάφνη είχε στη διάθεσή της μία ώρα, για να συμπληρώσει ένα δοκίμιο. Χρειάστηκε το $\frac{1}{2}$ της ώρας για να γράψει μια έκθεση και το $\frac{1}{3}$ της ώρας για να συμπληρώσει τις υπόλοιπες ασκήσεις. Τι μέρος της ώρας χρειάστηκε συνολικά η Δάφνη για να συμπληρώσει το δοκίμιο;	√	
(δ)	Το $\frac{1}{2}$ της σελίδας ενός περιοδικού χρησιμοποιήθηκε για διαφημίσεις. Το $\frac{1}{3}$ της υπόλοιπης σελίδας χρησιμοποιήθηκε για αγγελίες. Τι μέρος της σελίδας χρησιμοποιήθηκε συνολικά για αγγελίες και διαφημίσεις;		√
(ε)	Ο Γιάννης στο πρώτο ημίχρονο επιχείρησε δύο ελεύθερες βολές και πέτυχε στη μία. Στο δεύτερο ημίχρονο επιχείρησε τρεις ελεύθερες βολές και πέτυχε στη μία. Τι μέρος των βολών του Γιάννη στον αγώνα ήταν πετυχημένες;		√

9

Ορθή είναι η πρόταση Β.

Η διαγώνιος ΑΓ μοιράζει το ορθογώνιο ΑΒΓΔ σε δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ. Η ΖΘ (παράλληλη προς τις πλευρές ΑΒ και ΔΓ) και η ΙΗ (παράλληλη προς τις πλευρές ΑΔ και ΒΓ) σχηματίζουν 4 ορθογώνια (ΑΖΕΙ, ΖΕΗΔ, ΙΒΘΕ και ΕΘΓΗ). Η διαγώνιος ΑΕ μοιράζει το ορθογώνιο ΑΖΕΙ σε δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα (ΑΖΕ και ΑΕΙ). Η διαγώνιος ΕΓ μοιράζει το ορθογώνιο ΕΘΓΗ σε δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα (ΕΗΓ και ΕΓΘ). Από τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ αφαιρούνται τα αντίστοιχα ίσα τρίγωνα, άρα τα ορθογώνια 1 και 2 που απομένουν είναι ισεμβαδικά.



(β) Η αντιληπτική κατανόηση θα βοηθήσει τον μαθητή να αντιληφθεί και να εντοπίσει όλα τα ορθογώνια και ορθογώνια τρίγωνα που σχηματίζονται και να τα ονομάσει.

Η λειτουργική θα βοηθήσει τον μαθητή να κατανοήσει ότι αν αφαιρέσει το εμβαδόν των δυο μικρών τρίγωνων από το μεγαλύτερο τρίγωνο θα παραμείνουν τα δυο ορθογώνια 1 και 2, τα οποία είναι ισεμβαδικά.

10

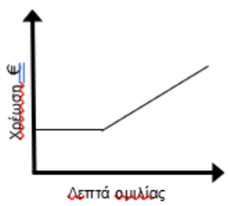
(α) Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις με τις περιγραφές των μαθητών, συμπληρώνοντας τον πιο κάτω πίνακα.

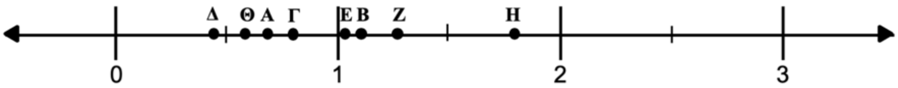
Γραφική Παράσταση	Α	Β	Γ	Δ
Περιγραφή μαθητή	Μ6	Μ5	Μ1	Μ4

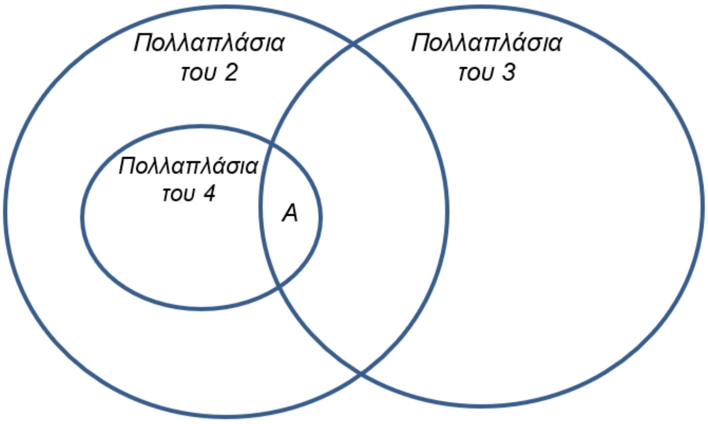
(β) Για τις περιγραφές που δεν υπάρχει γραφική παράσταση, να κατασκευάσετε κατάλληλη γραφική παράσταση.

