


**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΓΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΣΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ  
ΔΙΟΡΙΣΙΜΩΝ**

**Γνωστικό Αντικείμενο: Δημοτική - Μαθηματικά**

**Ημερομηνία Εξέτασης: 9 Νοεμβρίου 2017**

**ΛΥΣΕΙΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

Ερώτημα	Ορθή απάντηση																
1	Γ																
2	<p>Καταγραφή δύο κατάλληλων στρατηγικών και παραδείγματος για κάθε στρατηγική</p> <p><b>Ενδεικτικές στρατηγικές</b></p> <p>(α) Αξιοποίηση γνωστών αθροισμάτων, π.χ., αν γνωρίζω ότι <math>6+6=12</math>, τότε <math>7+6=12+1=13</math></p> <p>(β) Αξιοποίηση σχέσης μεταξύ πρόσθεσης και αφαίρεσης, π.χ., υπολογισμός διαφορών χρησιμοποιώντας τη συμπληρωματική πρόσθεση, <math>12-8=\square</math> είναι ισοδύναμο με <math>8+\square=12</math></p> <p>(γ) Πρόσθεση/αφαίρεση με βήματα, π.χ., <math>14-6=(14-4)-2=10-2=8</math></p> 																
3	<p>Παρουσίαση τριών διαφορετικών τρόπων υπολογισμού στους οποίους να φαίνεται ξεκάθαρα πώς προκύπτει το αποτέλεσμα</p> <p><b>Ενδεικτικοί τρόποι</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Κατακόρυφος αλγόριθμος <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">784</td><td style="padding-left: 10px;">16</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;"><u>-64</u></td><td style="padding-left: 10px;">49</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">144</td><td></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;"><u>-144</u></td><td></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">0</td><td></td></tr> </table> </li> <li>Επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση <math display="block">784 \div 16 = (720 + 64) \div 16 = (720 \div 16) + (64 \div 16)</math> <math display="block">= 45 + 4 = 49</math> </li> <li>Επιμεριστική ιδιότητα ως προς την αφαίρεση <math display="block">784 \div 16 = (800 - 16) \div 16 = (800 \div 16) - (16 \div 16)</math> <math display="block">= 50 - 1 = 49</math> </li> <li>Χρήση ισοδύναμων μορφών διαίρεσης <table style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>784 \div 16</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>392 \div 8</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>196 \div 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>98 \div 2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>49 \div 1</math></td> <td style="padding: 5px;">49</td> </tr> </table> </li> </ul>	784	16	<u>-64</u>	49	144		<u>-144</u>		0		$784 \div 16$	$392 \div 8$	$196 \div 4$	$98 \div 2$	$49 \div 1$	49
784	16																
<u>-64</u>	49																
144																	
<u>-144</u>																	
0																	
$784 \div 16$	$392 \div 8$	$196 \div 4$															
$98 \div 2$	$49 \div 1$	49															

- Με επαναλαμβανόμενη αφαίρεση

$$\begin{array}{r}
 784 \quad | \quad 16 \\
 \underline{-160} \quad | \quad 10 \\
 624 \quad | \quad 20 \\
 \underline{-320} \quad | \quad 10 \\
 304 \quad | \quad 9 \\
 \underline{-160} \quad | \quad 49 \\
 144 \\
 144 \\
 \underline{\quad} \quad | \\
 0
 \end{array}$$

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Με επαναλαμβανόμενη αφαίρεση</li> </ul> $  \begin{array}{r}  784 \quad   \quad 16 \\  \underline{-160} \quad   \quad 10 \\  624 \quad   \quad 20 \\  \underline{-320} \quad   \quad 10 \\  304 \quad   \quad 9 \\  \underline{-160} \quad   \quad 49 \\  144 \\  144 \\  \underline{\quad} \quad   \\  0  \end{array}  $
4	<p><b>Ενδεικτικά Προβλήματα:</b></p> <p>(α) Ο Φάνης είχε <math>\frac{3}{4}</math> L χυμό. Θα ετοιμάσει μπισκότα. Για κάθε δόση μπισκότων χρειάζεται <math>\frac{1}{5}</math> L χυμό. Πόσες δόσεις μπισκότα μπορεί να ετοιμάσει με το χυμό που διαθέτει;</p> <p>(β) Ο Φάνης είχε <math>\frac{3}{4}</math> L χυμό. Χρησιμοποίησε το <math>\frac{1}{5}</math> της ποσότητας αυτής. Πόσα λίτρα χυμό έχει τώρα;</p> <p>Όλα τα προβλήματα πρέπει να ξεκινούν με την πρόταση «Ο Φάνης είχε <math>\frac{3}{4}</math> L χυμό», σύμφωνα με τις οδηγίες.</p>
5	<p>Η βασική ιδέα της δραστηριότητας στηρίζεται στο ότι οι μαθητές θα πρέπει να μετασχηματίσουν το παραλληλόγραμμο σε ένα ισεμβαδικό σχήμα που γνωρίζουν τον τρόπο υπολογισμού του εμβαδού του.</p> <p><b>Ενδεικτική απάντηση:</b> Για τον μετασχηματισμό του παραλληλογράμμου σε ορθογώνιο, οι μαθητές θα πρέπει να διαχωρίσουν το παραλληλόγραμμο σε δύο σχήματα κατά μήκος ενός ύψους. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούν τα δύο σχήματα, για να συνθέσουν ένα ισεμβαδικό ορθογώνιο και αντιστοιχούν το μήκος και το πλάτος του ορθογωνίου στη βάση και στο ύψος του παραλληλογράμμου. Επομένως, ο τύπος υπολογισμού του εμβαδού ορθογωνίου (μήκος επί πλάτος) μετασχηματίζεται στο παραλληλόγραμμο σε βάση επί ύψος.</p> <p><b>Εναλλακτική απάντηση</b> είναι δυνατόν να αναφέρει τη χρήση σχετικού διαδραστικού εφαρμογιδίου το οποίο υπολογίζει αυτόματα το εμβαδόν του παραλληλογράμμου. Η απάντηση θα πρέπει ξεκάθαρα να αναφέρει ότι οι μαθητές μέσω πειραματισμού και διατυπώνοντας υποθέσεις διερευνούν πώς η μεταβολή των διαστάσεων του παραλληλογράμμου (βάση και</p>

	ύψος) μεταβάλει την τιμή του εμβαδού, ώστε να προκύψει ο τύπος υπολογισμού.
6	Καταγραφή των έξι πιο κάτω αντιστοιχίσεων: A1 - B2, A2 - B1, A3 – B4, A4 – B3, A5 – B1, A6 – B2
7	B
8	Καταγραφή των τεσσάρων πιο κάτω αντιστοιχίσεων: 1-Γ, 2-B, 3-A, 4-Στ
9	Γ
10	<p>(α) Η απάντηση του Ηλία είναι λανθασμένη.</p> <p>(β) Στην επεξήγηση θα πρέπει να αναφέρεται ξεκάθαρα ότι ο Ηλίας χρησιμοποίησε <b>αθροιστική αντί πολλαπλασιαστική σχέση</b> και να τεκμηριώνεται είτε μέσω συγκεκριμένου παραδείγματος είτε με τη χρήση υπολογισμών ότι το 120% δεν επαναφέρει το αντίτυπο στο αρχικό του μέγεθος (εναλλακτικά είναι δυνατόν να δοθούν αντι-παραδείγματα).</p> <p><b>Ενδεικτική απάντηση:</b></p> <p>Στο συγκεκριμένο πρόβλημα ο Ηλίας αντί να χρησιμοποιήσει πολλαπλασιαστική σχέση χρησιμοποίησε προσθετική. Δηλαδή αφαιρέσε από το 100% το 20% και στη συνέχεια πρόσθεσε το 20%, χωρίς να λαμβάνει υπόψη ότι το αντίγραφο μετά τη σμίκρυνση είχε εμβαδόν διαφορετικό από το αρχικό έγγραφο (80% ή <math>\frac{4}{5}</math> της επιφάνειας του αρχικού εγγράφου). Για να επαναφέρει το αντίτυπο στο αρχικό μέγεθος θα έπρεπε να πολλαπλασιάσει επί <math>\frac{5}{4}</math> (125%) και όχι 120%.</p>
11	<p>(α) Ο αριθμός των φίλων πρέπει να είναι μεγαλύτερος από 6, ώστε να είναι τουλάχιστον κατά ένα μεγαλύτερος από το υπόλοιπο της διαίρεσης (περίσσεψαν 6 μπισκότα). Επομένως, ο μικρότερος δυνατός αριθμός ατόμων είναι 7.</p> <p>Λύση: <math>7 \times 7 = 49</math>                      <math>49 + 6 = 55</math> μπισκότα</p> <p>(β) Αναφορά στην αναγνώριση των στοιχείων της Ευκλείδειας Διαίρεσης και στη σχέση μεταξύ υπολοίπου και διαιρέτη</p> <p><b>Ενδεικτική απάντηση:</b> Οι μαθητές θα πρέπει να κατανοήσουν ότι το πρόβλημα αντιστοιχεί στην Ευκλείδεια Διαίρεση «Αριθμός μπισκότων= 7×Αριθμός φίλων +6». Επομένως, αξιοποιώντας τη σχέση μεταξύ διαιρέτη και υπολοίπου, προκύπτει ότι η ελάχιστη δυνατή τιμή του αριθμού των φίλων είναι 7.</p>
12	Καταγραφή των 4 πιο κάτω αντιστοιχίσεων: A2 – B1 – Γ2, A6 – B2 – Γ4, A5 – B3 – Γ1, A3 – B4 – Γ3
13	(α) <b>Ενδεικτική απάντηση 1:</b> Θα πρέπει να καλυφθούν συνολικά $4 \times 2000 \text{ km} = 8000 \text{ km}$ . Τα χιλιόμετρα αυτά θα