Μ 2

Μ 3



11	(α)  (β) *Οι μαθηματικές έννοιες που πρέπει να κατανοήσουν οι μαθητές είναι:* • *Το γινόμενο δύο δεκαδικών αριθμών μικρότερων από την ακέραια μονάδα είναι μικρότερο από τους αριθμούς.* • *Το γινόμενο δύο δεκαδικών αριθμών μεγαλύτερων από την ακέραια μονάδα είναι μεγαλύτερο από τους αριθμούς.* • *Όταν ο διαιρετέος είναι μεγαλύτερος από τον διαιρέτη, τότε το πηλίκο είναι μεγαλύτερο από το ένα.* • *Όταν ο διαιρετέος είναι μικρότερος από τον διαιρέτη, τότε το πηλίκο είναι μικρότερο από το ένα.*
12	**(α) Να συμπληρώσετε το πρόβλημα ώστε να αντιστοιχεί στη μαθηματική πρόταση.** *Έκοψε το μέρος της πίτσας που περιέχει αλλαντικά σε κομμάτια του* $\frac{1}{8}$ *ολόκληρης της πίτσας. Πόσα κομμάτια προέκυψαν;* **(β) Να υπολογίσετε το πηλίκο με δύο διαφορετικούς τρόπους.** *Α' τρόπος:* $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = \frac{24}{4} = 6.$ *Β' τρόπος:* $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{6}{8} \div \frac{1}{8} = 6.$ **(γ) Να αναφέρετε ένα εποπτικό υλικό που μπορεί να αξιοποιηθεί για τον υπολογισμό του πηλίκου με βάση έναν από τους τρόπους που εισηγηθήκατε στο (β). Να επεξηγήσετε αναλυτικά με ποιο τρόπο θα προκύψει το πηλίκο, μέσω της χρήσης του εποπτικού υλικού.** *Ένα εποπτικό υλικό που μπορεί να αξιοποιηθεί για τον υπολογισμό του πηλίκου με βάση τον Β΄ τρόπο είναι οι ράβδοι κλασμάτων. Οι μαθητές θα σχηματίσουν το κλάσμα* $\frac{3}{4}$ *με τις ράβδους κλασμάτων. Ακολούθως θα καλύψουν τα* $\frac{3}{4}$ *με ράβδους του* $\frac{1}{8}$*, ώστε να προκύψει ένα ομώνυμο κλάσμα με το διαιρέτη. Στη συνέχεια θα υπολογίσουν τον αριθμό των*

	ράβδων του $\frac{1}{8}$ που χωρούν στα $\frac{6}{8}$, καταλήγοντας στην ορθή απάντηση που είναι το 6.
13	(α)  (β) *Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των τριών αριθμών βρίσκεται στην τομή των τριών συνόλων (περιοχή Α στο διάγραμμα), γιατί περιλαμβάνει τα κοινά πολλαπλάσια του 2, 3 και 4.* (γ) *Οι μαθητές αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι οποιοδήποτε κοινό πολλαπλάσιο των 2, 3 και 4 (που βρίσκεται στην τομή των τριών συνόλων) θα είναι πολλαπλάσιο του αριθμού 12, που είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των τριών αριθμών.*
14	(α) *Τα πιθανά βήματα που μπορεί να ακολουθήσει ένας μαθητής είναι:* • *Να αφαιρέσει τον αριθμό 5 (υπόλοιπο) από το 53 (διαιρετέος). Απομένουν 48 μαθητές.* • *Βρίσκει όλους τους διαιρέτες του 48: 1, 2, 3, 4, 6 ,8 ,12, 16, 24, 48. Οι διαιρέτες αντιστοιχούν στον αριθμό των μαθητών που θα υπάρχουν σε κάθε ομάδα.* • *Αποκλείει τις ομάδες στις οποίες ο αριθμός των ατόμων είναι μικρότερος από το 5 και επιλέγει τις ομάδες στις οποίες ο αριθμός των ατόμων (διαιρέτης) είναι μεγαλύτερος του 5.*

	• *Άρα, οι μαθητές σχημάτισαν ομάδες με 6 διαφορετικούς τρόπους: εξάδες, οκτάδες, δωδεκάδες, δεκαεξάδες, εικοσιτετράδες, σαρανταοκτάδες.* (β) *Για να επιλύσουν ορθά το πρόβλημα οι μαθητές πρέπει να έχουν κατανοήσει ότι το πρόβλημα αυτό αντιστοιχεί σε Ευκλείδεια Διαίρεση: ο αριθμός 53 είναι ο διαιρετέος, ο αριθμός των μαθητών σε κάθε ομάδα είναι ο διαιρέτης και οι 5 μαθητές που περισσεύουν είναι το υπόλοιπο.* *Επίσης, πρέπει να έχουν κατανοήσει την έννοια του διαιρέτη και να μπορούν να βρίσκουν όλους τους διαιρέτες ενός αριθμού, στην προκειμένη περίπτωση του 48.* *Τέλος, πρέπει να έχουν κατανοήσει ότι στην Ευκλείδεια Διαίρεση, ο διαιρέτης είναι πάντοτε μεγαλύτερος από το υπόλοιπο. Η κατανόηση αυτή θα συμβάλει στην επιλογή των διαιρετών του 48 που είναι μεγαλύτεροι από το 5.*
15	*Β*
16	*Ένας αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 6 όταν είναι πολλαπλάσιο του 2 και του 3. Άρα, η παρατήρηση του Γιώργου ισχύει για οποιουσδήποτε τρεις διαδοχικούς ακέραιους αριθμούς, γιατί σε κάθε τριάδα διαδοχικών αριθμών υπάρχει τουλάχιστον ένας άρτιος αριθμός, ο οποίος είναι πολλαπλάσιο του 2 και ένας αριθμός, ο οποίος είναι πολλαπλάσιο του 3.* *Για παράδειγμα στο γινόμενο* $7 \times 8 \times 9$, *ο αριθμός 8 είναι πολλαπλάσιο του 2 και ο αριθμός 9 είναι πολλαπλάσιο του 3, γι' αυτό και το γινόμενο που προκύπτει είναι πολλαπλάσιο του 6.*