κατανεμηθούν εξίσου στα 5 ελαστικά. Επομένως το κάθε ελαστικό θα διανύσει  $8000 \div 5 = 1600$  km

**Ενδεικτική απάντηση 2:** Κάθε ελαστικό θα καλύψει το  $1/5$  της απόστασης που θα διανύσει ο κάθε τροχός του αυτοκινήτου. Επομένως, συνολικά το κάθε ελαστικό θα διανύσει τα  $4/5$  των 2000 km = 1600 km

**Ενδεικτική απάντηση 3:** Χρήση αντιστρόφως ανάλογων ποσών:

4 ελαστικά  $\rightarrow$  2000 km το καθένα

5 ελαστικά  $\rightarrow$  ;

$(4 \times 2000 \text{ km}) / 5 = 1600$  km

(β) **Ενδεικτικά Προβλήματα:**

Πρόβλημα 1: Ο ένας τροχός του αυτοκινήτου διανύει 2000 km. Πόσα km θα διανύσουν συνολικά οι 4 τροχοί του αυτοκινήτου, αφού γυρίζουν ταυτόχρονα;

1 τροχός αυτοκινήτου  $\rightarrow$  2000 km

4 τροχοί αυτοκινήτου  $\rightarrow$  ;

Πρόβλημα 2:

Τα πέντε ελαστικά διανύουν συνολικά 8000 km. Πόσα χιλιόμετρα διανύει το κάθε ελαστικό;

5 ελαστικά  $\rightarrow$  8000 km

1 ελαστικό  $\rightarrow$  ;

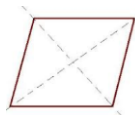
14

(α) Α – 2 , Β – 0 , Γ – 4 , Δ – 2

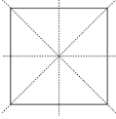
(β) Η απάντηση πρέπει να περιέχει τα πιο κάτω στοιχεία:

- Το τετράγωνο είναι και ρόμβος και ορθογώνιο

- Ο ρόμβος έχει δύο άξονες συμμετρίας (διαγώνιοι) και το ορθογώνιο έχει, επίσης, δύο άξονες συμμετρίας (τα ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τα μέσα των απέναντι πλευρών)



- Το τετράγωνο αφού είναι και ρόμβος και ορθογώνιο έχει όλες τις ιδιότητες του ορθογωνίου και όλες τις ιδιότητες του ρόμβου, επομένως έχει 4 άξονες συμμετρίας

	
15	Πρόβλημα Α – ΕΚΠ, Πρόβλημα Β – ΚΑΜΙΑ Πρόβλημα Γ – ΜΚΔ, Πρόβλημα Δ – ΚΑΜΙΑ
16	Δ
17	Καταγραφή των 4 πιο κάτω αντιστοιχίσεων: Α – 2, Β – 3, Γ – 6, Δ – 4
18	1 <sup>η</sup> Ιφιγένεια , 2 <sup>ος</sup> Αλέξανδρος , 3 <sup>ος</sup> Αριστοτέλης 1. Ιφιγένεια : Σε 1 λεπτό διανύει απόσταση : $300 \times 2\pi r$ $= 300 \times 2\pi \times 30 = 18\ 000\pi$ 2. Αλέξανδρος : Σε 1 λεπτό διανύει απόσταση : $320 \times 2\pi r$ $= 320 \times 2\pi \times 28 = 17\ 920\pi$ 3. Αριστοτέλης : Σε 1 λεπτό διανύει απόσταση : $250 \times 2\pi r$ $= 250 \times 2\pi \times 35 = 17\ 500\pi$